

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЭКМАНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЯВНОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Л. И. Курбацкая¹, А. Ф. Курбацкий²

¹ *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск*

² *Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск*

УДК 532.517.4, 551.511.32

Аннотация Моделирование турбулентности является важным объектом наук об окружающей среде для описания существенно важного турбулентного транспорта тепла и импульса в пограничном слое атмосферы. Многие модели турбулентности, используемые в моделировании течений в окружающей среде, основываются на концепции вихревой вязкости, а эффекты плавучести часто включаются в выражения для турбулентных потоков через эмпирические функции, основанные на теории подобия Монина-Обухова, справедливой, строго говоря, только для приземного слоя. Более существенный прогресс достигнут в последние годы в развитии более общих, чем стандартные гипотезы турбулентной вязкости, моделей для вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла, как результат записи дифференциальных уравнений для напряжений Рейнольдса и вектора турбулентного потока тепла в слабо-равновесном приближении, которое пренебрегает адвекцией и диффузией некоторых безразмерных величин. Явная алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного потока тепла для планетарного пограничного слоя тестируется в нейтрально стратифицированном пограничном слое атмосферы (ПСА) над однородной шероховатой поверхностью. Рассматриваемый вариант алгебраической модели построен на физических принципах RANS (Reynolds Average Navier Stokes) приближения для стратифицированной турбулентности, использует три прогностических уравнения и показывает правильное воспроизведение основных характеристик нейтрального ПСА: компонент скорости среднего ветра, угол поворота ветра, турбулентную статистику. Тестовые расчеты показывают, что данная модель может быть использована для целенаправленных исследований атмосферного пограничного слоя при решении различных задач окружающей среды.

Ключевые слова: атмосферный пограничный слой, течение Экмана, турбулентность, RANS-приближение, численное моделирование

Введение

Моделирование турбулентности является важным объектом атмосферных наук для описания существенно важного турбулентного транспорта тепла и импульса в пограничном слое атмосферы [1]. Многие модели турбулентности, используемые в моделировании климата или прогноза погоды, основываются на концепции вихревой вязкости, а эффекты плавучести часто включаются в выражения для турбулентных потоков через эмпирические функции, основанные на теории подобия Монина-Обухова [2], справедливой, строго говоря, только для приземного слоя. Более общее приближение [3] для геофизических турбулентных течений основано на уравнениях переноса для рейнольдсовых напряжений $\overline{u_i u_j}$ и вектора турбулентного потока тепла $\overline{u_i \theta}$, а также уравнении для скорости диссипации турбулентной кинетической энергии. Однако, в силу практических ограничений в моделировании климата и прогноза погоды, только простейшие модели в этой иерархии применялись в операционных моделях с минимальным числом прогностических уравнений, по большей части использовалось лишь уравнение для турбулентной кинетической энергии (ТКЕ). Существенный прогресс достигнут в последние годы в развитии более общих, чем стандартные гипотезы

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00137) и программы Президиума РАН 1.33П "Фундаментальные проблемы математического моделирования".

турбулентной вязкости, моделей для вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла, как результат записи дифференциальных уравнений для напряжений Рейнольдса и вектора турбулентного потока тепла в слабо-равновесном приближении [4]–[6], которое пренебрегает адвекцией и диффузией некоторых безразмерных величин. Для турбулентных течений с плавучестью, т.е. температурой (плотностью), как активным скаляром, математический вывод модели усложняется, вследствие связи между напряжениями Рейнольдса и потоком тепла, которую создают члены плавучести. В слабо-равновесном приближении связанную систему алгебраических уравнений для турбулентных потоков импульса и скаляра для ПСА можно разрешить аналитически с применением математической операции символьной алгебры для получения явных (безытерационных) выражений для турбулентных потоков импульса ($\overline{u_i u_j}$) и тепла ($\overline{u_i \theta}$) в ПСА. Примеры моделей, развитых в этом приближении, даны, например, для однородного турбулентного течения в [7]–[10] и неоднородного турбулентного течения в [11], [12]. В настоящей статье, развитую явную модель турбулентных потоков импульса и тепла для стратифицированного ПСА [11], [12], мы тестируем в нейтральном пограничном слое атмосферы, рассматривая результаты тестирования в качестве "входного модуля" для последующего исследования динамики устойчивого ПСА над охлаждаемой поверхностью.

