

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ПУЧКА СВЕТА ЧЕРЕЗ СЛОЙ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

Р. В. Галёв¹, А. Н. Кудрявцев^{1,2}, С. И. Трашкеев^{3,4}

¹ *Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090, Новосибирск*

² *Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск*

³ *Институт лазерной физики СО РАН, 630090, Новосибирск*

⁴ *Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН, 630090, Новосибирск*

УДК 519.63, 537.874, 537.876

В работе проведено численное моделирование прохождения пучка света через анизотропную жидкокристаллическую среду. Уравнения Максвелла решались методом FDTD на расчетных сетках, насчитывавших до $6 \cdot 10^8$ узлов. Моделировалось распространение основной моды HE_{11} волоконного световода через слой нематического жидкого кристалла, заполняющего поперечный зазор в оптоволокне и содержащий дисклинацию. Была изучена зависимость генерируемого углового момента от толщины слоя и силы дисклинации, найдены параметры системы, при которых генерация закрученных пучков света происходит наиболее эффективным образом.

Ключевые слова: жидкие кристаллы, угловой момент электромагнитного излучения, уравнения Максвелла, численное моделирование.

Введение

Получение, изучение и использование «оптических вихрей», то есть пучков света с винтовыми дислокациями волнового фронта является одним из наиболее быстро развивающихся направлений современной оптики [1]. Такие пучки, несущие в дополнение к обычному спиновому моменту фотонов также дополнительный орбитальный угловой момент, находят приложения в самых разнообразных областях науки и техники, от микроскопии и манипуляции микроскопическими объектами до повышения скорости передачи информации и обработки изображений астрономических объектов [2, 3].

Одним из эффективных методов генерации оптических вихрей может служить взаимодействие света с анизотропными, в частности жидкокристаллическими средами. Преимуществом использования жидкокристаллических сред является возможность динамического изменения параметров выходного пучка с помощью малых внешних электромагнитных, механических, тепловых и др. воздействий на жидкий кристалл [4]. Перспективной представляется разработка для этих целей миниатюрной интегральной волоконно-оптической системы, включающей нематический жидкий кристалл (НЖК),

Создание подобной системы и определение ее оптимальных параметров может быть существенно облегчено предварительным численным моделированием. Результаты такого численного моделирования, имевшего своей целью исследование того, как толщина слоя НЖК и особенности ориентационного порядка молекул НЖК внутри слоя влияют на угловой момент прошедшего через слой пучка лазерного излучения, и представлены в данной статье.

1 Интегральная волоконно-оптическая система

В настоящее время в Институте лазерной физики СО РАН проводятся экспериментальные исследования свойств волоконно-оптической системы (рис. 1). Между двумя торцами оптоволокна, разведенными на рас-

стояние $\Delta h = 10 \div 500$ мкм, помещен НЖК (NLC). По оптоволокну распространяется пучок излучения с длиной волны $\lambda = 1480$ нм от волоконного лазера с мощностью до 0.4 Вт. Измеряются характеристики излучения, прошедшего через слой НЖК.

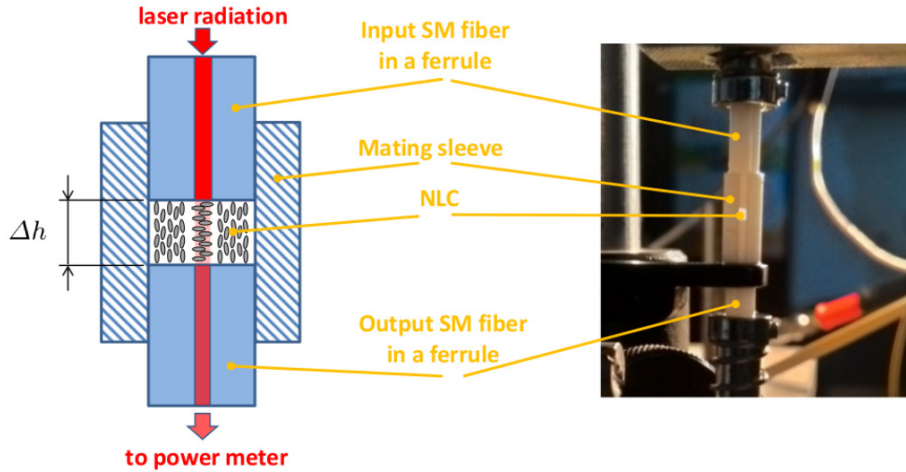


Рис. 1: Схема и внешний вид экспериментальной установки

2 Уравнения Максвелла для НЖК

Миниатюрные размеры системы, сравнимые с длиной волны электромагнитного излучения определяют необходимость моделирования на основе полных уравнений Максвелла. При численном моделировании интегрируются по времени уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{j}, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \text{где } \mathbf{D} = \hat{\varepsilon} \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H}. \quad (1)$$

Рассматриваются немагнитные и непроводящие среды, в силу чего тензор магнитной проницаемости $\hat{\mu}$ является единичным, а вектор \mathbf{j} обозначает стороннюю плотность тока, которая может быть использована в численном расчете для генерации падающего пучка электромагнитного излучения.

