

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОНИКАЮЩЕЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ ОТ ПОВЕРХНОСТНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА В УСТОЙЧИВОЙ АТМОСФЕРЕ

Л. И. Курбацкая¹, А. Ф. Курбацкий²

¹ *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск*

² *Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск*

УДК 532.517.4, 551.511.32

Аннотация Моделирование турбулентности является важным объектом наук об окружающей среде для описания существенно важного турбулентного транспорта тепла и импульса в пограничном слое атмосферы. Вычислительно эффективная явная алгебраическая модель для вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла применена для моделирования структуры турбулентной циркуляции над поверхностным источником тепла (городским островом тепла) в устойчиво стратифицированной окружающей атмосфере. Турбулентные потоки импульса и тепла, зависящие от трех параметров – кинетической энергии турбулентности, скорости её спектрального расщепления и дисперсии температурных флуктуаций – находятся из решения замкнутых дифференциальных уравнений баланса.

Ключевые слова: городской остров тепла, устойчивая стратификация, турбулентная проникающая конвекция, RANS-приближение, численное моделирование

Введение

Циркуляция воздуха над городским островом тепла генерируется за счет энергии антропогенных источников в пределах городской черты (рис. 1). Наиболее интенсивной такая циркуляция наблюдается в ночное время при ясном небе и слабом окружающем ветре. Фундаментальными характеристиками, отражающими структуру ночного городского острова тепла, являются распределения полей скорости и температуры, а также интенсивностей турбулентности. Вертикальный турбулентный тепловой факел от локализованного источника (острова тепла) и, связанная с ним циркуляция, развиваются вследствие различия температуры между островом тепла и его окружением, которое имеет более низкую температуру.

Типичный тепловой факел городского острова тепла имеет малое относительное удлинение, $z_i/D \ll 1$, т.е. малое отношение высоты перемешивания z_i к линейному размеру острова тепла D (черная утолщенная полоска на рис. 2). В лабораторном эксперименте [1] высота перемешивания z_i определяется как высота, на которой достигается максимальная отрицательная разность между температурой в центре факела и окружающей температурой (плотностью). Натурные измерения фиксируют в ночном пограничном слое в качестве типичных значений: $z_i \approx 200$ м, $D \approx 20$ км. Малость отношения z_i/D для прототипа представляет основное ограничение лабораторного эксперимента. Вследствие значительного уменьшения линейного масштаба в лабораторном моделировании трудно разрешить структуру течения во всем диапазоне высот, от поверхности до верхней границы факела. Характерное число Рейнольдса моделируемого течения на несколько порядков меньше, чем оно же для прототипа. Поэтому лабораторное моделирование [1] ограничивается воспроизведением крупномасштабной циркуляции над островом тепла внутри городского пограничного слоя; процессы в вязком подслое (в приземном слое шероховатости) не рассматриваются. Однако, при слабом ветре турбулентное движение в центре городского острова тепла доминирует за счет работы флуктуирующей силы плавучести. Механическое же воздействие городской шероховатости и сдвига ветра менее важны.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (код проекта 17-01-00137) и программы Президиума РАН 1.33П "Фундаментальные проблемы математического моделирования".

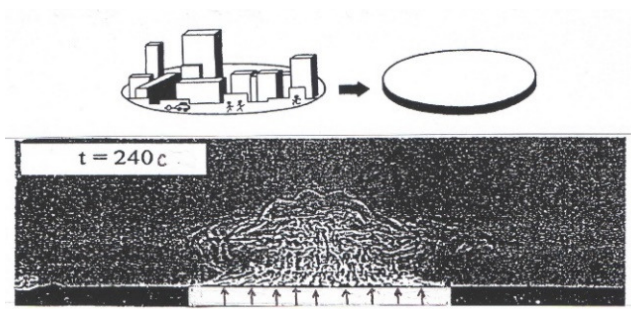


Рис. 1: Теневая фотография циркуляции над городским островом тепла в лабораторном эксперименте.