1 Явная алгебраическая модель напряжений Рейнольдса (EARS) в нейтральном ПСА

Нейтральный пограничный слой реализуется в условиях постоянной виртуальной потенциальной температуры при отсутствии потоков тепла и влаги на поверхности, горизонтальных градиентов температуры и облачности. В нейтральном ПСА отсутствуют эффекты плавучести, вызываемые нагреванием или охлаждением поверхности. EARS модель стратифицированной турбулентности [12] для напряжений Рейнольдса и вектора турбулентного потока тепла трансформируется в нейтральном ПСА к более простому виду

$$\frac{DU}{Dt} = -\frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} - f(V_g - V), \quad \frac{DV}{Dt} = -\frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} + f(U_g - U) \quad (1)$$

$$(\overline{uw}, \overline{vw}) = -K_{m1} \left(\frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad K_{m1} = \frac{1}{D_1} \frac{2}{3} \Delta_2 \frac{E^2}{\varepsilon} = C_{m1} (E^2/\varepsilon); \quad (2)$$

$$D_1 = 1 + d_1 G_M = 1 + \frac{2}{3} \Delta_2^2 \left[\frac{E}{\varepsilon} \right]^2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$C_{m1} = \frac{(2/3) \Delta_2}{1 + (2/3) \Delta_2^2 (E/\varepsilon)^2 \left[(\partial U/\partial z)^2 + (\partial V/\partial z)^2 \right]}, \quad (\Delta_2 = 0, 25) \quad (4)$$

$$\frac{DE}{Dt} = -\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial z} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_{m1}}{\sigma_E} \frac{\partial E}{\partial z} \right); \quad \frac{D\varepsilon}{Dt} = -\frac{1}{2} \psi_0 \frac{\varepsilon^2}{E} + \frac{1}{2} \psi_1 \frac{\varepsilon}{E} P + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_{m1}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right). \quad (5)$$

Турбулентное число Шмидта σ_ε для диффузионного члена в ε -уравнении (5) затруднительно аккуратно оценить традиционной процедурой [13] с привлечением из прогностического уравнения ТКЕ (5) приближения "порождение \approx диссипации" в приземном слое: $C_{m1} = (u_*^2/E)$. В [14] даны оценки отношения стандартных отклонений компонент скорости к скорости трения со средним значением $E = 5,5 u_*^2$, которое может быть использовано, как граничное условие на нижней границе. В настоящей модели величина C_{m1} не константа. Поэтому, численное значение турбулентного числа Шмидта $\sigma_\varepsilon = 0,8$ найдено численной оптимизацией. Турбулентное число Шмидта σ_E в диффузионном члене прогностического уравнения (5) для ТКЕ выбрано равным 1, как и в других моделях турбулентности [12], [15].

2 Результаты численного моделирования

В настоящем численном тестировании начальный профиль ветра выбран равномерным по высоте, равным геострофической скорости ветра: $U = G = 8$ м/с, $V = 0$ м/с. Согласно существующей теории нейтрального ПСА, его структура определяется только одним безразмерным параметром — поверхностным числом Россби $Ro = G/(f z_0)$, а закон подобия по числу Россби устанавливает [16], что геострофический коэффициент

