

# СУРРОГАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПРИ ЗАБОЙНОМ ДАВЛЕНИИ НИЖЕ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕНИЯ

И. В. Афанаскин, С. Г. Вольпин, П. В. Ялов

*Научно-исследовательский институт системных исследований РАН, 117218, Москва*

УДК 622.276.1/4

Работа посвящена изучению влияния модели скважины на результаты прогнозирования показателей разработки с помощью суррогатного моделирования при забойном давлении добывающих скважин ниже давления насыщения, а пластовом давлении выше давления насыщения. Под суррогатным моделированием понимается гидродинамическое моделирование с помощью концепции суперэлементов. Обычно при моделировании заводнения для учета скважин используется формула, похожая на формулу Дюпюи. В работе показано, что использование формулы Фетковича (по сравнению со стандартной формулой Дюпюи, не учитывающей влияние газа) существенно уточняет показатели работы отдельных скважин.

**Ключевые слова:** заводнение, экспресс-моделирование, оперативное моделирование, суррогатная модель, суперэлементная модель, сетка Вороного, формула Дюпюи, формула Фетковича.

## Введение

В настоящее время в России большинство нефтяных месторождений разрабатывается методом заводнения. При этом полученная нефтеотдача составляет не более 30–35 % начальных запасов нефти. Часто в России нефтеотдача не достигает и 25 %. В итоге накопление остаточных запасов нефти в обводненных пластах во многих нефтедобывающих регионах страны идет весьма быстрыми темпами. Поэтому актуальным является решение задачи математического моделирования заводнения.

Моделирование заводнения все сильнее входит в практику работы инженеров нефтяников на многих уровнях деятельности. Если ранее моделирование было прерогативой только инженеров по проектированию разработки нефтяных месторождений, то сейчас оно активно используется при контроле и управлении разработкой месторождений. Использование модели на основе концепции суперэлементов позволяет оперативно и оценочно решать подобные задачи. При этом простая и функциональная модель заводнения должна учитывать не только двухфазную фильтрацию нефти и воды, но и тот факт, что забойное давление в добывающих скважинах часто снижается ниже давления насыщения нефти газом. В результате этого в околоскважинной зоне пласта появляется газовая фаза, которая уменьшает продуктивность скважин по жидкости. Рассмотрим такую модель и влияние учета выделения газа в околоскважинной зоне на расчетные показатели разработки.

## 1 Математическая модель двухфазной фильтрации нефти и воды

Математическая модель упругой двухфазной фильтрации без учета капиллярных и гравитационных сил состоит из двух уравнений сохранения количества основных элементов (объемов каждой из фаз при стандартных условиях) и обобщенного закона Дарси [1, 4, 5]:

уравнения сохранения объемов нефти и воды

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{mS_o}{B_o} \right) + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{W}_o}{B_o} \right) = -\bar{q}_o, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{mS_w}{B_w} \right) + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) = -\bar{q}_w, \quad (1)$$

обобщенный закон Дарси

$$\vec{W}_o = -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \text{grad}(P), \quad \vec{W}_w = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \text{grad}(P), \quad (2)$$

где  $m$  — пористость;  $S_o$  и  $S_w$ ,  $B_o$  и  $B_w$ ,  $\vec{W}_o$  и  $\vec{W}_w$ ,  $\bar{q}_o$  и  $\bar{q}_w$ ,  $k_{ro}$  и  $k_{rw}$ ,  $\mu_o$  и  $\mu_w$  — насыщенность, объемный коэффициент, вектор скорости фильтрации, плотность источника (стока), моделирующего работу скважины, относительная фазовая проницаемость, вязкость нефти и воды соответственно;  $k$  — абсолютная проницаемость;  $P$  — пластовое давление.

Система уравнений (1)–(2) дополняется замыкающими соотношениями:

$$S_o + S_w = 1, \quad m = m_0 [1 + C_r (P - P_0)], \quad B_o = B_{o0} [1 - C_o (P - P_0)], \quad B_w = B_{w0} [1 - C_w (P - P_0)], \quad (3)$$

где  $m_0$  — пористость при начальном пластовом давлении;  $B_{o0}$  и  $B_{w0}$  — объемный коэффициент нефти и воды при начальном пластовом давлении;  $C_r$ ,  $C_o$  и  $C_w$  — сжимаемость пласта, нефти и воды;  $P_0$  — начальное пластовое давление.