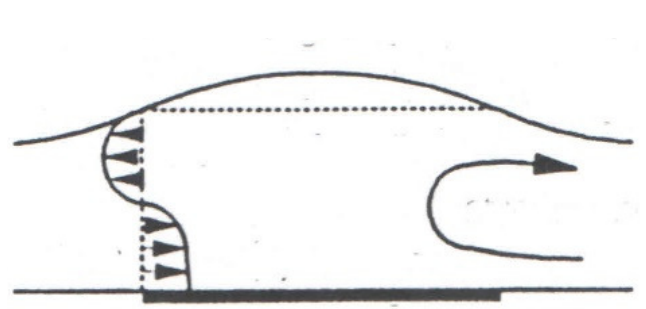


Рис. 2: Схема циркуляции в лабораторном эксперименте.

1 Определяющие уравнения

Проникающая турбулентная конвекция, инициируемая постоянным потоком тепла H_0 с поверхности пластины диаметра D (рис. 1, 2), моделирует в лабораторном эксперименте прототип городского острова тепла малого относительного удлинения ($z_i/D \ll 1$) при слабом окружающем ветре в устойчиво стратифицированной окружающей среде: $(\partial T_a/\partial z) = \gamma_z > 0$. Движение среды рассматривается как обладающее осевой симметрией. На основании обработки данных измерений [1] для горизонтальной (радиальной) скорости выбран масштаб $w_D = (\beta g D H_0 / \rho_0 c_p)$, где β — коэффициент термического расширения среды, g — ускорение силы тяжести, c_p — удельная теплоемкость. Величина w_D несколько отличается от конвективного масштаба скорости, введенного Дирдорфом [2], поскольку диаметр нагреваемой пластины D используется в качестве базового контролируемого параметра длины. В качестве характерного масштаба температуры принимается величина $w_D N / g \beta$, а времени — величина D / w_D , $N = [\beta g (\partial T / \partial z)_0]^{1/2}$ — частота Брента-Вяйсяля. Основные уравнения гидродинамики для описания циркуляции над островом тепла малого относительного удлинения могут быть взяты в гидростатическом приближении [3]. Без учета силы Кориолиса и радиации эти уравнения в безразмерной форме для осредненных значений скорости и температуры в приближении Буссинеска имеют вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) U + Fr \frac{\partial}{\partial z} UW = Fr^{-1} \int_z^h \frac{\partial T}{\partial r} dz - \frac{\partial (\overline{u^2})}{\partial r} - \frac{\partial (\overline{uw})}{\partial z} + \frac{\overline{u^2} - \overline{v^2}}{r} + Re^{-1} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} rU + Fr \frac{\partial}{\partial z} rW = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rUT) + Fr \frac{\partial}{\partial z} (WT) = (Re \cdot Pr)^{-1} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \overline{u\theta} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w\theta} \right]. \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3): U — осредненная горизонтальная скорость, W — осредненная вертикальная скорость, u — горизонтальная турбулентная скорость, w — вертикальная турбулентная скорость, v — азимутальная турбулентная скорость, T — осредненная температура, θ — турбулентная пульсация температуры, $Re = (w_D D) / \nu$ — число Рейнольдса, λ — коэффициент температуропроводности, ν — кинематическая вязкость ($Pr = \nu / \lambda$ — число Прандтля), $Fr = w_D / (N \cdot D)$ — число Фруда, h — заданная высота стратифицированного слоя среды. В (1)–(3) и везде далее прописными буквами и чертой сверху обозначаются осредненные значения величин, а строчными буквами — турбулентные флуктуации величин.

2 Явная алгебраическая модель турбулентных потоков импульса и тепла

Уравнения (1)–(3) включают в качестве неизвестных величин компоненты турбулентных напряжений $\overline{u_i u_j}$ (нормальные и касательные) и вектор турбулентного потока тепла $\overline{u_i \theta}$. Физически корректное описание воздействия стратификации среды на турбулентную структуру циркуляции над островом тепла можно получить в приближении локально равновесной турбулентности [4, 5], в котором турбулентные потоки параметризуются соотношениями градиентной диффузии. Такой подход минимизирует сложность описания

турбулентности стратифицированных течений окружающей среды в условиях устойчивой стратификации и вычислительные затраты на реализацию модели.