сопротивления $C_g = u_*/G$ (u_* — скорость трения на поверхности) есть функция только числа Россби. Параметр Кориолиса $f = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Верхняя граница расчетной области определена, как $h = u_*/f$ по данным [17] (в расчетах $h = 3200$ м для шероховатости $z_0 = 0,1$ м и $h = 2600$ м для шероховатости $z_0 = 0,01$ м). В настоящем тесте численные результаты на рис. 1, 2; 3, 4; 5, 6, 7, 8 приведены для значения шероховатости поверхности $z_0 = 0,01$ м (число Россби $Ro = 8 \cdot 10^6$). Нормализация величин на рисунках выполнена с привлечением u_* , определенной по фиксированному числу Россби и заданной высоте расчетной области согласно данным [17]. При задании начальных профилей ТКЕ $E = 5,5 u_*^2 z_1/z$ ($z \geq z_1$) и скорости ее диссипации $\varepsilon_1 = u_*^3/(kz)$ ($z \geq z_1$) скорость трения u_* определялась значением геострофического коэффициента сопротивления $C_g = u_*/G$ по фиксированному числу Россби из данных [17]. Постоянная Кармана $k = 0,4$. Скорость трения вычислялась аналитически, из логарифмического закона для средней скорости ветра

$$|\vec{U}|/u_* = k^{-1} \ln(z/z_0); \quad u_* = k \frac{\sqrt{U(z_2)^2 + V(z_2)^2}}{\ln(z_2/z_0)}.$$

На верхней границе расчетной области ($z = h$): $\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$. На нижней границе, в первом узле разностной сетки ($z = z_1$): $E = 5,5 u_*^2$, $\varepsilon_1 = u_*^3/k z_1$.

В предположении малого влияния сил Кориолиса в приземном слое из логарифмического профиля для средней скорости, в первых двух узлах разностной сетки выполняется условие

$$\frac{U(z_1)}{U(z_2)} = \frac{V(z_1)}{V(z_2)} = \frac{\ln(z_1/z_0)}{\ln(z_2/z_0)},$$

которое используется в качестве граничного условия для компонент скорости ветра.

Результаты вычисления некоторых основных характеристик нейтрального ПСА приведены на рис. 1–8 после 12 часов интегрирования. Система уравнений (1–5) при заданных начальных и граничных условиях решена методом конечных разностей по полуявной схеме [18] на сетке со смещенными узлами. Шаг по вертикальной координате равен $10^{-3}h$ ($h = u_*/f$ — заданная высота расчетной области).

2.1 Профили скорости, спираль Экмана

На рис. 1, 2 показаны профили компонент среднего ветра. На этом рисунке и далее, линии показывают расчет по настоящей алгебраической модели рейнольдсовых напряжений, символами нанесены опытные данные [19]. Рис. 3 показывает спираль Экмана для средней скорости ветра. В отличие от классической экмановской

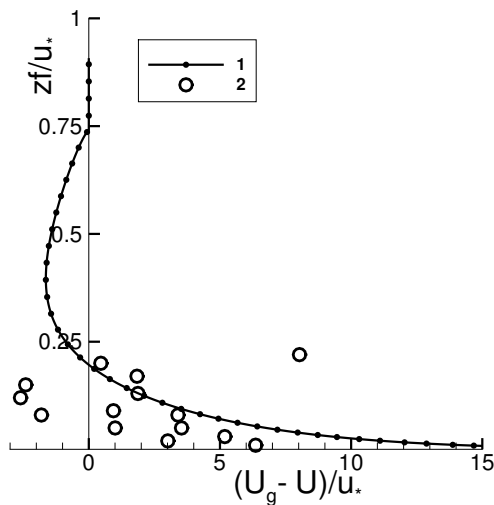


Рис. 1: Вертикальный профиль дефекта горизонтальной скорости ветра: 1 — EARS расчет при $Ro = 8 \cdot 10^6$, 2 — данные измерений [19].