Анизотропные свойства НЖК при наиболее простом и распространенном подходе [5, 6] описываются директором $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{r})$ — единичным вектором, чье направление совпадает с преимущественной ориентацией молекул среды в данной точке. Директор определяется с точностью до знака, так что векторы \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$ отвечают одному и тому же ориентационному состоянию.

Диэлектрические свойства НЖК среды характеризуются двумя константами ε_{\parallel} , ε_{\perp} , диэлектрическими проницаемостями соответственно вдоль и поперек направления директора. Компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}_{ij}$ выражаются через ε_{\parallel} , ε_{\perp} и компоненты директора как

$$\hat{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{\perp} \delta_{ij} + (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) n_i n_j. \quad (2)$$

В настоящей работе при моделировании пространственное распределение $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ и ε_{\parallel} , ε_{\perp} полагаются известным. Предполагается также, что $\hat{\varepsilon}$ не зависит от \mathbf{E} , так что нелинейные эффекты отсутствуют. Очевидно, что это приближение справедливо, если интенсивность падающей волны не очень велика.

3 Поле директора и сила дисклинации

Направление директора на твердых стенках, ограничивающих объем НЖК, может быть задано путем соответствующей обработки стенок или с помощью другого внешнего воздействия. При этом поле директора внутри объема может включать особые точки, линии или поверхности, в которых направление вектора \mathbf{n} не определено. Эти дефекты кристаллической структуры называются дисклинациями [5]. Поверхностные дисклинации, как правило, неустойчивы [6]. Линейные дисклинации, являющиеся широко распространенным

элементом ориентационной структуры НЖК, обязаны либо оканчиваться на стенках, либо представлять собой замкнутую линию. Поскольку противоположные направления директора отвечают одному и тому же ориентационному состоянию, то $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{n}) = \hat{\varepsilon}_{ij}(-\mathbf{n})$, и вектор \mathbf{n} при обходе замкнутого контура, охватывающего линейную дисклинацию, может совершать как целое, так и полуцелое число оборотов вокруг произвольной оси. Это число оборотов называется «силой дисклинации» s . Сила дисклинации s для конкретной линейной дисклинации не зависит от контура, охватывающего дисклинацию [5, 6] и является ее характеристикой.

Распределение вектора \mathbf{n} вблизи линейной дисклинации должно удовлетворять условию минимума свободной энергии НЖК [6]. В плоскости Ω , перпендикулярной линейной дисклинации γ , полярный угол θ между радиус-вектором \mathbf{r} , проведенным из точки пересечения с дисклинацией O , и каким-нибудь выбранным на плоскости радиус-вектором \mathbf{r}_0 , линейно связан с углом φ между директором $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ и радиус-вектором \mathbf{r}_0 (рис. 2):

$$\varphi = s \cdot \theta + \varphi_0. \quad (3)$$

Величина φ_0 значительно влияет на вид распределения \mathbf{n} , и, вообще говоря, может меняться при движении вдоль дисклинации. Примеры распределений \mathbf{n} в плоскости Ω при некоторых значениях s , φ_0 представлены на рис. 3.