Учитывая эти замыкающие соотношения, систему уравнений (1)–(2) можно привести к системе из двух дифференциальных уравнений в частных производных относительно давления  $P$  и водонасыщенности  $S \equiv S_w$  [5]:

$$m_0 [C_r + (C_w - C_o) S + C_o] \frac{\partial P}{\partial t} = -B_{o0} \left[ \bar{q}_o + \text{div} \left( \frac{\vec{W}_o}{B_o} \right) \right] - B_{w0} \left[ \bar{q}_w - \bar{q}_a + \text{div} \left( \frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) \right], \quad (4)$$

$$m_0 \left[ \frac{\partial S}{\partial t} + (C_r + C_w) S \frac{\partial P}{\partial t} \right] = -B_{w0} \left[ \bar{q}_w - \bar{q}_a + \text{div} \left( \frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) \right]. \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) дополняются начальными условиями:

$$P = P(x, y, z, t = 0), \quad S = S(x, y, z, t = 0) \quad (6)$$

и граничными условиями непротекания на внешних границах. При моделировании законтурной водоносной области нужно использовать источники/стоки в уравнениях (4) и (5) [1].

## 2 Численная схема

Рассмотрим расчетную сетку из ячеек, центры которых соответствуют скважинам, а размеры в плане сопоставимы с шагом сетки скважин (300–500 м). Для равномерного покрытия месторождения допускается введение фиктивных скважин. Использование такой сетки значительно сокращает продолжительность расчетов, по сравнению с традиционно используемыми сетками более мелкого шага [7].

Для построения суперэлементной сетки в горизонтальной плоскости используется алгоритм построения зон дренирования для каждой скважины, что сводится к построению областей Вороного [8], рис. 1:

1. Нанесение на карту скважин и границ.
2. Построение выпуклой оболочки по внешним скважинам.
3. Построение триангуляции Делоне по скважинам.
4. Построение областей Вороного по триангуляции.

Копируя построенную в плане сетку для разных слоев и изменяя глубину залегания кровли ячеек и их толщину, суперэлементная сетка преобразуется в 3D сетку.

Воспользуемся большим размером ячеек и рассмотрим полностью явную схему для уравнений (4) и (5):

$$P_i^{n+1} = P_i^n - \Delta t^{n+1} \frac{B_{o0} \left[ (q_o)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^n \right] + B_{w0} \left[ (q_w)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^n \right]}{F_i h_i (m_0)_i [C_r + (C_w - C_o) S_i^n + C_o]}, \quad (7)$$

$$S_i^{n+1} = S_i^n - \Delta t^{n+1} \frac{B_{w0}}{F_i h_i (m_0)_i} \left[ (q_w)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^n \right] - (C_r + C_w) S_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n), \quad (8)$$

где  $n$  — номер шага по времени;  $i$  — номер ячейки;  $\Delta t^{n+1}$  — шаг по времени;  $F_i$ ,  $h_i$  и  $(m_0)_i$  — площадь, толщина и пористость при давлении  $P_0$  ячейки  $i$ ;  $(q_\alpha)_i^n$  — дебит фазы  $\alpha = o, w$  скважины в ячейке  $i$  на шаге по времени  $n$ ;  $(q_\alpha)_{ij}^n$  — переток фазы  $\alpha = o, w$  между ячейками  $i$  и  $j$  на шаге по времени  $n$ ;  $N_i$  — количество соседних ячеек для ячейки  $i$ .