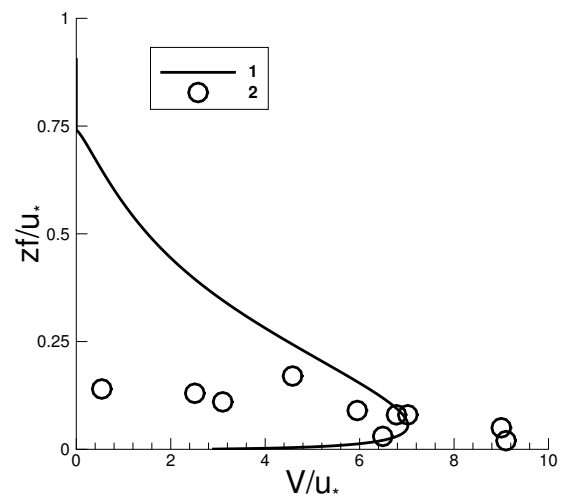


Рис. 2: Вертикальный агеострофический профиль скорости ветра: 1 — EARS расчет при $Ro = 8 \cdot 10^6$, 2 — данные измерений [19].

спирали с постоянным по высоте коэффициентом вязкости и углом поворота ветра 45° , в турбулентном экмановском пограничном слое с переменным по вертикали вихревым коэффициентом диффузии импульса спирали Экмана располагаются существенно ближе к направлению геострофического ветра.

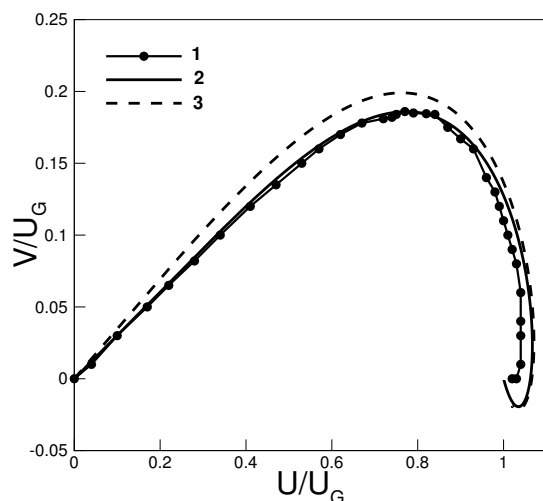


Рис. 3: Экмановская спираль средней скорости ветра: линия 1 — DNS расчет [21], линия 2 — EARS расчет при $Ro = 8 \cdot 10^6$, линия 3 — EARS расчет при $Ro = 8 \cdot 10^5$.

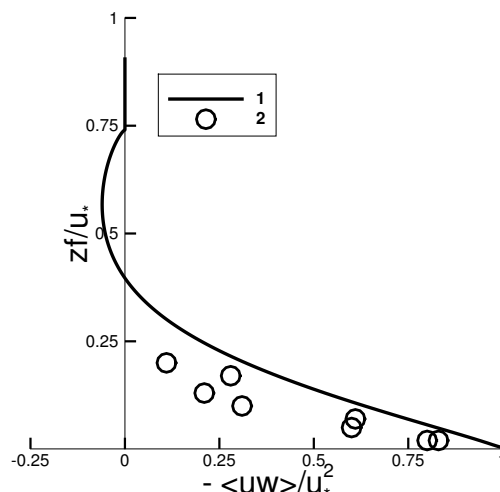


Рис. 4: Вертикальный профиль горизонтального турбулентного потока импульса.

