

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ В ГРУНТЕ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В ЗОНЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ

Н. А. Ваганова^{1,2}, М. Ю. Филимонов^{1,2}

¹ *Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, 620990, Екатеринбург*

² *Уральский федеральный университет, 620002, Екатеринбург*

УДК 519.6

Для исследования процесса растепления многолетнемерзлых пород от различных инженерных объектов, функционирующих в Арктических районах, предложена новая трехмерная модель теплового взаимодействия в системе «источник тепла — грунт» с учетом различных физических и климатических факторов, влияющих на распространения тепла. Приведены численные расчеты, иллюстрирующие возможность разработанного комплекса программ для проведения долгосрочных прогнозов по определению изменения границ распространения зон вечной мерзлоты на примере эксплуатации различных технических систем, являющихся источниками тепла, на северных нефтегазовых месторождениях в зонах распространения вечной мерзлоты.

Ключевые слова: вечная мерзлота, задачи тепломассопереноса, добывающие скважины.

Введение

Разработка математических моделей взаимодействия вечной мерзлоты с меняющейся климатической системой, изучение долгосрочного влияния естественных факторов, связанных с деятельностью человека, мониторинг изменения температуры мерзлоты, а также прогнозирование влияния этих изменений на окружающую среду являются актуальными задачами. Действительно, многолетнемерзлые породы (ММП) занимают около 25 % всей суши земного шара. На Аляске эти территории занимают 80 % общей площади, в России — более 60 %, в Канаде — около 50 %. Высокогорные районы также могут относиться к зоне распространения ММП. Например, в Китае эти районы составляют 11 % всей территории, а в Австрии — 2 %. В России запасы подземных льдов криолитозоны, занимающей площадь 10 млн. км², составляют около 19000 км³, что дает право называть вечную мерзлоту подземным оледенением. Эти территории чрезвычайно важны для российской экономики, так как здесь добывается около 93 % российского природного газа и 75 % нефти. Средняя толщина ММП меняется в пределах от 10 до 800 метров, а слагающие ММП породы имеют различные физико-химические свойства, которые могут изменяться по всем направлениям. В летнее время, в результате положительных температур и солнечного излучения, происходит сезонное оттаивание верхнего слоя ММП, в зимнее время наблюдается обратный процесс. Оттаивание насыщенных льдом пород из-за потепления климата, или различных техногенных воздействий, будет сопровождаться просадками земной поверхности и развитием опасных мерзлотных геологических процессов, называемых термокарстом. Различные сценарии изменения климата показывают, что глобальное потепление будет усиливаться в полярных регионах Арктики и может привести к значительной деградации ММП, усиливающейся из-за техногенных воздействий [1, 2]. Для моделирования техногенного воздействия на вечную мерзлоту часто рассматриваются временные промежутки времени 30–40 лет. Такой период времени характерен для оценки влияния теплового воздействия на деградацию вечной мерзлоты при эксплуатации нефтегазовых месторождений, поскольку проектирование и строительство кустовых площадок с добывающими скважинами и другими техническими

Работа выполнена при финансовой поддержке комплексной программы УрО РАН 15–16–1–10 и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16–01–00401) .

системами имеют свою специфику. Например, по российским строительным стандартам считается, что две скважины не могут быть пробурены на расстоянии друг от друга меньшим, чем два радиуса растепления (т.е. расстояния от скважины, на котором будет находиться нулевая изотерма, за 25–30 лет эксплуатации одиночной скважины).

Исследование различных пакетов программ и моделей, направленных на решение этой задачи для нефтегазовых месторождений показало, что многие параметры, оказывающие влияние на получение тепловых полей в приповерхностном слое грунта соизмеримом с толщиной слоя вечной мерзлоты, не учитываются комплексно в исходных моделях. К таким параметрам относятся, например, солнечное излучение, сезонное изменение температур, различные виды теплоизоляции добывающих и нагнетательных скважин, наличие инженерных устройств: сезоннодействующих охлаждающих устройств, факельных систем и т.п. Отметим некоторые модели, которые наиболее близки к предлагаемым нашим моделям [3, 4]. Это работы ученых из Канады и США, в которых, как правило, используется одномерное уравнение теплопроводности, но учитываются различные факторы: снежный покров, растительность и др. (подробный обзор таких моделей и программ приведен в работе [5]). При этом не предполагается наличие никаких инженерных систем размещенных в расчетной области. При учете солнечного излучения и наличия снежного покрова считалось, что коротковолновая часть радиации может проникать в снежную толщу на значительную глубину, изменяясь с глубиной по закону Бугера–Ламберта.