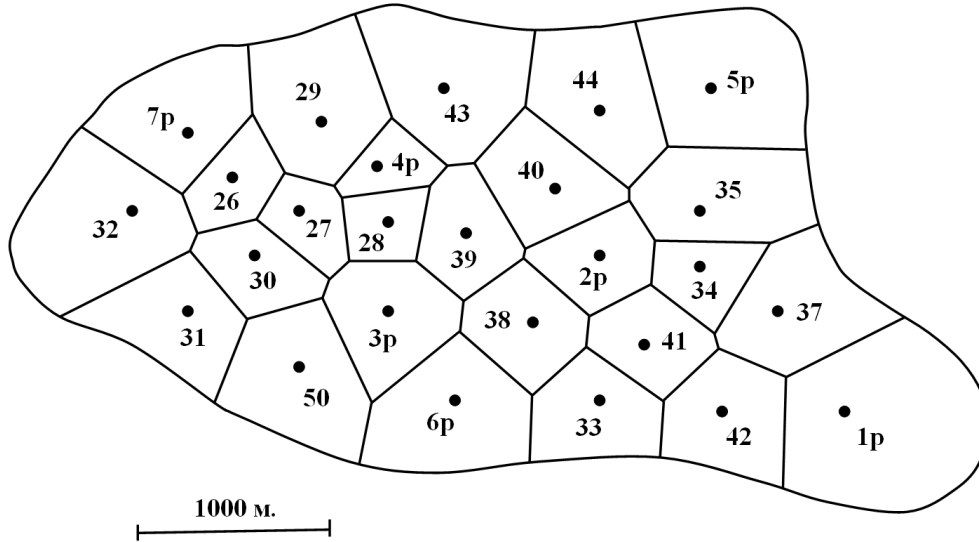


Рис. 1: Пример построения сетки суперэлементов в плане. Точки — скважины, цифры при них — номера скважин

Для исходного состояния системы задаются начальные условия. Шаг по времени рассчитывается так, чтобы максимальное изменение давления и насыщенности по всей модели за один шаг по времени не превышало заданных значений.

Переток между ячейками  $i$  и  $j$  определяется как:

$$(q_\alpha)_{ij}^n = \frac{k_{ij} (k_{r\alpha})_{ij}^n}{\mu_\alpha (B_\alpha)_{ij}^n} \cdot \frac{P_i^n - P_j^n}{L_{ij}} A_{ij} h_{ij}, \quad \alpha = o, w, \quad (9)$$

где  $A_{ij}$  — длина общего ребра ячеек  $i$  и  $j$ ,  $L_{ij}$  — расстояние между центрами ячеек (скважинами)  $i$  и  $j$ , рис. 2,

$$k_{ij} = \frac{2k_i k_j}{k_i + k_j}, \quad (B_\alpha)_{ij}^n = \frac{1}{2} [(B_\alpha)_i^n + (B_\alpha)_j^n], \quad h_{ij} = \frac{1}{2} [h_i + h_j], \quad (10)$$

$$(k_{r\alpha})_{ij}^n = \begin{cases} (k_{r\alpha})_i^n, & P_i^n > P_j^n, \\ (k_{r\alpha})_j^n, & P_i^n < P_j^n. \end{cases} \quad (11)$$

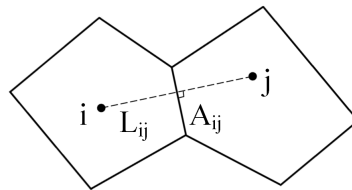


Рис. 2: Схема для расчета перетоков между ячейками

### 3 Моделирование скважин

Дебиты скважин по нефти  $q_o$ , воде  $q_w$  и обводненность  $W$  рассчитываются при определенном (заданном или рассчитанном) дебите жидкости  $q_l$  из следующих соотношений:

$$(q_o)_i^n = (q_l)_i^n (1 - W_i^n), \quad (q_w)_i^n = (q_l)_i^n W_i^n, \quad (12)$$

$$W_i^n = \frac{(k_{rw})_i^n}{(k_{rw})_i^n + (k_{ro})_i^n \frac{\mu_w (B_w)_i^n}{\mu_o (B_o)_i^n}}. \quad (13)$$

Как правило (в большинстве гидродинамических симуляторов, в том числе коммерческих) дебиты скважин по жидкости  $q_l$  определяются как произведение коэффициента продуктивности на депрессию:

$$(q_l)_i^n = PI_i^n (P_i^n - (P_w)_i^n), \quad (14)$$

где  $P_w$  — забойное давление,  $PI_i^n$  — коэффициент продуктивности скважины  $i$  по жидкости (в различных симуляторах он определяется по разному), который в данном случае определяется как:

$$PI_i^n = \frac{2\pi k_i h_i}{\ln \left[ \frac{(R_c)_i}{(r_w)_i} \right] + Skin_i^n} \cdot \left[ \frac{(k_{ro})_i^n}{\mu_o (B_o)_i^n} + \frac{(k_{rw})_i^n}{\mu_w (B_w)_i^n} \right], \quad (15)$$