Точное уравнение для вектора турбулентного потока тепла $\overline{u_i\theta}$ в случае больших турбулентных чисел Рейнольдса имеет следующий замкнутый вид [6]:

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ c_{s\theta} \frac{E}{\varepsilon} \left(\overline{u_i u_\alpha} \frac{\partial \overline{u_k\theta}}{\partial x_\alpha} + \overline{u_k u_\alpha} \frac{\partial \overline{u_i\theta}}{\partial x_\alpha} \right) \right\} = & -\overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j\theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \\ & - c_{1\theta} \frac{\overline{u_i\theta}}{\sqrt{\tau\tau_\theta}} + c_{2\theta} \overline{u_j\theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + c_{3\theta} g_i \beta \overline{\theta^2} - g_i \beta \overline{\theta^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $E = (1/2) \overline{u_i u_i}$ — турбулентная кинетическая энергия (ТКЕ), ε — скорость диссипации ТКЕ, $\tau_\theta = \overline{\theta^2}/2\varepsilon_\theta$ — масштаб времени турбулентного температурного поля и $\tau = E/\varepsilon$ — масштаб времени турбулентного поля скорости. В уравнении (4) диссипация турбулентного потока тепла $\overline{u_i\theta}$ принята равной нулю по соображениям отсутствия изотропного тензора первого ранга. В рамках этого допущения обычно полагается, что $c_{3\theta} = c_{2\theta}$; численные значения коэффициентов $c_{1\theta}$, $c_{2\theta}$, $c_{3\theta}$ приведены ниже.

Полностью явная градиентная модель для вектора турбулентного потока тепла (и импульса) может быть выведена в приближении слабо равновесной турбулентности [4, 10]. В настоящем исследовании используется упрощенный вариант модели для вектора турбулентного потока тепла, получаемый из (4) в приближении равновесной турбулентности, следуя [7] и принимая простые модели градиентной диффузии Буссинеска для потоков импульса ($-\overline{u_i u_j}$) и тепла ($-\overline{u_i\theta}$), входящих в правую часть (4):

$$-\overline{u_i u_j} = 2K_m S_{ij} - \frac{2}{3} E \delta_{ij}, \quad -\overline{u_j\theta} = K_h \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (5)$$

где $S_{ij} = 1/2(\partial U_i/\partial x_j + \partial U_j/\partial x_i)$ — осредненный тензор скоростей деформации, вихревой коэффициент диффузии импульса $K_m = c_\mu E^2/\varepsilon$, $K_h = c_\lambda \sqrt{2R} \cdot E^2/\varepsilon$ — вихревой коэффициент диффузии тепла, $R = \tau_\theta/\tau$ — параметр отношения временных масштабов температурного (τ_θ) и динамического (τ) турбулентных полей температуры и скорости, соответственно. Численные значения коэффициентов в (4) откалиброваны при решении “предельных” задач стратифицированных течений [7, 8, 9]: $c_\mu = 0,09$; $c_\lambda = 0,095$; $c_{1\theta} = 3,28$; $c_{2\theta} = c_{3\theta} = 0,40$; $R = 0,6$.

Подстановка (5) в (4) и записи (4) в приближении равновесной турбулентности дает полностью явное выражение для вектора турбулентного потока тепла:

$$-\overline{u_i\theta} = c_\lambda \frac{E^2}{\varepsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\sqrt{2R} E}{c_{1\theta} \varepsilon} [\{2K_m + (1 - c_{2\theta})K_h\} S_{ij} + (1 - c_{2\theta})K_h \Omega_{ij}] \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{1 - c_{2\theta}}{c_{1\theta}} \sqrt{2R} \frac{E}{\varepsilon} g_i \beta \overline{\theta^2}, \quad (6)$$

