

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЦЕНАРИЕВ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ОБЛАСТИ ОБРУШЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

С. Н. Яковенко

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090, Новосибирск

УДК 532.517.4

Выполнено математическое моделирование течений с препятствием и стратификацией в различных условиях при помощи методов моделирования крупных вихрей (LES) и прямого численного моделирования (DNS), примененных для решения трехмерных уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, дополненных уравнением диффузии скаляра. Представлены результаты сканирования в широких диапазонах физических параметров ($Re = UH/\nu$, $Pr = \nu/\kappa$) для сценариев перехода к турбулентности при опрокидывании внутренних волн, генерируемых двумерным препятствием высоты H в устойчиво стратифицированном потоке с постоянными входными значениями скорости U и градиента плотности. Это явление изучается путем визуализации полей скорости, плотности и анализа спектров, полученных из данных моделирования DNS/LES при числах Рейнольдса $50 \leq Re \leq 40\,000$, соответствующих опытам в гидродинамических каналах с буксируемым телом, и числах Прандтля/Шмидта $1 \leq Pr \leq 700$, соответствующих течениям в атмосфере и океане.

Ключевые слова: устойчивая стратификация, течение над препятствием, обрушение внутренних волн, неустойчивость, турбулентность, моделирование.

Введение

Работа выполняется в продолжение численного исследования процессов неустойчивости и турбулентности при обрушении подветренных волн, начатого в [1, 2], где приведены результаты DNS при $Re = 4000$ и $Pr = 1$ (рис. 1) с разрешением, достаточным для выявления тонких деталей процессов перехода [2] и последующей турбулентности [1]. Подобное явление исследовано в лабораторных экспериментах в каналах с буксируемым телом [3, 4, 5]. Вторичная неустойчивость поля плотности, возникающая после опрокидывания волны, включает набор трансверсальных мод. Наименьшая мода (с длиной волны $\lambda_y \simeq 0,5H$) отвечает возмущениям неустойчивости Рэлея–Тейлора (НРТ), быстро растущим и порождающим конвективные грибовидные структуры с вихрями неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. В поздние моменты перехода мелкие вихри трансформируются в крупные тороидальные структуры, и становится доминирующей другая мода $\lambda_y \sim 2,5H$, которая также была зафиксирована в [4, 5, 6]. Эту крупномасштабную моду можно ассоциировать с наиболее неустойчивым возмущением двумерной вихревой пары в месте опрокидывания волны. Визуализация структур усложнена наличием каскада мелкомасштабных вихрей, приводящего к формированию инерционного интервала $-5/3$ и диссипативной подобласти с более крутым наклоном. Для $Pr \gg 1$ наблюдается более ранний и быстрый рост НРТ с более мелкими структурами [7].

Целью настоящей работы является численное моделирование при различных числах Рейнольдса, Прандтля/Шмидта и выяснение влияния этих параметров на детали перехода к турбулентности. Например, уменьшение значения $Re < 4000$ позволяет улучшить разрешение вследствие меньших отношений размера сетки к колмогоровскому микромасштабу при меньших Re ; это дает улучшение статистики в турбулентной области. Расчеты при различных Re могут выявить критическое значение (Re_1) для возникновения неустойчивости. С другой стороны, при $Re > Re_2$ и в зависимости от разрешения сетки подход DNS (или неявный