Наиболее изменчивым параметром в определении числа Россби является высота шероховатости поверхности z_0 . Для большего числа Россби (меньшего значения z_0) спираль Экмана фиксирует меньший угол поворота ветра. Для числа Россби $Ro = 8 \cdot 10^6$ ($z_0 = 0,01$ м) полный угол поворота ветра $\alpha \simeq 16,7^\circ$ (сплошная линия на рис. 3), а для числа Россби $Ro = 8 \cdot 10^5$ ($z_0 = 0,1$ м) угол поворота ветра $\alpha \simeq 18,8^\circ$ (штриховая линия на рис. 3). Эти значения находятся в согласии с данными измерений [17]. Величина угла поворота ветра среднего ветра уменьшается с увеличением числа Россби, что согласуется с LES-расчетами [20]: спираль для $z_0 = 0,1$ м располагается выше, чем спираль для $z_0 = 0,01$ м. С увеличением числа Россби профиль спирали плотнее прижимается к поверхности. На рис. 3 показан также годограф скорости, полученный в нейтральном слое Экмана методом прямого численного моделирования ([21]). Следует отметить, что LES моделирование представляет эффективную вычислительную технику для исследования турбулентных течений и она применялась при исследовании устойчивого ПСА (см. ссылки в [21]). Однако, её способность к моделированию сильно устойчивых стратифицированных течений остается неясной. Предшествующие исследования наводят на мысль, что LES не может аккуратно предсказывать сильно устойчивые течения (см. ссылки там же [21]). В литературе широко показано, что статистика течений, полученная из LES, оказывается сильно зависящей от используемой подсеточной модели (subgrid-scale (SGS)), типа фильтра, пространственного разрешения и других численных деталей. Эти факторы сильно ограничивают точность воспроизведения статистики течения в поверхностном слое при больших числах Рейнольдса. Когда энергосодержащие масштабы движения достаточно малы и получаются того же порядка, как размер вычислительной сетки, как это имеет место в случае сильно устойчивого течения Экмана, LES может корректно и не воспроизводить подсеточные потоки турбулентности [22], [23]. В обходе ограничений данных наблюдений и LES техники жизнеспособная альтернатива в перспективе может быть связана с развитием прямого численного моделирования (DNS). Однако, пока это возможно лишь для очень низких чисел Рейнольдса [21], чем те, которые характерны для пограничного слоя атмосферы.

2.2 Профили турбулентных напряжений, турбулентная кинетическая энергия, коэффициент турбулентной вязкости, скорость трения

Турбулентная статистика в численном тесте представлена касательными напряжениями Рейнольдса на рис. 4, 5 и профилем ТКЕ (рис. 6).

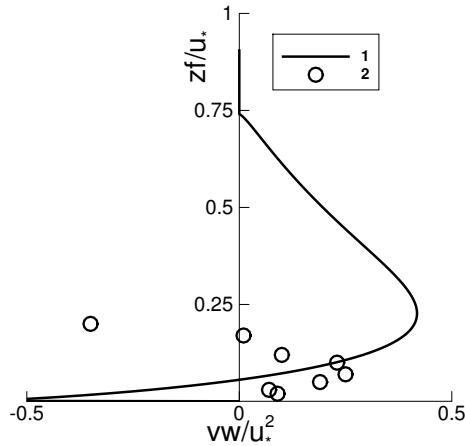


Рис. 5: Вертикальный профиль агеострофического турбулентного потока импульса.

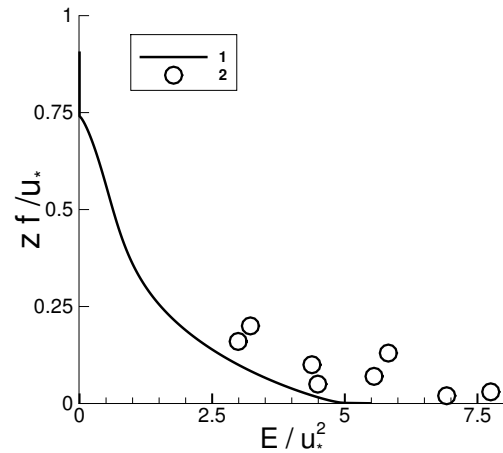


Рис. 6: Вертикальный профиль кинетической энергии турбулентности: 1 — EARS расчет при $Ro = 8 \cdot 10^6$, 2 — данные измерений [19].