где  $(r_w)_i$  — радиус скважины по долоту,  $Skin_i^n$  — скин-фактор скважины,  $(R_c)_i$  — эквивалентный радиус блока, определяемый как:

$$(R_c)_i = 0,14 \sqrt{2F_i}. \quad (16)$$

Видно, что уравнение для моделирования скважины (14) напоминает известную формулу Дююи. Для простоты так и будем его называть (хотя, строго говоря, это не так). Очевидно, что в постановке (12)–(16) в модели скважины не учитывается выделение газа в призабойной зоне. Его конечно можно учесть косвенно с помощью скин-фактора. Но возникает вопрос, как задавать требуемую зависимость для скин-фактора? Другим способом расчета дебита жидкости при забойном давлении ниже давления насыщения, а пластовом давлении выше давления насыщения является формула Фетковича [6]. Рассмотрим обобщенную формулу Фетковича, которую можно применять при забойном давлении как ниже, так и выше давления насыщения (при этом пластовое давление  $P_i^n$  должно быть выше давления насыщения):

$$(q_l)_i^n = \begin{cases} PI_i^n (P_i^n - (P_w)_i^n), & (P_w)_i^n > P_S, \\ PI_i^n (P_i^n - P_S^*) + J_i \left( (P_S^*)^2 - ((P_w)_i^n)^2 \right)^{n_i}, & (P_w)_i^n < P_S, \end{cases} \quad (17)$$

где  $PI_i^n$  — коэффициент продуктивности скважины при забойном давлении выше давления насыщения, определяемый по формуле (15),  $P_S$  — давление насыщения нефти газом,  $P_S^*$  — давление искривления индикаторной диаграммы,  $P_S^* \leq P_S$ ,  $J_i$  и  $n_i$  — коэффициенты, характеризующие совместную фильтрацию жидкости и газа.

Коэффициенты  $J_i$  и  $n_i$  определяются как функции  $PI_i^n$  по результатам гидродинамических исследований скважин [6]:

$$\ln(J_i) = \ln(a) + b \ln(PI_i^n), \quad n_i = c - d PI_i^n, \quad (18)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  — коэффициенты зависимости  $J_i$  и  $n_i$  от  $PI_i^n$ , обычно мало меняются по пласту. Поэтому для применения формулы Фетковича достаточно исследовать несколько скважин.

Нетрудно заметить, что в такой модели вода появится в продукции добывающей скважины сразу же после превышения текущей водонасыщенности ячейки значения насыщенности связанной водой. Это, конечно, неверно. Воде необходимо время для того, чтобы пройти расстояние от нагнетательной скважины до добывающей. Для воссоздания этого эффекта используется ступенчатое задание функций относительной фазовой проницаемости в зависимости от водонасыщенности на фронте вытеснения [2].

Предложенная 2D расчетная схема легко обобщается на случай 3D. При этом приток в скважину из каждого слоя определяется согласно его продуктивности при известном дебите скважины по жидкости или забойном давлении.

#### 4 Пример моделирования разработки нефтяных месторождений при забойном давлении ниже давления насыщения, а пластовом давлении выше давления насыщения

Рассмотрим простейшую секторную модель с 4 скважинами — 1 нагнетательная и 3 добывающих, рис. 3. Параметры модели следующие:

1. Размеры модели в плане  $1500 \times 1500$  м.
2. Абсолютная проницаемость — переменная, табл. 1.
3. Пористость — переменная, табл. 1.
4. Начальное пластовое давление — 339 атм.
5. Начальная водонасыщенность — 0,2 д.ед.
6. Объемный коэффициент воды —  $1,02 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Вязкость воды — 0,36 сПз. Сжимаемость воды —  $4,7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/атм}$ .
7. Объемный коэффициент нефти —  $1,55 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Вязкость нефти — 0,397 сПз. Сжимаемость нефти —  $1,01 \cdot 10^{-4} \text{ 1/атм}$ . Растворимость газа в нефти —  $150 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Давление насыщения нефти газом — 170 атм.
8. Сжимаемость породы —  $4,7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/атм}$ .
9. Капиллярным давлением пренебрегается.
10. Функции относительных фазовых проницаемостей (ОФП) — приведены на рис. 4.
11. Дебит жидкости добывающих скважин — не ограничен. Забойное давление в добывающих скважинах указано в табл. 1.
12. Закачка воды в нагнетательную скважину — табл. 1. Забойное давление в нагнетательной скважине — не ограничено.
13. Скин-фактор для всех скважин — 0 ед.
14. Радиус скважин — 0,2 м.
15. Срок разработки — 35 лет.
16. Притока воды из-за контура нет.
17. Индикаторные диаграммы (зависимость забойного давления от дебита) приведены на рис. 5.