где $\Omega_{ij} = (\partial U_i/\partial x_j - \partial U_j/\partial x_i)/2$ — средний тензор вращения. Градиентная модель (6) в явной форме выражает вектор потока $-\overline{u_i\theta}$ через средние градиенты, коэффициенты вихревой диффузии импульса и тепла, а также дисперсию флуктуаций температуры $\overline{\theta^2}$. Из (6) следуют выражения для нормализованных потоков тепла, вертикального $-\overline{w\theta}$ и горизонтального $-\overline{u_i\theta}$:

$$-\overline{w\theta} = c_\lambda \frac{E^2}{\varepsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\sqrt{2R} E}{c_{1\theta} \varepsilon} \left[K_m \left(Fr \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) + (1 - c_{2\theta})K_h Fr \frac{\partial W}{\partial r} \right] \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1 - c_{2\theta}}{c_{1\theta}} \sqrt{2R} \frac{E}{\varepsilon} \overline{\theta^2} \cdot Fr^{-1}, \quad (7)$$

$$-\overline{u\theta} = c_\lambda \frac{E^2}{\varepsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\sqrt{2R} E}{c_{1\theta} \varepsilon} \left[K_m \left(\frac{\partial U}{\partial z} + Fr \frac{\partial W}{\partial r} \right) + (1 - c_{2\theta})K_h \frac{\partial U}{\partial z} \right] \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (8)$$

Подстановка (7) и (8) в (3) приводит к замкнутой форме уравнения для осредненной температуры.

Для нормальных турбулентных напряжений, входящих в правую часть уравнения (1), используется простая модель градиентной диффузии Буссинеска, сохраняющая некоторую анизотропию нормальных напряжений:

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3} E - 2K_m \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \overline{w^2} = \frac{2}{3} E - 2K_m Fr \frac{\partial W}{\partial z}, \quad \overline{v^2} = \frac{2}{3} E - 2K_m \frac{U}{r}. \quad (9)$$

Подстановка (9) в (1) позволяет записать уравнение (1) в замкнутой форме. Выражения (9) с учетом уравнения неразрывности (2) дают в сумме кинетическую энергию турбулентности. Для касательного турбулентного напряжения модель градиентной диффузии (5) имеет вид:

$$-\overline{uw} = K_m \left(\frac{\partial U}{\partial z} + Fr \frac{\partial W}{\partial r} \right). \quad (10)$$

Вертикальная осредненная скорость W в численной модели находится квадратурой из уравнения неразрывности (2).

Область интегрирования представляет цилиндр заданной высоты h . Нагреваемая пластина диаметром D расположена в центре нижней поверхности цилиндра (рис. 1, 2). Внешняя граница располагается на расстоянии $1,5 D$ от оси цилиндра. В начальный момент времени среда находится в состоянии покоя и устойчиво стратифицирована. Замкнутый вид для уравнений баланса E , ε и $\overline{\theta^2}$, подробности о начальных и граничных условиях можно найти в [5, 10]. Для численной реализации модели использован конечно-разностный метод с полунявной схемой переменных направлений ("вторая схема с разностями против потока" [11]) на сетке со смещенными узлами.

3 Результаты численного моделирования

В эксперименте [1] после нескольких минут после начала поступления тепла от нагревателя в окружающую устойчиво стратифицированную среду формировалось квазиустановившееся состояние термической циркуляции, при котором интенсивность острова тепла $\Delta T_m = T_m - T_0$ и поверхностный поток тепла оставались неизменными с течением времени (T_m , T_0 — температуры поверхности в центре острова тепла и вне его соответственно). Эксперимент ограничивался первыми несколькими минутами квазиустановившегося состояния, чтобы индуцируемая островом тепла циркуляция среды не достигала боковых стенок установки, и не сказывалось влияние последних. Представленные ниже численные результаты соответствуют такому квазиустановившемуся состоянию циркуляции над островом тепла.