В предлагаемой нами трехмерной модели снежный покров, растительность и другие природные факторы учитываются за счет специального итерационного алгоритма вариации некоторых параметров, входящих в нелинейное граничное условие на дневной поверхности грунта. Такой подход позволил разработать комплекс программ, адаптирующийся к конкретному географическому месту, для долгосрочного прогнозирования динамики изменений в вечной мерзлоте от тепловых воздействий эксплуатируемых технических систем. При этом существенно была облегчена задача по заданию исходных данных, которые часто и не могут быть точно определены (например, толщины снежного покрова, изменение свойств снега в зависимости от солнечного излучения и т.п.).

1 Математическая модель и численный метод решения

Обустройство и эксплуатация нефтегазовых месторождений в районах ММП имеет ряд особенностей. В частности, для безопасной эксплуатации скважин, расположенных на специально оборудованных кустовых площадках, необходимо минимизировать распространение тепла в окружающий грунт от скважин и различных работающих инженерных систем.

В данной работе для описания таких нестационарных тепловых полей рассматривается математическая модель распространения тепла в ММП с учетом различных климатических и физических факторов, предложенная в работах [6]–[13]. К первой группе относятся климатические факторы: солнечное излучение, сезонное изменение температуры воздуха, приводящее к периодическому протаиванию (промерзанию) грунта, и возможный снежный покров. Ко второй группе относятся техногенные и физические факторы, учтенные также в предлагаемой модели: неоднородность грунта (не обязательно по горизонтальным слоям), наличие рядом со сваями, или фундаментом сооружений, сезоннодействующих охлаждающих устройств (СОУ), представляющих собой парожидкостные устройства, работающие только за счет законов физики без внешних источников энергии, а также и других технических систем, например, горизонтальные факельные системы (ГФУ) для сжигания при добычи нефти попутного газа.

На рис. 1 представлена расчетная область в виде параллелепипеда, из которого удалены вертикальная цилиндрическая скважина, или другие области, соответствующие используемым техническим системам. Грунт может иметь неоднородную структуру, а также включать в себя различные элементы, например, линзы льда, имеющие отличные от окружающего грунта теплофизические параметры, различные слои отсыпки поверхности грунта и слои инженерных теплоизолирующих конструкций, окружающие скважину.

Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ грунт занимает заданный параллелепипед Ω и имеет температуру $T_0(x, y, z)$. Оси x и y расположены параллельно поверхности кустовой площадки, а ось z направлена вниз. Будем считать, что размер расчетной области Ω определяется положительными числами L_x, L_y, L_z : $-L_x \leq x \leq L_x, -L_y \leq y \leq L_y, -L_z \leq z \leq 0$. Для моделирования распространения тепла была предложена следующая математическая модель.

Пусть $T = T(t, x, y, z)$ — температура грунта в точке (x, y, z) в момент времени t . Область Ω может включать в себя различные инженерные сооружения (например, искусственные слои отсыпки на поверхности грунта, сваи, скважины и т.д.). Предположим, что в области Ω могут одновременно находиться n

разнородных объектов, являющимся источниками тепла (фундаменты, добывающие и нагнетательные теплоизолированные скважины, трубопроводы и т.п.), а также источники холода, например, СОУ, или тепла — ГФУ. Обозначим поверхности этих объектов через $\Omega_i = \Omega_i(x, y, z)$, $i = 1, \dots, n$. Основные тепловые потоки изображены на рис. 1.