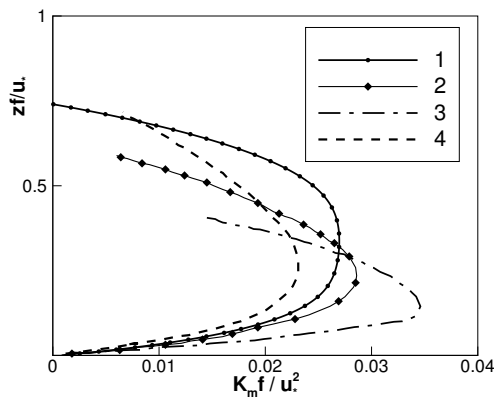


Рис. 7: Вертикальный вихревой коэффициент диффузии импульса: 1 — вычисление по явной алгебраической модели турбулентных напряжений; 2 — модифицированная модель [13]; 3 — Hinze [24]; 4 — Wyngaard et al. [25].

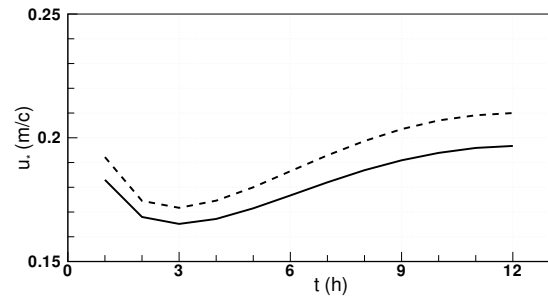


Рис. 8: Скорость трения на поверхности: штриховая линия — $Ro = 8 \cdot 10^5$, сплошная линия — $Ro = 8 \cdot 10^6$, по оси абсцисс — время в часах.

На рис. 7 приведены вертикальные профили вихревого коэффициента диффузии импульса. Там же для сравнения нанесены данные других авторов. На рис. 8 показана скорость трения на поверхности в зависимости от времени интегрирования. Как и в LES-расчете [20], скорость трения на поверхности уменьшается с увеличением числа Россби.

Заключение

В данной работе выполнено численное моделирование нейтрально стратифицированного атмосферного пограничного слоя. Эта задача является классической задачей геофизической гидромеханики. Новизна работы

заключена в использовании явной алгебраической модели для турбулентных потоков импульса, которая является предельным случаем полной явной модели для турбулентных потоков импульса и тепла для термически стратифицированного пограничного слоя атмосферы. Модель правильно воспроизводит вертикальные профили средней скорости ветра, касательных турбулентных напряжений, вертикального распределения кинетической энергии турбулентности, поведение экмановской спирали среднего ветра в зависимости от величины числа Россби. Полученные характеристики нейтрального течения Экмана предполагается использовать в качестве входного модуля при численном исследовании эволюции структуры устойчиво стратифицированного планетарного пограничного слоя с неустановившейся температурой поверхности.