3.1 Поле скорости

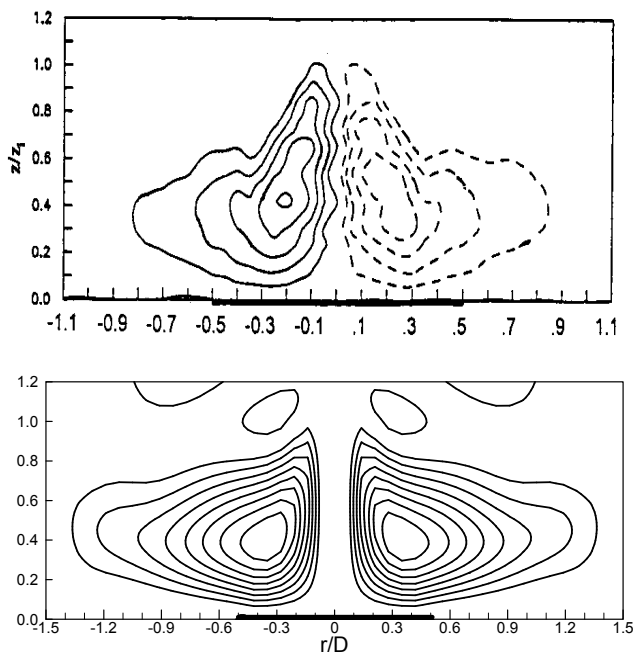


Рис. 3: Картины линий тока над островом тепла: сверху — эксперимент [1] ($H = 0,65$ Вт/см²; $Fr = 0,077$; $Re = 8280$; $\partial T/\partial z = 0,5^\circ\text{C}/\text{см}$); внизу — вычисление при тех же параметрах (численное решение).

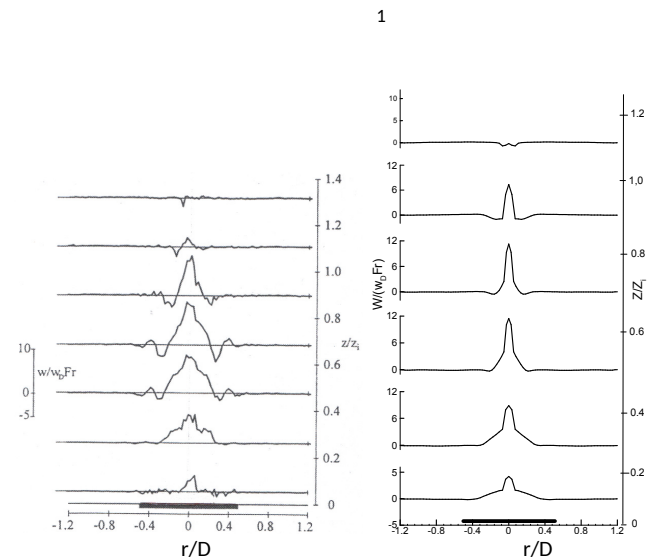


Рис. 4: Нормализованная вертикальная скорость над источником тепла: слева — лабораторный эксперимент [1], справа — (численное решение). Стационарная волна фиксируется на равновесной высоте ($z/z_i \approx 0,7$) вследствие превышения центральной части факела.

На рис. 3 показаны два крупномасштабных вихря (см. также рис. 5) с вращением левого вихря против часовой стрелки, правого — по часовой стрелке, которые формируют основное восходящее движение в центре, простирающееся до слоя вовлечения ($z/z_i \approx 1$) и нисходящее движение на периферии. При этом высота теплового факела подавляется устойчивой стратификацией среды, увеличиваются боковое движение и турбулентность факела. На рис. 4 (справа) показано наблюдаемое в эксперименте и вычисленное распределение вертикальной скорости поперек факела на различных высотах от источника тепла. Ширина области восходящего потока, приблизительно, постоянна в интервале высот $z/z_i = 0,2 - 0,6$. На равновесной высоте ($z/z_i \approx 0,7$) наблюдается стационарная волна. Это есть следствие превышения термического факела выше его равновесной высоты в устойчиво стратифицированной окружающей среде, что можно видеть на рис. 4 (слева), где показаны вычисленные векторное поле скорости и изотермы. Верхняя часть факела приобретает форму "шляпы" (как в квазиустановившемся состоянии на теневой фотографии рис. 1). Эффект возвышения центральной части факела (swelling) объясняется ниже.