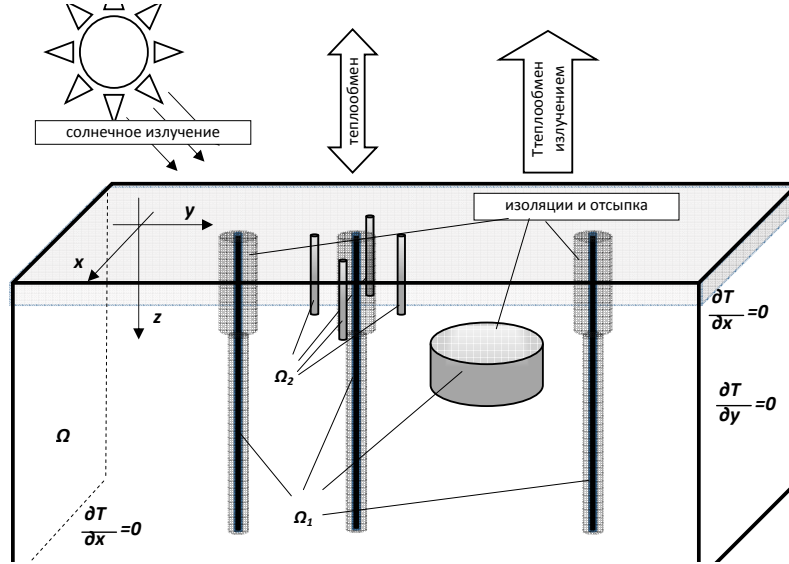


Рис. 1: Расчетная область и основные тепловые потоки

1.1 Основное уравнение

В качестве математической модели для учета излучения от каждого i -го объекта используется уравнение контактной (диффузионной) теплопроводности с неоднородными коэффициентами, включающее локализованную теплоемкость фазового перехода — подход, позволяющий решать задачу типа Стефана, без явного выделения границы фазового перехода [14, 15]. При этом теплота фазового превращения вводится с применением δ -функции Дирака как сосредоточенная теплоемкость фазового перехода в коэффициент теплоемкости. Получаемая таким образом разрывная функция затем “распределяется” по температуре, и не зависит от числа измерений и фаз. В итоге для получения тепловых полей в грунте требуется решить в области Ω квазилинейное уравнение теплопроводности

$$\rho(c_\nu(T) + k\delta(T - T^*)) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T) \text{grad} T), \quad (1)$$

где ρ — плотность [кг/м³], T^* — температура фазового перехода [K],

$$c_\nu(T) = \begin{cases} c_1(x, y, z), & T < T^*, \\ c_2(x, y, z), & T > T^*, \end{cases} \text{ удельная теплоемкость [Дж/кг K],}$$

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_1(x, y, z), & T < T^*, \\ \lambda_2(x, y, z), & T > T^*, \end{cases} -$$

коэффициент теплопроводности [Вт/м K], $k = k(x, y, z)$ — теплота фазового перехода. Для уравнения (1) в расчетной области Ω задаются начальные

$$T(0, x, y, z) = T_0(x, y, z), \quad (2)$$

и граничные условия

$$\alpha q + b(T_{air} - T_{z=0}) = \varepsilon \sigma (T_{z=0}^4 - T_{air}^4) + \lambda \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (3)$$

$$T \Big|_{\Omega_i} = T_i(t), i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\pm L_x} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm L_y} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\pm L_z} = 0, \quad (5)$$

где T_{air} — температура воздуха, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ [Вт/(м²К⁴)] — постоянная Стефана–Больцмана, $b = b(t, x, y)$ — коэффициент теплообмена, $\varepsilon = \varepsilon(t, x, y)$ — коэффициент излучения нагретого тела, $q(t)$ — суммарная солнечная радиация, $\alpha = \alpha(t, x, y)$ — доля энергии, ушедшая на нагрев грунта, которая в общем случае зависит от состояния атмосферы, угла падения солнечных лучей, т.е. широты местности и времени суток.

1.2 Численный метод

Численные методы решения задач по описанию процессов деградации вечной мерзлоты являются в настоящее время наиболее эффективными и универсальными методами исследования. Разработке разностных методов решения краевых задач для уравнения теплопроводности посвящено большое количество работ [16]–[20].

Известно, что разностные методы решения математических задач обеспечивают высокую точность результатов, учитывают большое число параметров и не требуют грубых ограничений и допущений. Однако при этом, как правило, программы расчетов бывают громоздкими, а анализ результатов затруднителен из-за сложности выделения параметров, которые доминируют в полученных решениях. С другой стороны, имеющиеся немногочисленные точные решения или аналитические методы (например, метод специальных рядов [21]–[23]), обычно не могут учесть реальные граничные условия и могут служить лишь для тестирования численных методик. В настоящее время известны следующие разностные методы решения задач типа Стефана: метод ловли фронта в узел разностной сетки, метод выпрямления фронтов, метод сглаживания коэффициентов и схемы сквозного счета. Метод ловли фронта в узел сетки применяется только для одномерных однофронтных задач, а метод выпрямления фронтов — многофронтных задач. Характерная особенность этих методов состоит в том, что разностные схемы строятся с явным выделением искомого фронта фазового превращения. Следует отметить, что методы с явным выделением неизвестной границы фазового превращения для случая циклического изменения температуры на границе не подходят, т.к. может быть несколько немонотонно движущихся фронтов, при этом некоторые из них могут сливаться друг с другом или исчезать. Наиболее подходящим для численного решения многомерных прикладных задач типа Стефана, являются методы, основанные на подходе А.Н. Тихонова и А.А. Самарского. Используя этот подход, А.А. Самарский и Б.Д. Моисеенко разработали экономичную схему сквозного счета со сглаживанием разрывных коэффициентов в уравнении теплопроводности по температуре в окрестности фазового превращения [14].