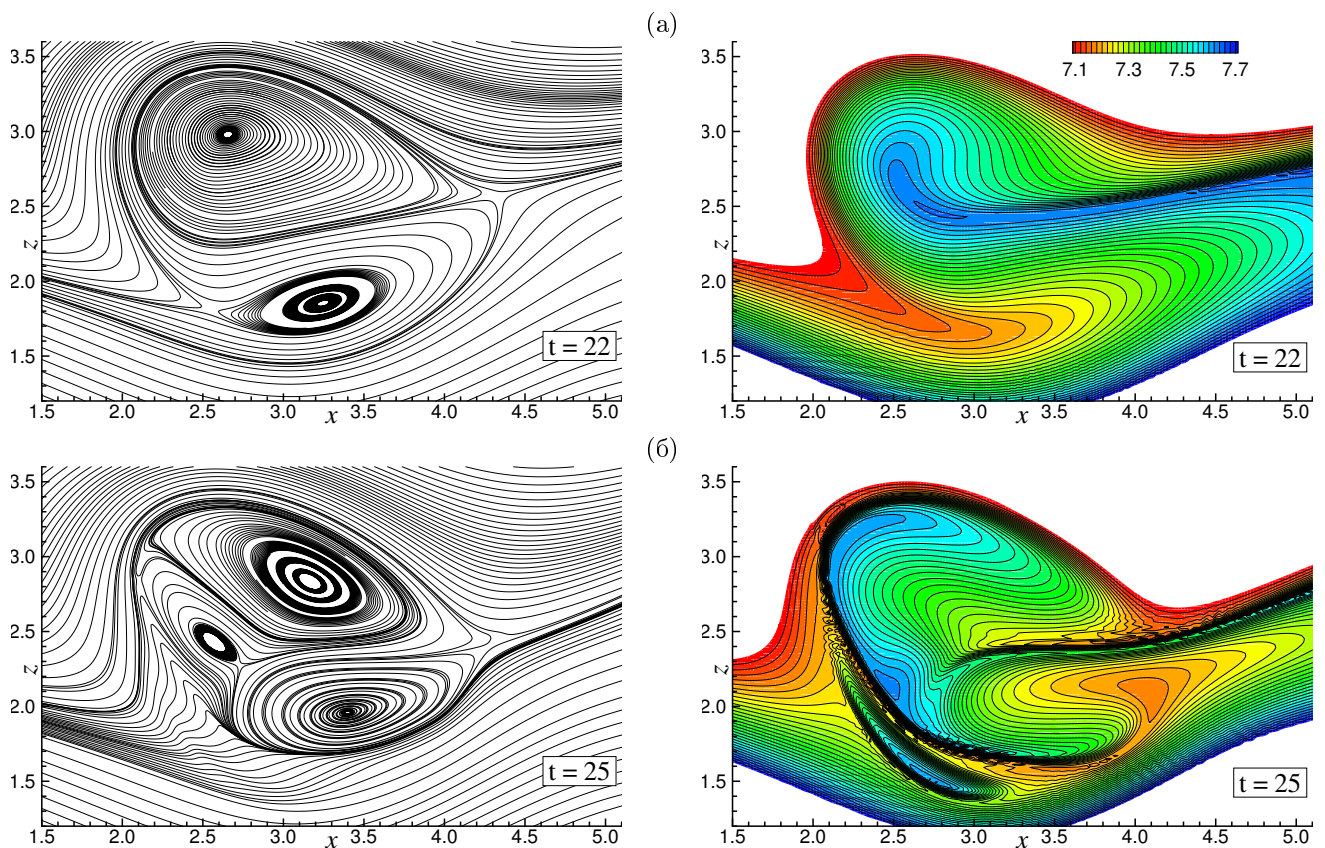


Рис. 1: Линии тока (слева), изолинии скаляра (справа), $Re = 4000$, $Pr = 1$, $y = 0$, $t = 22$ (а) и 25 (б)