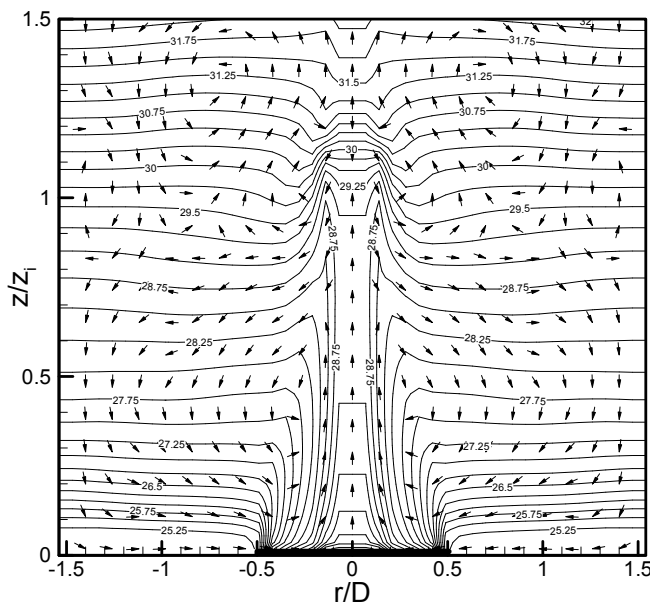


Рис. 5: Вычисленная картина векторного поля скорости и поля изотерм над источником тепла в квазиустановившемся состоянии. В термически устойчиво стратифицированной окружающей среде верхняя часть теплового факела приобретает форму "шляпы".

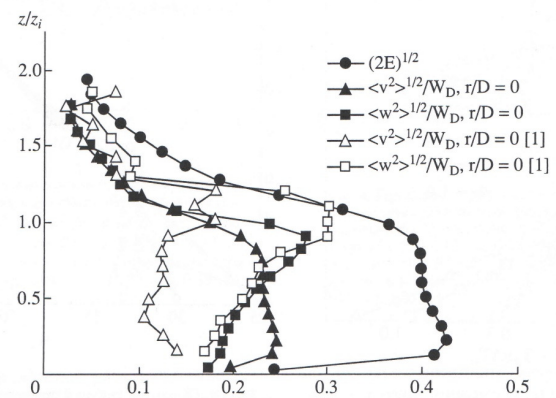


Рис. 6: Распределения горизонтальной и вертикальной дисперсий турбулентной скорости на оси факела ($r/D = 0$) над островом тепла. Светлые треугольники и квадраты — эксперимент [1]. Зачерненные треугольники и квадраты — вычисление (трехпараметрическое RANS приближение), зачерненные окружности — вычисленное распределение интенсивностей турбулентности, $\sqrt{u_i u_i}$.

Структура турбулентности теплового факела представлена на рис. 6 распределениями среднеквадратичных флуктуаций горизонтальной, $\sigma_u = (\overline{u^2})^{1/2}/w_D$, и вертикальной, $\sigma_w = (\overline{w^2})^{1/2}/w_D$, турбулентных скоростей в центре факела. Как данные лабораторных измерений, так результаты численного моделирования показывают, что большие значения σ_u/w_D и σ_w/w_D внутри перемешанного слоя быстро убывают с высотой выше слоя вовлечения ($z > z_i$). Как измеренный, так и вычисленный профили σ_w/w_D имеют максимум вблизи верхней границы перемешанного слоя ($z/z_i \approx 1$) σ_U/w_D . Область вычисленного максимального значения σ_u/w_D простирается дальше по горизонтали, чем значение σ_w/w_D вследствие горизонтального дивергентного течения, вызываемого устойчивой стратификацией в верхней части факела. Следует отметить, что конечные размеры экспериментальной установки все же оказывали влияние на циркуляцию, вероятно подавляя горизонтальное движение и, таким образом, понижая уровень значений σ_U/w_D . Представленные результаты вычисления турбулентной структуры теплового факела показывают, что в рассматриваемой задаче простые параметризации турбулентных потоков импульса и тепла не только правильно описывают характерные особенности распределений σ_u/w_D и σ_w/w_D , но и удовлетворительно отражают их анизотропный характер.