Учет перечисленных выше климатических и технических факторов приводит к решению для трехмерного квазилинейного уравнения теплопроводности (квазилинейность уравнения обусловлена зависимостью теплофизических параметров от температуры) задачи Стефана в прямоугольном параллелепипеде, но уже с нелинейным краевым условием на поверхности грунта, связанным с солнечным излучением. Предполагается, что боковые грани расчетной области теплоизолированы и выбраны достаточно далеко от места расположения инженерных конструкций, учет которых приводит к необходимости построения расчетной сетки большой размерности, сгущающейся к источникам тепла (холода) по определенным законам.

В основу численной методики был заложен алгоритм, хорошо зарекомендовавший себя для нахождения тепловых полей от подземных трубопроводов [24]–[27], но с учетом специфики, связанной с возможными фазовыми переходами в грунте. При этом разработаны основы для реализации параллельных алгоритмов [28] и создана облачная среда для проведения высокопроизводительных удаленных вычислений [29, 30], в том числе и для инженеров, не являющихся специалистами в вычислительной математике.

Отличительной особенностью пакета Wellfrost от всех других является его адаптация к выбираемому конкретному географическому месту, в котором требуется нахождение тепловых полей в грунте. Для этой цели разработан оригинальный алгоритм, который позволяет опосредованно учесть и меняющуюся толщину снега, и число солнечных дней в году, и особенность верхнего слоя грунта и т.п. Этот алгоритм основан на данных о замере температуры в грунте в разведочной скважине в конкретные моменты времени. На рис. 2 представлены распределения температуры в разведочной скважине для конкретного нефтегазового месторождения для двух различных моментов времени: осень и весна. Пусть $T^0(t_0, x_0, y_0, z)$ — начальное распределение температуры по z в вертикальной скважине, и t_0 — это некоторый день от начала года, в который проводятся замеры. Дальнейшей нашей задачей является уточнение параметров, входящих в нели-

нейное краевое условие (3), чтобы на основании решения задачи (1)–(3) получалось следующее соотношение:

$$T^0(t_0, x_0, y_0, z) \approx T(t_0 + 365j, x_0, y_0, z), \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (6)$$

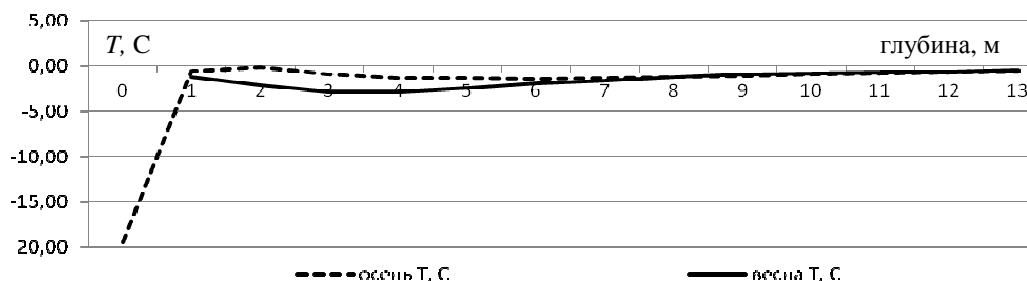


Рис. 2: Распределение температуры в грунте

Т.е. решение задачи (1)–(3) будет периодически повторять (в соответствии с годовым температурным циклом) с некоторым приближением заданное начальное распределение температуры в разведочной скважине $T^0(t_0, x_0, y_0, z)$. Например, как на рис. 2 распределение температуры должно повториться через год, следующей осенью. И чем точнее выполняется соотношение (6) на большем промежутке времени (для большего значения J), тем точнее удаётся определить параметры, входящие в условие (3). Для решения данной задачи разработан специальный итерационный алгоритм. В случае если известно только значение температуры ММП (T_p) ниже слоя сезонного протаивания грунта (желательно на глубине, как показали наши расчёты по исследованию закономерностей промерзания грунта, не менее 10 метров), то можно, пытаясь определить параметры в краевом условии (3), ограничиться получением следующей асимптотики распределения температуры при решении задачи (1)–(3):

$$T(t, x_0, y_0, z) \rightarrow T_p, \quad (7)$$

при $z > 10$ метров. Конечно, условие (6) по сравнению с условием (7) является более предпочтительным, поскольку оно соответствует конкретной литологии грунта и климатическим циклам температуры и солнечной радиации.