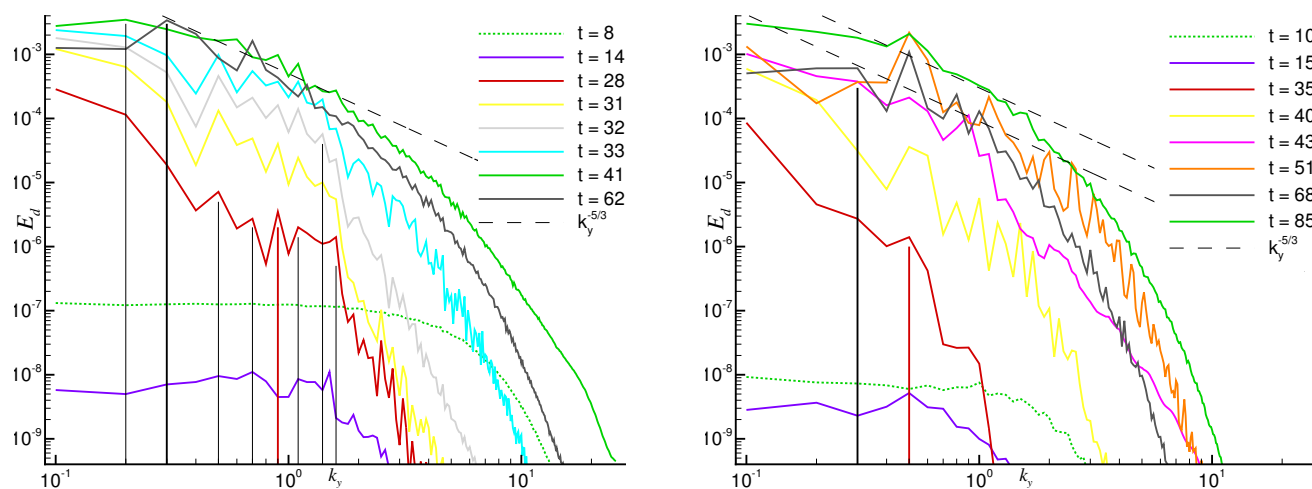
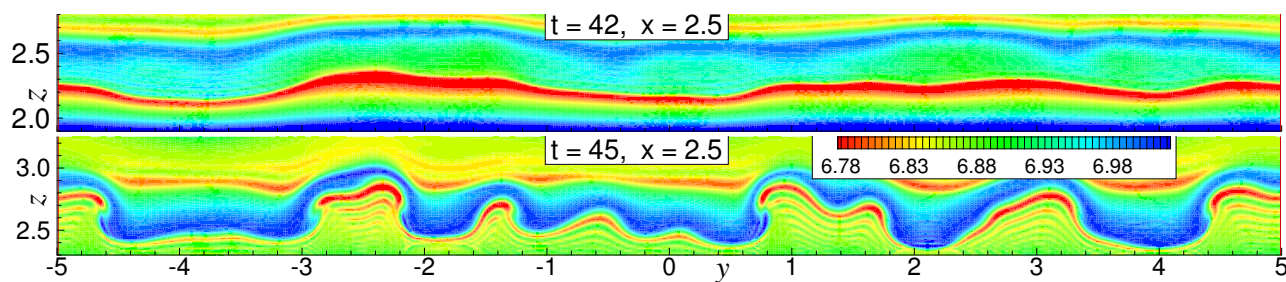
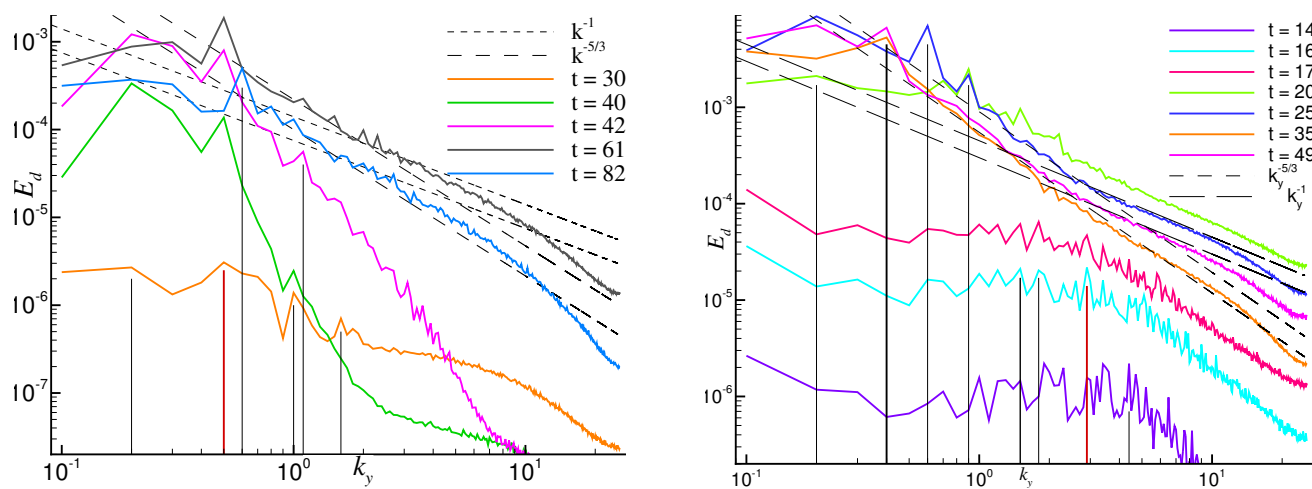
LES) может становиться неадекватным, и для параметризации мелких вихрей подсеточных масштабов (SGS) необходимо вводить SGS-модель подсеточной вязкости и диффузии. Варьирование значения Pr также позволит найти критические значения, в частности, для определения предела применимости DNS. Имеет смысл отдельно рассматривать реальные ситуации неизотермических течений в атмосфере ($Pr \sim 1$) и водоемах ($Pr \sim 7$), а также соленой воды в океанских эстуариях ($Pr \sim 700$).