3.2 Поле температуры

На рис. 7 показаны измеренные в лабораторном эксперименте, а на рис. 8 — вычисленные вертикальные распределения температуры над островом тепла. Измерения на рис. 7 соответствуют “сильной” стратификации [1] на момент времени равный 8 минутам. Вычисленное распределение на рис. 8 соответствуют тем же условиям. Вычисленное распределение температуры при $r/D = 0$ и $r/D = 0,20$ подобно измеренному и указывают на хорошее перемешивание в нижней и центральной части факела. Такой характер поведения распределения температуры с высотой относится к тем реальным ночным планетарным пограничным слоям, в которых преобладают неустойчивые (конвективные) условия, вследствие восходящего потока тепла от (урбанизированной) поверхности и небольшие скорости движения окружающего воздуха. В отсутствие сильного потока тепла, направленного вверх, или значительных скоростей движения окружающего воздуха, приблизительно нейтральные или слегка устойчивые условия могут превалировать внутри городского пограничного слоя. На рис. 7, 8 видно, что *профили температуры внутри факела имеют характерное “вздутие” (swelling): температура внутри факела оказывается ниже температуры вне его на той же высоте, фиксируя тем самым область отрицательной плавучести, вследствие возвышения факела в центре*. Это возвышение связано с эффектом *перекрещивания*, обнаруженном в вертикальных профилях температуры город–сельская местность. Эта высота возвышения максимальна на оси факела и уменьшается с расстоянием от его центра. Такой характер вертикального распределения температуры соответствует шпирен-фотографии теплового факела в лабораторном эксперименте на рис. 1: факел имеет куполообразную верхнюю часть в форме “шляпы”.

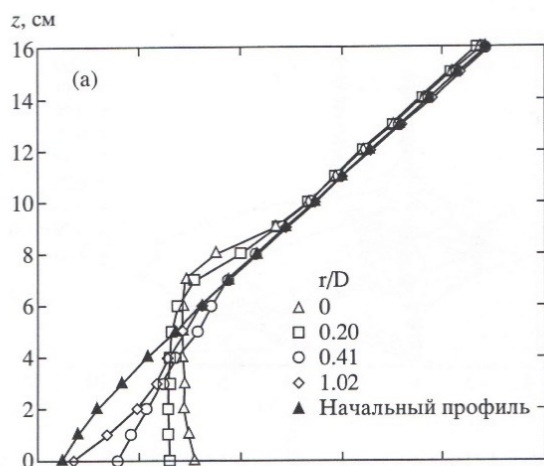


Рис. 7: Профили температуры в различных сечениях над островом тепла: эксперимент [1] ($H_0 = 1,81$ Вт/см²; $Fr = 0,088$; $Re = 4500$; $\partial T/\partial z_a = 1,4^\circ\text{C}/\text{см}$; $r/D = 0(\Delta)$; $0,2(\square)$; $0,4(\bigcirc)$; $1,0(\diamond)$; (\blacktriangle) — начальный профиль.

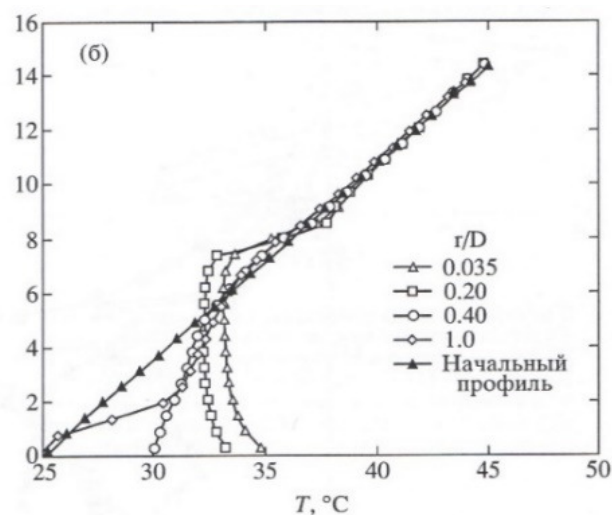


Рис. 8: Вычисленные профили при тех же параметрах, как и на рис. 7.