2 Результаты численных расчетов

Приведем результаты численных расчетов по моделированию тепловых полей в грунте от добывающих скважин, выполненных для конкретного северного нефтегазового месторождения, расположенного в зоне распространения ММП. Для того, чтобы избежать влияния граничных условий (5) на боковых поверхностях расчетной области, параметры L_x и L_y брались достаточно большими (боковые границы области Ω для одиночной скважины были не менее 25 метров от центра скважины).

На рис. 3 представлено движение границы таяния грунта вокруг одиночной скважины в течение 10 лет. Граница инженерных конструкций вокруг скважины обозначена пунктиром. Серым цветом показана зона сезонного оттаивания грунта у дневной поверхности.

На рис. 4 показано изменение радиуса растепления в зависимости от температуры флюида в скважине, заданных климатических условий (левый рисунок) и временем эксплуатации скважины.

Рассмотрим кустовую площадку одного из северных нефтегазовых месторождений с грунтом, являющимся суглинком со следующими параметрами. Теплопроводность мёрзлого грунта — 1,82 Вт/(м К), талого — 1,58 Вт/(м К), объемная теплоемкость мёрзлого грунта — 2130 кДж/(м³ К), талого — 3140 кДж/(м³ К), объемная теплота фазового перехода — $1,384 \cdot 10^5$ кДж/(м³ К), температура ММП (температура грунта ниже границы влияния годовых климатических изменений) — $T_p = -0,7^\circ\text{C}$.

Отсыпка кустовой площадки толщиной 2,5 метра состоит из трех слоев: пеноплекс (толщиной 0,2 м с плотностью 35,0 кг/м³, теплопроводностью 0,031 Вт/(м К), удельной теплоемкостью 1,53 кДж/(кг К)), песок (толщиной 2,0 м с плотностью 1600 кг/м³, теплопроводностью 0,47 Вт/(м К) и удельной теплоемкостью 0,84 кДж/(кг К) и бетонная плита сверху (толщиной 0,3 м с плотностью 2500 кг/м³, теплопроводностью 1,69 Вт/(м К) и удельной теплоемкости 0,84 кДж/(кг К).