Добывающие скважины управлялись забойным давлением, а нагнетательная — закачкой. Расстановка скважин в плане и конфигурация суперэлементов приведена на рис. 3.

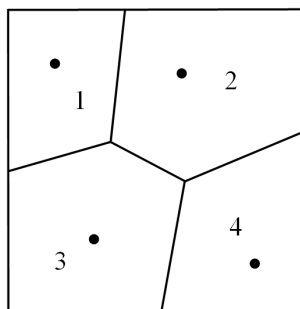


Рис. 3: Расстановка скважин в плане и конфигурация суперэлементов

Таблица 1: Параметры модели

Скважина (суперэлементная ячейка)	Площадь, тыс. м <sup>2</sup>	Толщина, м.	Пористость, д. ед.	Абсолютная проницаемость, мД	Дебит (закачка), м <sup>3</sup> /сут	Забойное давление, атм
1 – нагн.	514	25	0,20	23	600	-
2 – доб.	628	22	0,18	18	-	136
3 – доб.	603	19	0,16	15	-	136
4 – доб.	504	15	0,15	13	-	136

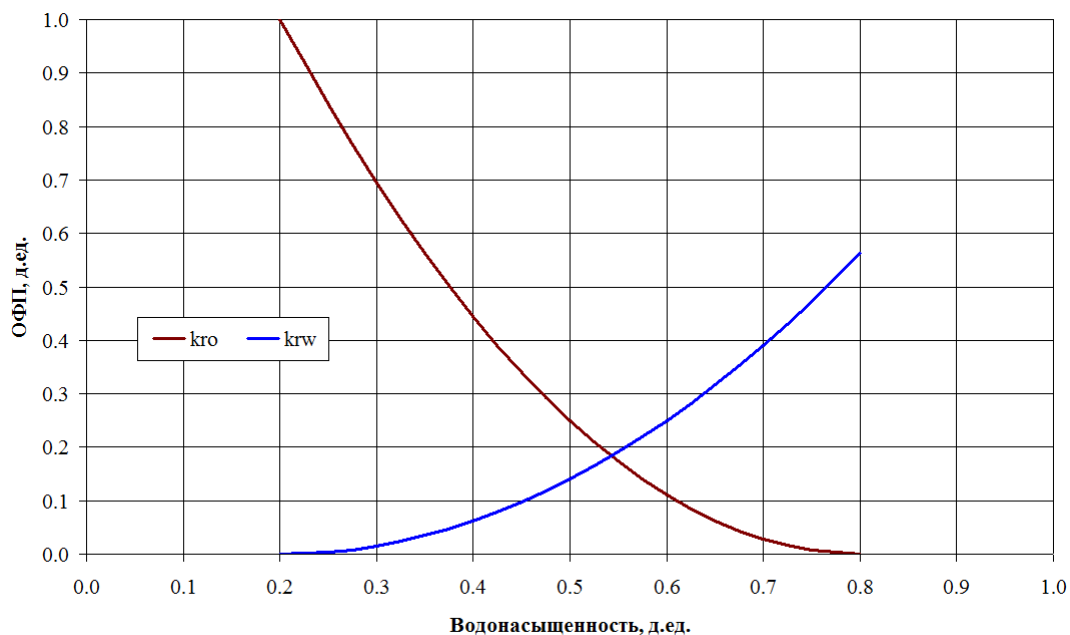
Рис. 4: Относительные фазовые проницаемости (ОФП) для нефти ( $k_{ro}$ ) и воды ( $k_{rw}$ )

Таблица 2: Геометрические параметры суперэлементной модели

Пары ячеек	1–2	1–3	2–3	2–4	3–4
Длина совместного ребра ячеек, м.	650	538	425	650	663
Расстояние между центрами соседних ячеек, м.	638	889	925	1013	813

Длина совместного ребра соседних ячеек для суперэлементной модели и расстояние между центрами соседних ячеек (скважинами) приведены в табл. 2.

Накопленная добыча нефти по каждой из скважин при моделировании с использованием формулы Дюпюи и формулы Фетковича приведены на рис. 6.