Заключение

Сформулирована математическая модель городского острова тепла. Описание турбулентности теплового факела в RANS приближении с включением в качестве искоемых моментов термогидродинамических полей второго порядка позволяет воспроизвести структурные особенности проникающей турбулентной конвекции над островом тепла, включая такие тонкие эффекты, как *перекрещивание вертикальных профилей температуры теплового факела с образованием области отрицательной плавучести*, свидетельствующей о развитии куполообразной формы у верхней части факела в виде “шляпы” (рис. 1).

Вертикальная дисперсия турбулентной скорости удовлетворительно согласуется с опытными данными, в то время как вычисленная радиальная дисперсия турбулентной скорости превосходит экспериментальный аналог в пределах слоя перемешивания ($0 < z/z_i \leq 1$), что может быть связано с влиянием вертикаль-

ных стенок лабораторной установки [1], воздействие которых в квазиустановившемся состоянии вероятно подавляло горизонтальное движение, понижая уровень горизонтальной дисперсии турбулентной скорости.

В рассматриваемой задаче простая модель градиентной диффузии для турбулентных потоков не только правильно описывает характерные особенности распределений вертикальной и горизонтальной дисперсий турбулентной скорости, но и удовлетворительно отражает их анизотропный характер.

Список литературы

- [1] Lu J., Arya P. et al. A Laboratory Study of the Urban Heat Island in a Calm and Stably Stratified Environment. Part I and II // J. Appl. Meteor. 1997. Vol.36, No.10, 1377–1402.
- [2] Willis G. E. and J. W. Deardorff. A laboratory model of the unstable planetary boundary layer // J. Atmos. Sci. Vol. 1974. 31, 1297–1307.
- [3] Pielke R. A. Mesoscale meteorological modeling (second edition). Academic Press, 2002.
- [4] Cheng Y., Canuto V. M., Howard A. M. An Improved Model for the Turbulent PBL // J. Atmos. Sci. 2002. Vol. 59, No.9, 1550–1565.
- [5] А. Ф. Курбацкий, Л. И. Курбацкая. Трехпараметрическая модель турбулентности для атмосферного пограничного слоя над урбанизированной поверхностью // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. 42(4), 476–494.
- [6] А. Ф. Курбацкий, Моделирование нелокального турбулентного переноса импульса и тепла. Изд-во “НА-УКА” Сибирское отделение, Новосибирск: 1988 г., 240 с.
- [7] Sommer T. P., So R. M. C. On the modeling of homogeneous turbulence in a stably stratified flow // Phys. Fluids. 1995. Vol. 7, No.11, 2766–2777.
- [8] Jin L. H., So R. M. C., Gatski T. B. Equilibrium states of turbulent homogeneous buoyant flows // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 482, 207–233.
- [9] Beguier C., Dekeyser I., Launder B. E. Ratio of scalar and velocity dissipation time scales in shear flow temperature // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21, No. 3, 307–310.
- [10] Курбацкий А. Ф., Курбацкая Л. И. Турбулентная циркуляция над поверхностным источником в устойчиво стратифицированной окружающей среде // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23. №5, С. 703–719.
- [11] Роч П. Вычислительная гидродинамика. М. “Мир”, 1980 г., 616 с.

*Людмила Ивановна Курбацкая — ст. науч.сотр. Института
вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
e-mail: L.Kurbatskaya@ommgp.sscs.ru;*

*Альберт Феликсович Курбацкий — д.ф.-м.н., Г.Н.С. Института теоретической
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН; Новосибирский государственный университет;
e-mail: kurbat@itam.nsc.ru.*

Дата поступления — 22 мая 2017 г.