1 Модель

Применены трехмерные уравнения неразрывности, Навье–Стокса и диффузии скаляра (плотности) для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, учитывающем эффекты плавучести в стратифицированной среде. Основные уравнения и подробности их численной реализации представлены в предшествующей работе [1].

2 Результаты

Результаты для $Pr = 1$ и различных Re показывают (рис. 2), что при $Re = 1000$ во время роста возмущений наблюдается набор пиков ($0,6H < \lambda_y \leq 2,0H$) на трансверсальном спектре, на этапе турбулентной области появляется доминирующая мода $\lambda_y \approx 3,3H$. При $Re = 500$ можно видеть почти постоянное доминирование моды спектра $\lambda_y \approx 2H$ (соответствующей позднему росту НРТ при $45 \leq t \leq 60$) и более слабые пики $\lambda_y \approx 0,9H$ и $3,3H$. При $Re = 200$ и $Pr = 1$ амплитуда трансверсальной неустойчивости мала, так что возмущения изолиний плотности незаметны и не приводят к развитию турбулентности. Однако, в расчетах при $Re = 200$ с большими числами Pr происходит рост НРТ с длиной волны максимально нарастающего возмущения $\lambda_y \approx 2H$ (рис. 3, 4), а спектры на этапе развитой турбулентности ($t > 60$) иллюстрируют как инерционный интервал ($k^{-5/3}$), так и конвективно-вязкий интервалы (k^{-1}) при высоких волновых числах,


 Рис. 2: Трансверсальные спектры дисперсии пульсаций скаляра при $Pr = 1$, $Re = 1000$ (слева) и 500 (справа)

 Рис. 3: Изолинии скаляра (плотности) в поперечном сечении $x = 2.5$ при $Re = 200$, $Pr = 700$

 Рис. 4: Спектры дисперсии пульсаций скаляра: $Re = 200$, $Pr = 700$ (слева) и $Re = 10\,000$, $Pr = 1$ (справа)

возможно, подтверждая теорию Бэтчелора при $Pr \gg 1$, тогда как измерения не способны уловить этот тонкий эффект [8]. С другой стороны, меньшие наклоны спектров также могут быть связаны с недоразрешением поля плотности и возникающим при этом численным шумом, на что указывают спектры при $Pr = 1$ и большом числе $Re = 10^4$ (рис. 4).

В целом, можно заметить, что с ростом чисел Re или Pr уменьшается длина волны квазидвумерных возмущений НРТ (см., напр., рис. 3, 5), ускоряется их рост, а также возникают несколько рядов возмущений НРТ в поперечном сечении (рис. 5) и ряд — в продольном направлении x (рис. 6).