## Заключение

При использовании формулы Фетковича для учета влияния выделения газа в околоскважинной зоне (по сравнению с использованием формулы Дюпюи) изменяется продуктивность добывающих скважин по жидкости, что приводит к изменениям в добыче нефти. При этом у высокодебитных (в отсутствие свободного газа) скважин коэффициент продуктивности падает намного сильнее, чем у низкодебитных, что приводит к перераспределению потоков в пласте; добыча по одним скважинам растет, а по другим падает. Следовательно, учитывать выделение свободного газа в околоскважинной зоне пласта при математическом моделировании необходимо.

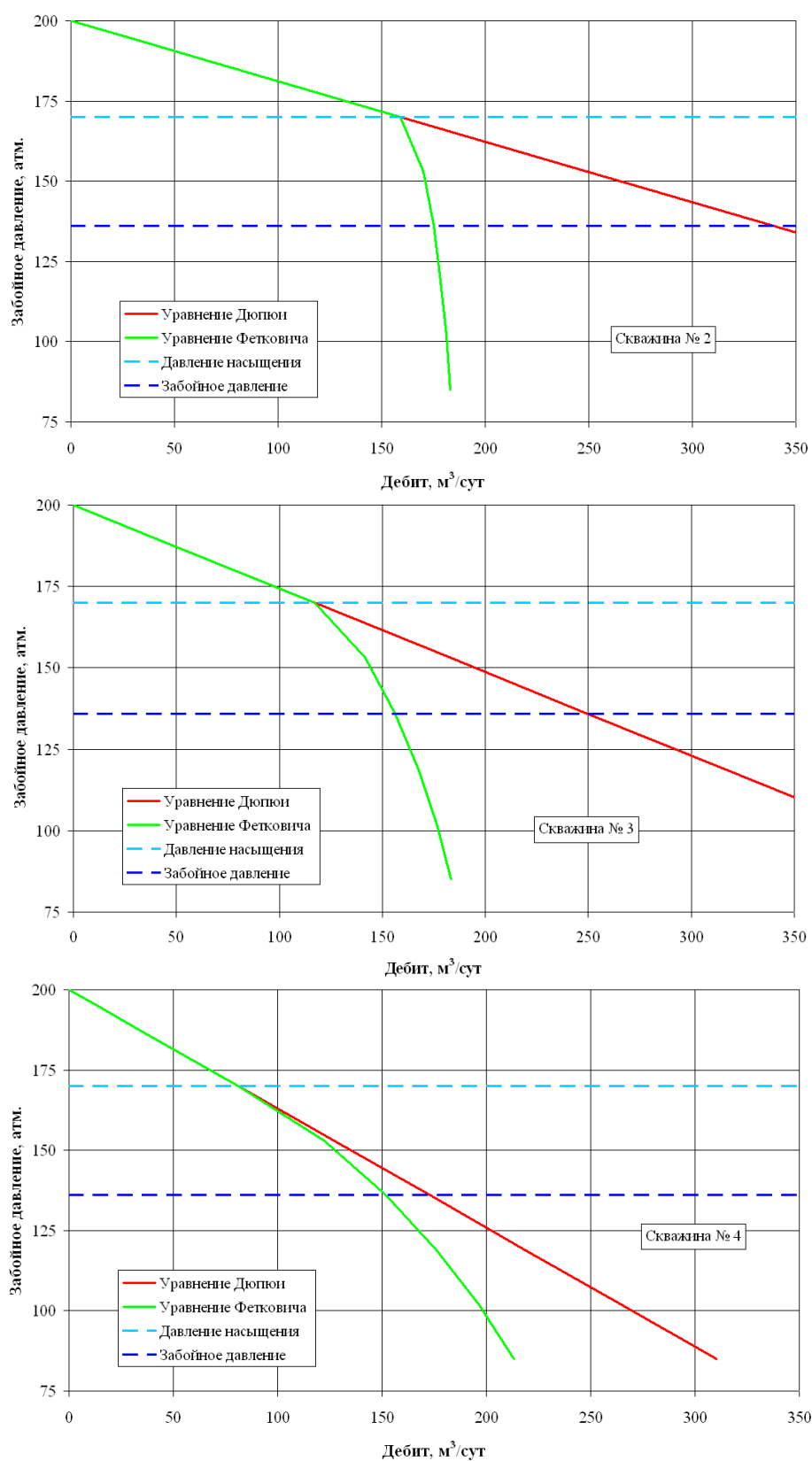


Рис. 5: Индикаторные диаграммы (зависимость забойного давления от дебита) для скважин № 2–4