Список литературы

- [1] Holtslag A.A.M, Svensson G, Baas P, Basu S, Beare B, Beljaars A.C.M, Bosveld F.C, Cuxart J, Lindvall J, Steeneveld G.J, Tjernstrom M, Van deWiel B.J.H. Stable atmospheric boundary layers and diurnal cycles: challenges for weather and climate models // *Bull Am Meteor Soc.* 2013. V. 94, iss. 11. P. 1691–1706.
- [2] Монин А. С., Обухов А. М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы. Труды Геофизического института. М.: Изд-во АН СССР, 1954. 25(151). С. 163–187.
- [3] Mellor G.L., Yamada T. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // *Rev. Geophys Space Phys.* 1982. V. 20. P. 851–875.
- [4] Rodi W. A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses // *Z. Angew. Math. Mech.* 1976. V. 56. P. 219–221.
- [5] Cheng Y., Canuto V. M., Howard A. M. An Improved Model for the Turbulent PBL // *J. Atmos. Sci.* 2002. V. 59. No. 5. P. 1550–1565.
- [6] Kurbatskii A. F., Kurbatskaya L. I. turbulence closure model for an atmospheric boundary layer including the urban canopy // *Meteorol. Atmos. Phys.* 2009. V. 104. No. 1-2. P. 63–81.
- [7] Sommer T. P., So R. M. C. On the modelling of homogeneous turbulence in a stably stratified flow // *Phys. Fluids.* 1995. V. 7 (11). P. 2766–2777.
- [8] So R. M. C, Vimala P., Jin L. H., Zhao C. Y., Gatski T. B. Accounting for buoyancy effects in the explicit algebraic stress model: homogeneous turbulent shear flows // *Theor. Comput. Fluid Dyn.* 2002. V. 15. P. 283–302.
- [9] So R. M. C., Jin L. H., Gatski T. B. An explicit algebraic Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: part II Buoyant flow // *Theor. Comput. Fluid Dyn.* 2004. V. 17. P. 377–406.
- [10] Jin L. H., So R. M. C., Gatski T. B. Equilibrium states of turbulent homogeneous buoyant flows // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 482. P. 207–233.
- [11] Kurbatskii A. F. Computational Modeling of the Turbulent Penetrative Convection above the Urban Heat Island in Stably Stratified Environment // *J. Appl. Meteor.* 2001. V. 40 (10). P. 1748–1761.
- [12] Курбацкий А. Ф., Курбацкая Л. И. Трехпараметрическая модель турбулентности для атмосферного пограничного слоя над урбанизированной поверхностью // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2006. Т. 42(4). С. 476–494.
- [13] Duynkerke P. G. Application of the Turbulence Closure Model to the Neutral and Stable Atmospheric Boundary Layer // *J. Atmos. Sci.* 1988 V. 45. No. 5. P. 865–880.
- [14] Panofsky H. A., Dutton J. A. *Atmospheric Turbulence.* Wiley and Sons. 1984. — 397 pp.
- [15] Lazeroms W. M. J., Svensson G., Bazile E., Brethouwer G., Wallin S., Johansson A. V. Study of Transitions in the Atmospheric Boundary Layer Using Explicit Algebraic Turbulence Models // *Boundary-Layer Meteor.* 2016. V. 161. P. 19–47.
- [16] Теннекес Х., Законы подобия, масштабные соотношения и спектральная динамика. В кн. “Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей”. Л.: Гидрометеиздат. 1985. С. 51–82.

- [17] Зилитинкевич С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеиздат. 1970. — 292 с.
- [18] Roache P. J. Computational fluid dynamics. Hermosa Publishers Albuquerque, 1976.
- [19] Nicholls S. Aircraft Observations of the Ekman Layer during the Joint Air-Sea Interaction Experiment // Quart. J. Meteor. Soc. 1985. V. 111. P. 391–426.
- [20] Шокуров М. В., Артамонов С. Ю., Эзау И. Н. Численное моделирование нейтрально стратифицированного атмосферного пограничного слоя // Морской гидрофизический журнал. 2013. № 2. С. 37–50.
- [21] Gohari S. M., Sarkar S. Direct Numerical Simulation of Turbulence Collapse and Rebirth in Stably Stratified Ekman Flow // Boundary-Layer Meteor. 2017. V. 162. P. 401–426.
- [22] Jimenez MA, Cuxart J. Large-eddy simulations of the stable boundary layer using the standard Kolmogorov theory: range of applicability // Boundary-Layer Meteor. 2005. V. 115. P. 241–261.
- [23] de Wiel BJHV, Moene GJAF, Steeneveld P, Baas FC, A BA, Holtslag M (2012) The cessation of continuous turbulence as precursor of the very stable nocturnal boundary layer // J Atmos Sci V. 69. P. 3097–3115.
- [24] Hinze J Q. Turbulence. McGraw-Hill. 1975. — 790 pp.
- [25] Wyngaard J. C., Cote O. R., Rao K. S. Modeling the atmospheric boundary layer // Advances in Geophysics. 1974. V. 18A, Academic Press, P. 193–211.

*Людмила Ивановна Курбацкая — ст. науч.сотр. Института
вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
e-mail: L.Kurbatskaya@otmgp.sscs.ru;*

*Альберт Феликсович Курбацкий — д.ф.-м.н., Г.Н.С. Института теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН; Новосибирский государственный университет;
e-mail: kurbat@itam.nsc.ru.*

Дата поступления — 22 мая 2017 г.