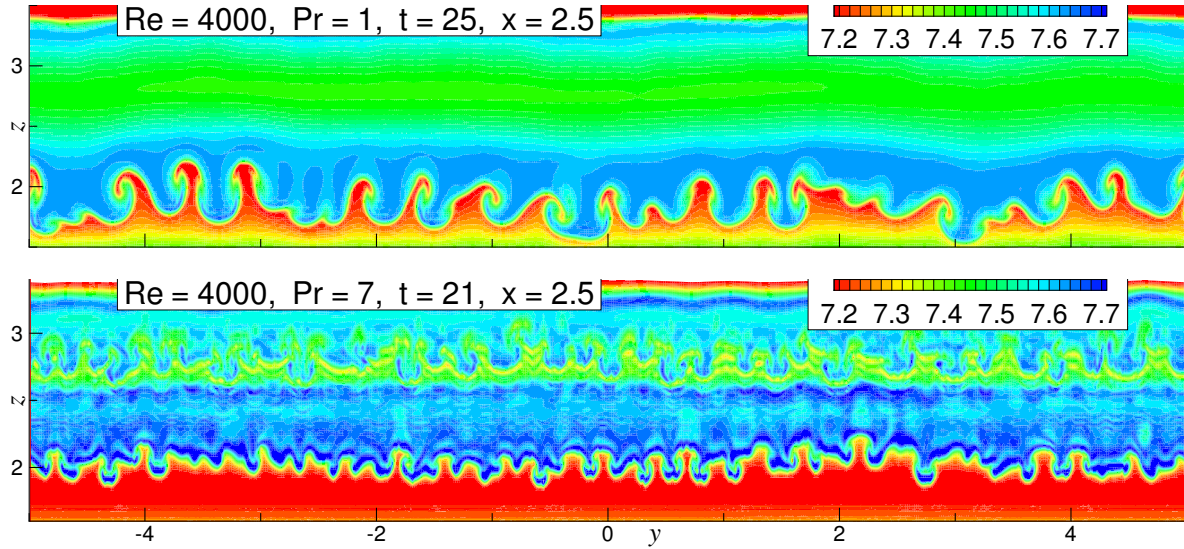


Рис. 5: Изолинии скаляра (плотности) в сечении $x = 2.5$ — DNS, $Re = 4000$, $Pr = 1$ и 7

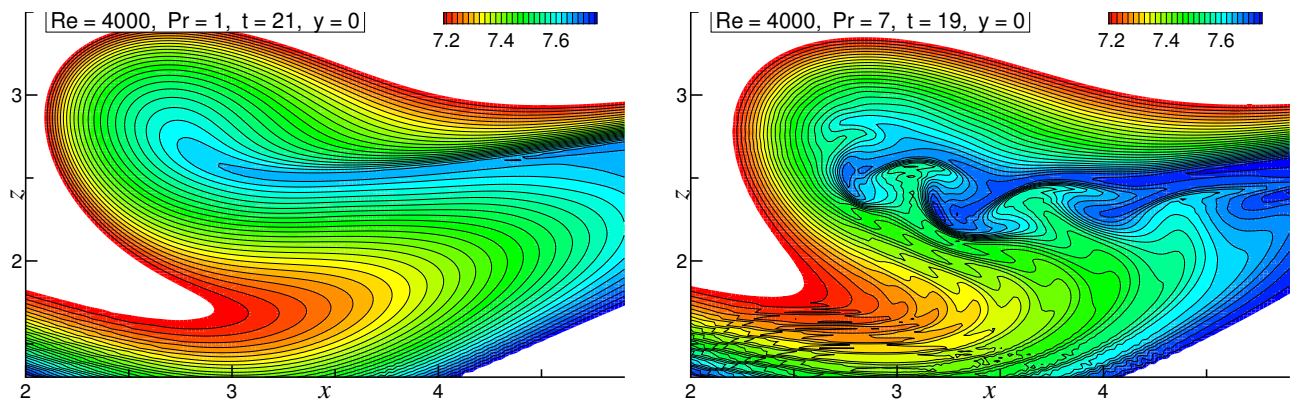


Рис. 6: Изолинии скаляра (плотности) в сечении $y = 0$ — DNS, $Re = 4000$, $Pr = 1$ и 7

Интегральные результаты приведены на рис. 7, где символами нанесена длина волны максимально нарастающего возмущения, полученная из визуализации полей плотности и анализа спектров. Заметим, что соблюдается выражение $\lambda = \lambda' = 4\pi H[(2\Delta\rho_H/\Delta\rho)F_H^2 Re^{-2}]^{1/3}$ (штриховая линия), соответствующее теории [9] и записанное в [2] при $Pr = 1$ (характерный перепад плотности между порциями тяжелой и легкой сред, $\Delta\rho \simeq 10^{-3}\Delta\rho_H$, относится к ранним этапам НРТ). Для произвольных чисел Прандтля это соотношение следует уточнить как $\lambda = f(Pr)\lambda'$, где $f(Pr) \rightarrow \text{const}$ при $Pr \rightarrow \infty$ и $f(Pr_1) > f(Pr_2)$ при $Pr_1 < Pr_2$.