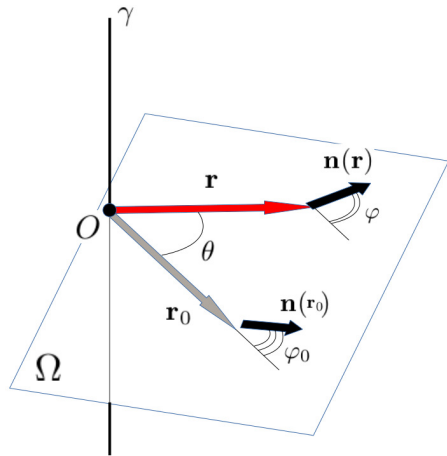


Рис. 2: Обозначения, используемые при описании поля директора

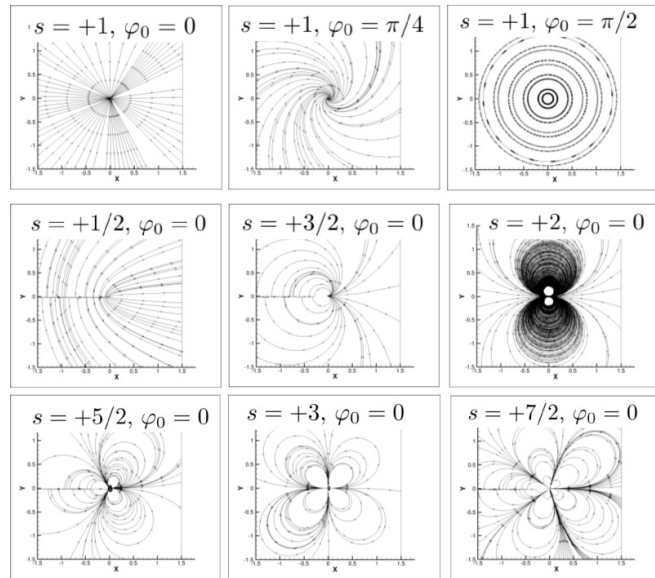


Рис. 3: Распределения директора в окрестности дисклинации при различных значениях s и φ_0

4 Угловой момент пучка электромагнитного излучения

Оптоволокно круглого сечения, используемое в экспериментальной волоконно-оптической системе (рис. 1), состоит из сердцевины и оболочки, имеющих различные показатели преломления. Аналитическое решение уравнений Максвелла, описывающее распределение и распространение электромагнитного поля в оптоволкне, представляется в виде дискретного набора собственных мод оптоволкна [7].

В соответствии с экспериментальными условиями, при моделировании, в качестве падающего пучка электромагнитного излучения, использовалась либо мода HE_{11} (рис. 4а), либо суперпозиция двух мод, отличающихся направлением вращения, $HE_{11} + HE_{-11}$ (рис. 4б).

Предметом исследования является момент импульса, который приобретает пучок лазерного излучения, проходя через слой анизотропной среды. Важность этой величины заключается в том, что при взаимодействии с материальной средой, в частности с малыми частицами, момент импульса может быть передан им, приводя к появлению действующего на них вращающего момента [8].

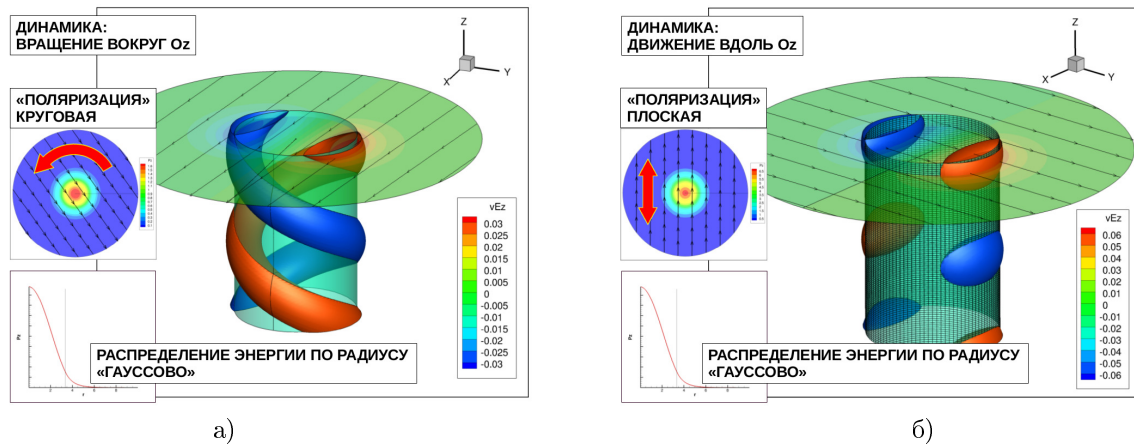


Рис. 4: Мгновенное распределение E_z (изоповерхность), поле вектора Пойнтинга в поперечной плоскости и радиальное распределение средней по периоду плотности энергии для моды HE_{11} (а) и суммы двух мод с противоположным вращением $HE_{11} + HE_{-11}$ (б). Вертикальный цилиндр соответствует границе сердцевины оптоволокна

В работе вычисляется линейная плотность $l_z(z)$ для z -компоненты L_z момента импульса \mathbf{L} электромагнитного поля пучка: $dL_z = l_z dz$. Она определяется формулой:

$$l_z(z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} [\mathbf{r} \times \mathbf{g}]_z dx dy = \iint_{-\infty}^{+\infty} [xg_y - yg_x] dx dy, \quad (4)$$

где $\mathbf{g} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ — объемная плотность импульса поля.