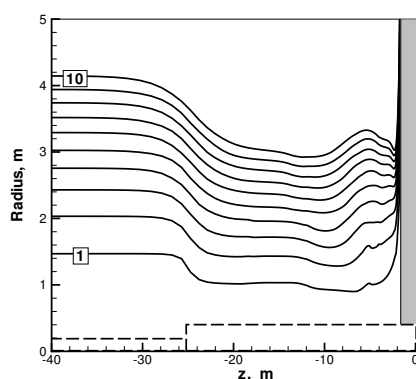


Рис. 3: Радиус растепления

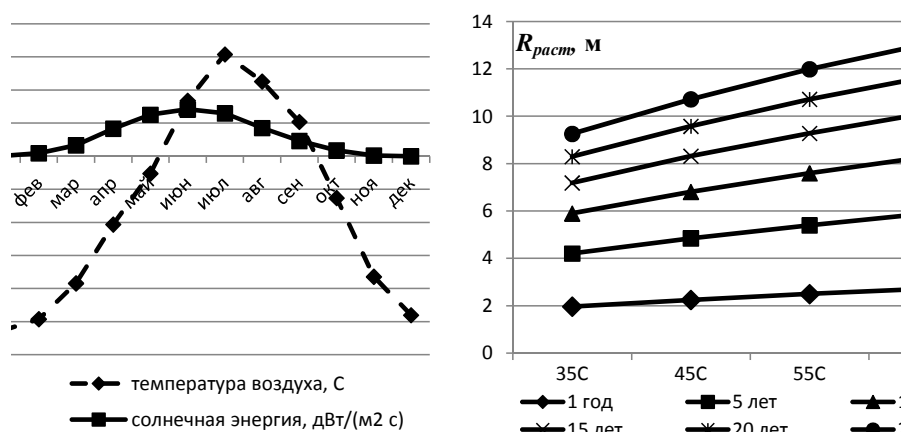


Рис. 4: Зависимость радиуса растепления от температуры флюида в скважине

Рассмотрим на данной кустовой площадке две скважины на расстоянии 10 м друг от друга. Радиус скважин составляет 0,089 м. Температура в скважинах составляет 45°C. В скважинах имеется дополнительная теплоизоляция. Это цементная оболочка толщиной 0,176 м и верхняя часть скважины до 22 м имеет две дополнительные изоляционные оболочки: до радиуса 0,410 м вставлен слой пеноплекс, до радиуса 0,5 м — цемент. На рис. 5 представлена динамика изменения тепловых полей в грунте от этих двух скважин эксплуатируемых в течении 10 лет.

В ходе численных расчетов проведенных для 11-ти российских северных нефтегазовых месторождений были даны прогнозы изменения границ ММП при обустройстве и различных вариантов эксплуатации инженерных объектов на кустовых площадках. На этапе проектирования кустовых площадок были получены оптимальные параметры теплоизоляционных материалов, даны рекомендации по снижению теплового влияния технических систем на ММП, в том числе и за счет их оптимального размещения на кустовой площадке с целью минимизации площади кустовой площадки, затраты на обустройство которой растут с увеличением ее площади.

Также в ходе численных расчетов были выявлены некоторые закономерности по увеличению скорости распространения радиусов растепления по ММП от двух скважин на встречу друг друга в зависимости от различных параметров, что послужило основанием для корректировки строительных стандартов. Кроме этого, были предсказаны температурные изменения в приповерхностном слое грунта для конкретной литологии грунта с функционирующей добывающей скважиной, которые были в последствии подтверждены во время ремонтных работ. В результате чего было принято отказаться от дорогостоящей теплоизоляции пеноплекса, применяемого для теплоизоляции поверхности кустовой площадки.

Точность численных расчетов базового вычислительного модуля Wellfrost, входящего в последующие разрабатываемые программные комплексы для решения задач (1)–(6) для различных инженерных систем, была проверена в 2012 году для российского нефтяного месторождения “Русское”, для которого полученные численные результаты отличались от экспериментальных менее 5% через 3 года после начала эксплуатации месторождения.