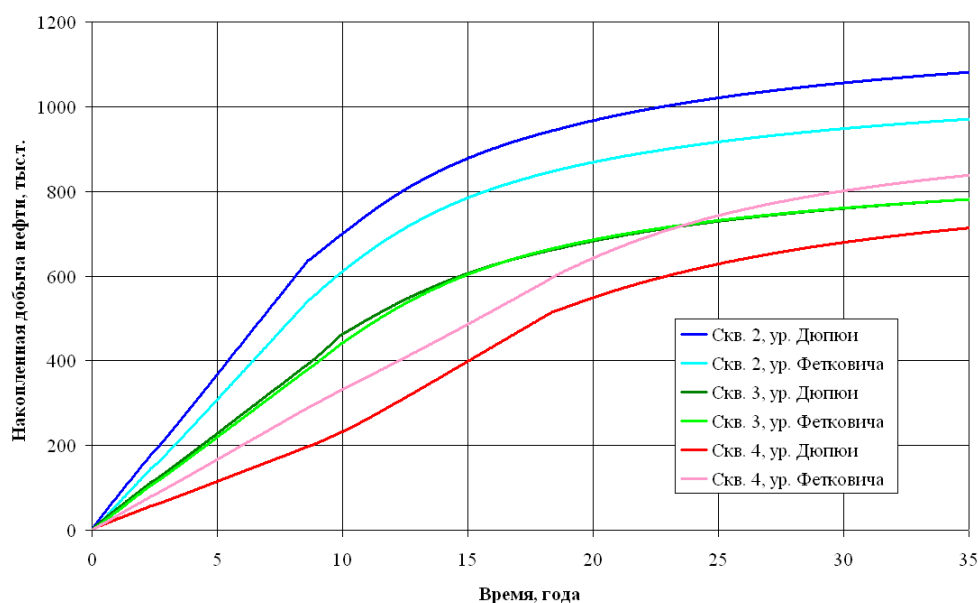


Рис. 6: Накопленная добыча нефти по скважинам при моделировании по формулам Дюпюи и Фетковича

## Список литературы

- [1] Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с.
- [2] Афанаскин И. В., Егоров А. А., Колеватов А. А. Экспресс-моделирование заводнения нефтяных месторождений с помощью концепции суперэлементов // Вестник кибернетики. 2016. Вып. 2(22). С. 153–163.
- [3] Булыгин Д. В., Мазо А. Б., Поташев К. А., Калинин Е. И. Геолого-технические аспекты суперэлементной фильтрационной модели нефтяных месторождений // Научно-технический журнал «Георесурсы», 2013. Вып. 3(53). С. 31–35.
- [4] Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 140 с.
- [5] Кац Р. М., Волгин Е. Р., Афанаскин И. В. Численное моделирование двухфазной фильтрации нефти и воды // Труды НИИСИ РАН, 2014. Том 4. Вып. 2. С. 141–148.
- [6] Корнаева Д. А. Совершенствование методов гидродинамических исследований скважин, работающих при забойном давлении ниже давления насыщения // Дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. М.: ОАО «ВНИИнефть», 2015. 109 с.
- [7] Мазо А. Б., Булыгин Д. В. Суперэлементы. Новый подход к моделированию разработки нефтяных месторождений // Научно-технический журнал «Нефть. Газ. Новации», 2011. Вып. 11. С. 6–8.
- [8] Хисамутдинов Н. И., Хасанов М. М., Телин А. Г. и др. Разработка нефтяных месторождений. Издание в 4 т. Том 1. Разработка нефтяных месторождений на поздней стадии. М.: ВНИИОЭНГ, 1994. 240 с.

*Иван Владимирович Афанаскин — к.т.н., зав. группой Научно-исследовательского института системных исследований РАН;  
e-mail: Ivan@Afanaskin.ru;*

*Сергей Григорьевич Вольпин — к.т.н., зав. отделом Научно-исследовательского института системных исследований РАН;  
e-mail: SGVolpin@niisi.ras.ru;*

*Петр Владимирович Ялов — инженер Научно-исследовательского института системных исследований РАН;  
e-mail: PVYalov@niisi.ras.ru.*

*Дата поступления — 31 мая 2017 г.*