В изотропной среде l_z не зависит от z в силу закона сохранения момента импульса. В анизотропной среде момент импульса электромагнитного поля не обязательно сохраняется, поскольку может происходить обмен угловым моментом между полем и средой.

5 Численный метод решения уравнений Максвелла и параметры расчетов

Для численного решения уравнений Максвелла (1) используется широко распространенный метод FDTD (Finite-Difference Time-Domain) [9]. FDTD представляет собой явную центральноразностную схему второго порядка точности на шахматной (разнесенной) сетке, в которой различные компоненты электромагнитного поля хранятся в различных точках вычислительного шаблона. Кроме того электрическое и магнитное поля определяются в различные моменты времени, разнесенные на половину временного шага Δt . Схема FDTD для наиболее общей анизотропной среды описан, например, в [10].

Входящий пучок лазерного излучения генерируется путем задания плотности стороннего тока \mathbf{j} в некоторой плоскости. На границах вычислительной области ставятся неотражающие граничные условия, реализованные методом PML (Perfectly Matched Layer) [9].

Численный код распараллеливается с использованием геометрической декомпозиции расчетной области. Для передачи данных между узлами вычислительного кластера используется библиотека MPI (Message Passing Interface).

Выполнена серия расчетов взаимодействия пучка лазерного излучения, распространяющегося по оптоволокну со слоем НЖК толщины Δh , заполняющим цилиндрическую полость и содержащим линейную дисклинацию силы s , совпадающую с осью оптоволокна (рис. 5). Постоянными для всех расчетов остаются параметры оптоволокна и параметры НЖК (таб. 1, через λ обозначена длина волны в вакууме).

Каждый расчет отличается значением толщины слоя Δh , которая менялась в пределах от 0 до 10λ с шагом 0.2λ , силой дисклинации $s = 1 \div 7/2$, изменяемой с шагом $1/2$ при постоянной $\varphi_0 = 0$ (рис. 3) и видом входящего излучения: либо одна мода оптоволокна (рис. 4а), либо сумма двух мод (рис. 4б).

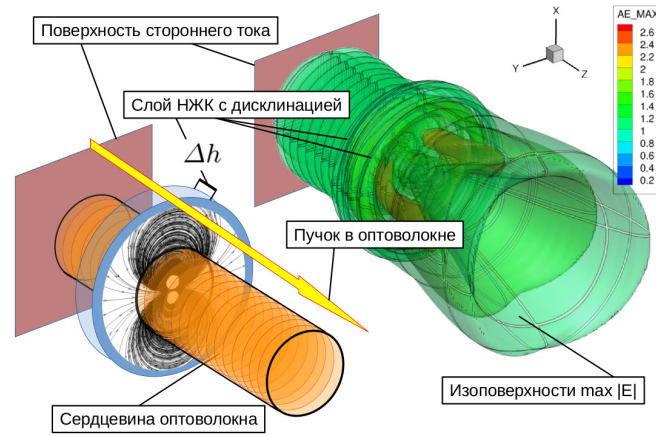


Рис. 5: Прохождение пучка лазерного излучения через слой НЖК

Таблица 1: Постоянные параметры расчетов

Величина	Значение
Диэлектрическая проницаемость сердцевин оптоволокну, ε_1	2.1556
Диэлектрическая проницаемость оболочки оптоволокну, ε_2	2.1400
Радиус сердцевин оптоволокну, a	3.33λ
Продольная диэлектрическая проницаемость НЖК, ε_{\parallel}	2.8224
Поперечная диэлектрическая проницаемость НЖК, ε_{\perp}	2.2801

Расчеты проводились на вычислительном кластере Новосибирского государственного университета. Пространственная сетка составляла $6 \cdot 10^8$ узлов. Использовалось 180 процессоров и 185 Гб оперативной памяти.

Отметим, что в работе [11] проводились численные расчеты взаимодействия гауссова пучка с НЖК в подобной геометрии, однако поведение углового момента излучения там не исследовалось.

6 Результаты расчетов

Расчеты показывают, что пучок электромагнитного излучения, проходя через слой НЖК с неоднородным полем ориентации, преобразуется достаточно сложным образом. Общим для различных случаев является то, что плотность излучения после взаимодействия с НЖК увеличивается на периферии, одновременно уменьшаясь вблизи оси (см. рис. 5).