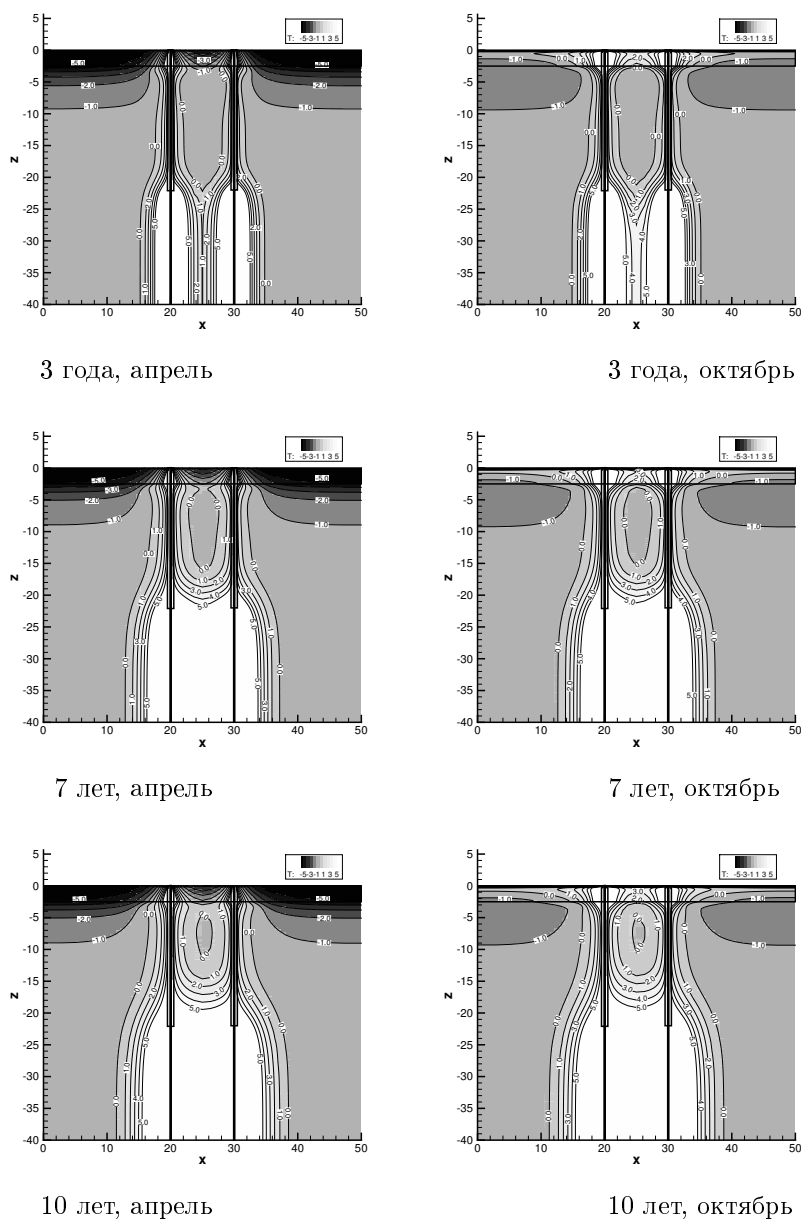


Рис. 5: Тепловые поля от двух одинаковых скважин.

Заключение

В работе представлена математическая модель для долгосрочного прогнозирования динамики зоны изменения границ ММП при учете существенных климатических и технических данных эксплуатируемых инженерных систем на кустовых площадках. В частности, учитываются климатические циклы (по температуре и

солнечной радиации), возможный фазовый переход, инженерные сооружения, которыми оснащены добывающие скважины (различные теплоизолирующие материалы), теплоизоляция поверхности рабочей площадки, на которой бурятся скважины (как правило, это бетонные плиты, песок и пеноплекс), различные теплофизические параметры и литология грунта (не только в вертикальной плоскости), различные технические системы кустовых площадок (охлаждающие устройства, факельные системы и т.п.), начальная стадия проведения бурильных работ (до двух недель), когда происходит прохождения верхнего слоя мерзлого грунта бурильным инструментом, влияющим на растепление ММП.

Разработанные пакеты прикладных программ имеют привязку к конкретному географическому месту и при этом учитываются некоторые эмпирические показатели, оказывающие влияние на распространение температурных полей в приповерхностном слое грунта, которые в общем случае отсутствуют, либо могут быть заданы с большой погрешностью.

Список литературы

- [1] Nelson F.E., Anisimov O.A., Shiklomanov N.I. Subsidence risk from thawing permafrost // *Nature*. 2001. V. 410. P. 889–890.
- [2] Nelson F.E., Anisimov O.A., Shiklomanov N.I. Climate Change and Hazard Zonation in the Circum-Arctic Permafrost Regions // *Natural Hazards*. 2002. V. 26. P. 203–225.
- [3] Ваганова Н.А., Филимонов М.Ю. Прогнозирование изменений в вечной мерзлоте и оптимизация эксплуатации инженерных систем // *Сибирский журнал чистой и прикладной математики*. 2013. Т. 13, № 4. С. 37–42.
- [4] Filimonov M., Vaganova N. Numerical Simulation of Technogenic and Climatic Influence on Permafrost. Chapter 5. *Advances in Environmental Research*. V. 54. NY: Nova Science Publishers. 2017.
- [5] Zhang, Y., Chen W., Cihlar J. A process-based model for quantifying the impact of climate change on permafrost thermal regimes // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108, iss. D22. 4695.
- [6] Filimonov M.Y., Vaganova N.A. Simulation of Thermal Fields in the Permafrost With Seasonal Cooling Devices // *Proc. ASME*. 45158. V. 4: Pipelining in Northern and Offshore Environments; Strain-Based Design; Risk and Reliability; Standards and Regulations 133. 2012. P. 133–141.
- [7] Filimonov M.Yu., Vaganova N.A. Simulation of thermal stabilization of soil around various technical systems operating in permafrost // *Applied Mathematical Sciences*. 2013. V. 7, № 141–144. P. 7151–7160.
- [8] Филимонов М.Ю., Ваганова Н.А., Гусарова В.В. Разработка математических моделей и программного обеспечения для описания природных и техногенных процессов в грунте при кустовом способе добычи углеводородов на северных нефтегазовых месторождениях // *XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов (Казань, 20–24 августа 2015г.)*. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. С. 3916–3918.
- [9] Filimonov, M.Yu., Vaganova N.A. Simulation of Technogenic and Climatic Influences in // *Lect. Notes Comput. Sci.* 2015. V. 9045. P. 178–185.
- [10] Vaganova N.A., Filimonov M Yu. Computer simulation of nonstationary thermal fields in design and operation of northern oil and gas fields // *AIP Conf. Proc.* 2015. V. 1690. № 020016.
- [11] Филимонов М.Ю., Ваганова Н.А. Моделирование теплового воздействия от вертикальных факельных установок на вечную мерзлоту // *Экология. Экономика. Информатика. Сборник статей*. Т. 1. Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. 2015. Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета. 2015. С. 292–299.
- [12] Vaganova N.A., Filimonov M.Yu. Different shapes of constructions and their effects on permafrost // *AIP Conf. Proc.* 2016. V. 1789. 020019
- [13] Filimonov M.Yu., Vaganova N.A. Simulation of permafrost changes due to technogenic influences of different engineering constructions used in northern oil and gas fields // *Journal of Physics: Conference Series*. 2016. V. 754. 112004.