Заключение

Представлены результаты математического моделирования области обрушения подветренных волн, генерируемых двумерным препятствием в устойчиво стратифицированном потоке, в широком диапазоне чисел

Рейнольдса и Прандтля/Шмидта. Обсуждаемые сценарии развития неустойчивости могут реализовываться при генерации геофизической турбулентности вдали от подстилающей поверхности.

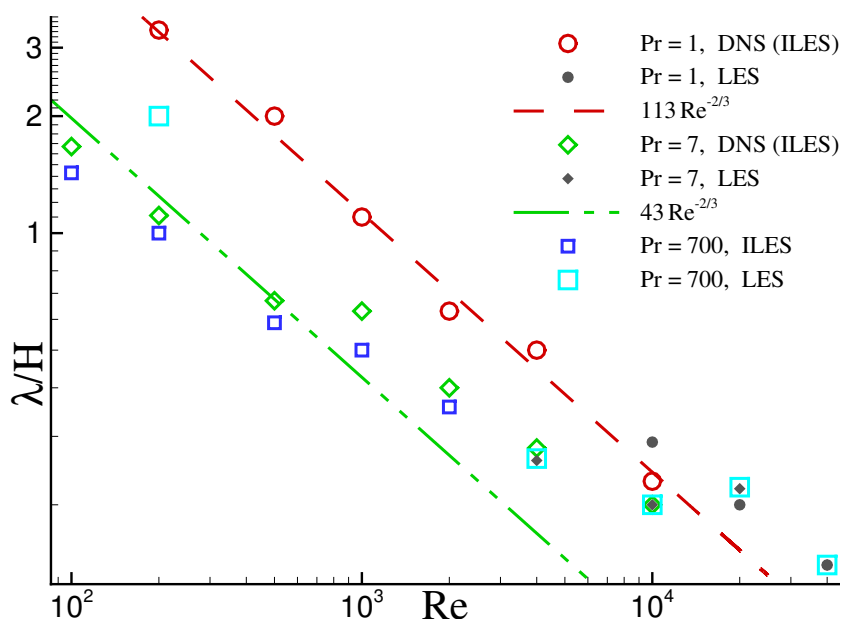


Рис. 7: Длина волны максимально нарастающего возмущения в зависимости от Re и Pr

Список литературы

- [1] Yakovenko S. N., Thomas T. G., Castro I. P. A turbulent patch arising from a breaking internal wave // J. Fluid Mech. 2011. V. 677. P. 103–133.
- [2] Yakovenko S. N., Thomas T. G., Castro I. P. Transition through Rayleigh–Taylor instabilities in a breaking internal lee wave // J. Fluid Mech. 2014. V. 760. P. 466–493.
- [3] Castro I. P., Snyder W. H. Experiments on wave breaking in stratified flow over obstacles // J. Fluid Mech. 1993. V. 255. P. 195–211.
- [4] Eiff O., Bonneton P. Lee-wave breaking over obstacles in stratified flow // Phys. Fluids. 2000. V. 12. P. 1073–1086.
- [5] Eiff O., Huteau F., Tolu J. High-Reynolds-number orographic wave-breaking experiments // Dyn. Atmos. Oceans. 2005. V. 40. P. 71–89.
- [6] Gheusi F., Stein J., Eiff O. F. A numerical study of three-dimensional orographic gravity-wave breaking observed in a hydraulic tank // J. Fluid Mech. 2000. V. 410. P. 67–99.
- [7] Yakovenko S. N., Thomas T. G., Castro I. P. On subgrid-scale model implementation for a lee-wave turbulent patch in a stratified flow above an obstacle // Progress in Turbulence V: Proc. of the iTi Conf. in Turbulence, 2012 / ed. A. Talamelli et al. Springer, 2014. – Springer Proceedings in Physics. V. 149. P. 233–236.
- [8] Warhaft Z. Passive scalars in turbulent flows // Annu. Rev. Fluid Mech. 2000. V. 32. P. 203–240.
- [9] Youngs D. L. Numerical simulation of turbulent mixing by Rayleigh–Taylor instability // Physica D. V. 12. P. 32–44.

Сергей Николаевич Яковенко — д.ф.-м.н., ст. науч.сотр. Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН;
e-mail: yakovenk@itam.nsc.ru.

Дата поступления — 31 мая 2017 г.