Характеристики прошедшего пучка определялись в некоторой плоскости $z = z_0$, расположенной за полостью, на определенном расстоянии от нее. Вычислялось усредненное по периоду колебаний распределение вектора Пойнтинга $\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle = \text{Re}[\hat{\mathbf{E}}^* \times \hat{\mathbf{H}}]/2$ в данной плоскости. Здесь $\hat{\mathbf{E}}$, $\hat{\mathbf{H}}$ — комплексные амплитуды гармонического по времени электромагнитного поля, звездочкой обозначена комплексно сопряженная величина. Вектор Пойнтинга в используемых нами безразмерных обозначениях, в которых скорость света в вакууме принята за единицу, численно совпадает с плотностью импульса электромагнитного поля \mathbf{g} . Полученное распределение использовалось для вычисления усредненной по времени линейной плотности углового момента $\langle l_z(z) \rangle$. Поскольку часть энергии излучения отражается от торцевых стенок полости, полученная линейная плотность нормировалась на поток энергии прошедшего излучения вдоль оси z . Таким образом, результирующей величиной являлась lp_z — усредненная по периоду колебаний линейная плотность момента импульса, приходящаяся на единицу переносимой энергии:

$$lp_z(z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x \langle S_y \rangle - y \langle S_x \rangle] dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_z \rangle dx dy}. \quad (5)$$

На рис. 6 показана зависимость $lp_z(z_0)$ от Δh для различных сил дисклинации s (каждая точка соответствует отдельному расчету). Величина lp_z для падающего пучка при этом равнялась 0.109.

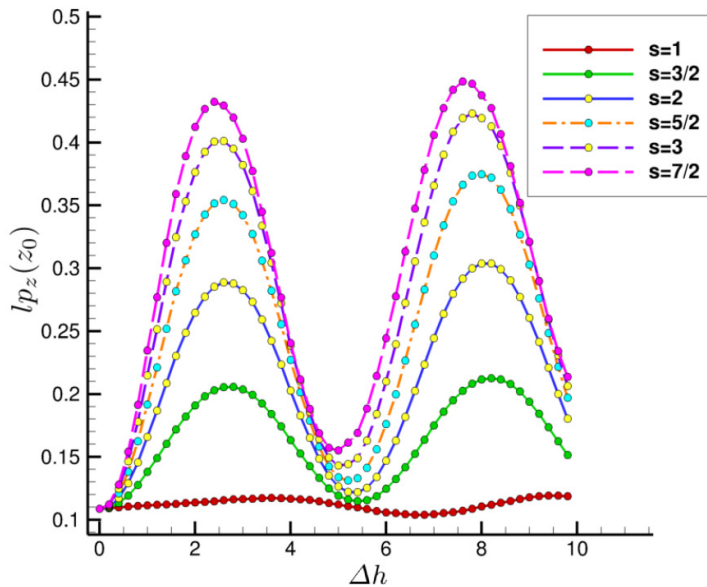


Рис. 6: Зависимость $lp_z(z_0)$ от Δh при входящем излучении в виде моды HE_{11}

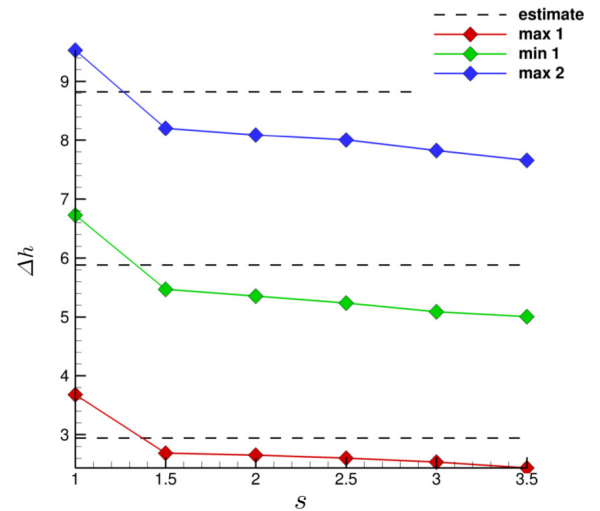


Рис. 7: Сравнение оценочных Δh с вычисленными Δh для экстремальных значений $lp_z(z_0)$ при различных s

Из рис. 6 видно, что величина приобретенного углового момента немонотонно зависит от толщины слоя НЖК. Зависимость содержит максимумы и минимумы, причем максимальное и минимальное значение lp_z могут отличаться в несколько раз. Величина максимумов растёт с увеличением силы дисклинации: в то время как при $s = 1$ величина lp_z может оказаться меньше исходной, при $s = 7/2$ ее максимальное значение превышает исходную величину примерно в 4 раза. Величина второго максимума оказывается несколько большей, чем величина первого. Это, вероятно, объясняется отмеченным выше эффектом перераспределения плотности излучения в пучке, приводящим к росту плотности на периферии пучка.