- [14] Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // ЖВМиМФ. 1965. Т. 5, № 5. С. 816–827.
- [15] Samarsky A.A., Vabishchevich P.N. Computational Heat Transfer, V. 2, The Finite Difference Methodology. N. Y.: Chichester, Wiley. 1995.
- [16] Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука. 1983.
- [17] Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука. 1992.
- [18] Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
- [19] Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука. 1967.
- [20] Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука. 1981.
- [21] Filimonov M.Yu., Korzunin L.G., Sidorov A.F. Approximate methods for solving nonlinear initial boundary-value problems based on special construction of series // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 1993. Т. 8, № 2. P. 101–126.
- [22] Филимонов М.Ю. Применение метода специальных рядов для построения новых классов решений нелинейных уравнений с частными производными // Дифференциальные уравнения. 2003. Т. 39, № 6. С. 801–808.
- [23] Филимонов М.Ю. Применение обобщенных систем базисных функций при построении решений нелинейных уравнений с частными производными // Труды института математики и механики УрО РАН. 2007. Т. 13, № 4. С. 138–153.
- [24] Ваганова Н.А. Существование решения разностной начально-краевой задачи для линейного уравнения теплопроводности с нелинейным краевым условием // Труды института математики и механики. 2008. Т. 14, № 1. С. 11–21.
- [25] Башуров Вл.В., Ваганова Н.А., Филимонов М.Ю. Моделирование и расчет нестационарных тепловых полей от заглубленного теплоизолированного трубопровода // В сборнике: Математическое моделирование и краевые задачи. Труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Самара: Издательство Самарский государственный технический университет. 2008. С. 28–31.
- [26] Башуров Вл.В., Ваганова Н.А., Филимонов М.Ю. Численное моделирование процессов теплообмена в грунте с учетом фильтрации // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16, № 4. С. 3–18.
- [27] Vaganova N. Mathematical model of testing of pipeline integrity by thermal fields // AIP Conf. Proc. 2014. V. 1631. P. 37–41.
- [28] Vaganova N., Filimonov M. Parallel splitting and decomposition method for computations of heat distribution in permafrost // CEUR Workshop Proceedings. 2015. V. 1513. P. 42–49.
- [29] Ваганова Н.А., Васев П.А., Гусарова В.В., Игумнов С.Т., Филимонов М.Ю. Использование облачных технологий при моделировании эксплуатации северных нефтегазовых месторождений // Труды Института механики УрО РАН «Проблемы механики и материаловедения». Материалы конференции «Актуальные проблемы математики, механики, информатики». Ижевск, 3–5 марта 2014 г. Ижевск: ИМ УрО РАН. 2014. С. 23–28.
- [30] Берсенева А.Ю., Ваганова Н.А., Васёв П.А., Игумнов А.С., Филимонов М.Ю. Кластерные вычисления как сервис на примере задачи моделирования тепловых полей от скважин на северных нефтегазовых месторождениях // Научный сервис в сети Интернет: многообразие суперкомпьютерных миров: сб. тр. Международной конф. Ростов на Дону: ЮФУ. 2014. С. 147–151.

*Наталья Анатольевна Ваганова — к.ф.-м.н., ст. науч.сотр. Института математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН; Уральский федеральный университет;
e-mail: vna@imtm.uran.ru;*

*Михаил Юрьевич Филимонов — д.ф.-м.н., ведущий науч.сотр. Института математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН; Уральский федеральный университет;
e-mail: fty@imtm.uran.ru.*

Дата поступления — 31 мая 2017 г.