Толщины слоя НЖК, при которых наблюдаются максимумы и минимумы lp_z зависят от силы дисклинации — рис. 7. Расстояние между максимумами и минимумами может быть оценено аналитически, если пренебречь неоднородностью поля директора и считать НЖК просто пластиной из двоякопреломляющего материала, а падающий пучок заменить плоской волной. Это приводит к формуле

$$\delta h = \frac{\lambda/2}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel}} - \sqrt{\varepsilon_{\perp}}} = 2.941\lambda. \quad (6)$$

Первый и второй максимумы соответствуют $\Delta h = \delta h$ и $3\delta h$, первый минимум — $\Delta h = 2\delta h$. Эти значения показаны на рис. 7 пунктирными линиями.

В случае, когда падающий пучок представлял суперпозицию двух мод с равным нулю суммарным угловым моментом, прохождение через слой НЖК не приводило к появлению ненулевого момента: величина lp_z в этом случае всюду оставалась равной нулю.

Заключение

Путем численного решения уравнений Максвелла было показано, что прохождение пучка лазерного излучения через слой НЖК, содержащий дисклинацию, может приводить к существенному увеличению углового момента электромагнитного излучения. Данный эффект может быть использован для получения пучков света с высокими значениями момента импульса («оптических вихрей»). При этом падающий пучок уже должен обладать отличным от нуля угловым моментом: появление момента у первоначально не закрученного пучка не наблюдалось (по крайней мере, в случае когда дисклинация совпадает с осью пучка). Величина

генерируемого углового момента растет с увеличением силы дисклинации. Зависимость углового момента пучка от толщины слоя НЖК имеет немонотонный характер, с почти периодическими минимумами и максимумами. Значения максимального и минимального генерируемого момента могут отличаться друг от друга в несколько раз.

Список литературы

- [1] Franke-Arnold S., Allen L. Padgett M. Advances in optical angular momentum // Laser & Photon Rev. 2008. V. 2, No. 4. P. 299–313.
- [2] Yao A. M., Padgett M. J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications // Adv. Opt. Photon. 2011. V. 3, iss. 2. P. 161–204.
- [3] Ritsch-Marte M. Orbital angular momentum light in microscopy // Phil. Trans. R. Soc. A. 2017. V. 375. 20150437.
- [4] Karimi E. , Piccirillo B., Nagali E., Marrucci L., and Santamato E. Efficient generation and sorting of orbital angular momentum eigenmodes of light by thermally tuned q-plates // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 94. 231124.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. 5-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- [6] Де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977.
- [7] Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. 3-е изд. М.: Наука, 1989.
- [8] Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., and Woerdman J. P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes // Phys. Rev. A. 1992. V. 45, No. 11. P. 8185–8189.
- [9] Taflov A., Johnson S.G., Oskooi A. Advances in FDTD Computational Electrodynamics: Photonics and Nanotechnology. Boston, MA et al.: Artech House, Inc., 2013.
- [10] Schneider J. and Hudson S. The finite-difference time-domain method applied to anisotropic material // IEEE Trans. Antennas Propag. 1993. V. 41. P. 994–999.
- [11] Čančula M., Ravník M., Žumer S. Generation of vector beams with liquid crystal disclination lines // Phys. Rev. E. 2014. V. 90. 022503.

*Роман Владимирович Галёв — мл. науч. сотр. Института
теоретической и прикладной механики им С. А. Христиановича СО РАН;
e-mail: galev@itam.nsc.ru;*

*Алексей Николаевич Кудрявцев — д.ф.-м.н., ст. науч. сотр. Института
теоретической и прикладной механики им С. А. Христиановича СО РАН; Новосибирский государственный
университет;*

*Сергей Иванович Трашкеев — к.ф.-м.н., ст. науч. сотр. Института
лазерной физики СО РАН; Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН;
e-mail: sitrskv@mail.ru.*

Дата поступления — 10 мая 2017 г.