

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ИЗ УЗКОЙ ЩЕЛИ ПРИ НЕБОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

С. Н. Яковенко

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090, Новосибирск*

УДК 532.517

Выполнено математическое моделирование плоской струи, истекающей из узкой щели, на основе численного решения уравнений Навье — Стокса при различных числах Рейнольдса. Получено стационарное решение, соответствующее аналитическому решению вдали от входа в струю. При этом, положение асимптотического выхода на аналитическое решение смещается вниз по потоку с ростом числа Рейнольдса. Работа является основой для дальнейших исследований развития неустойчивости в плоской струе.

**Ключевые слова:** плоская струя, двумерные уравнения Навье — Стокса, численное моделирование.

## Введение

Целью работы является численное исследование структуры потока в истекающей из узкой щели плоской струе, стационарной и с наложенными осцилляциями в поперечном направлении, аналогичными акустике. Результаты работы могут применяться, например, для развития основанной на сжигании экологически чистого топлива водородной энергетики, с огромными запасами в мировом океане. Процессы струйного истечения водорода из различного типа горелок, форсунок, сопел и его горения представляют интерес с точки зрения повышения устойчивости пламени и снижения выбросов в атмосферу оксидов азота. Возникает вопрос возможности влиять на эти процессы с помощью различных методов управления. Например, формирующаяся под влиянием акустики вихревая структура способствует росту подсоса воздуха, повышению степени смешения топливо-воздух и устойчивости пламени, снижению температуры и длины пламени, и, как результат, сокращению эмиссии вредных выбросов [1]. Результаты моделирования также применимы в задачах пульсирующих микроструй для воздействия на основные источники шума (крупные турбулентные вихри в выхлопных потоках в авиадвигателях) и снижения шума от самолета; для охлаждения и вентиляции в микроэлектронике; активно воздействующих на поток актуаторов для снижения сопротивления летательных аппаратов и экономии топлива.

## 1 Модель

Для численного моделирования плоской струи используются двумерные нестационарные уравнения неразрывности и Навье — Стокса для несжимаемой жидкости в декартовых координатах  $(x, y)$ . Как и в [2, 3], дискретизация уравнений проводится на смещенной сетке для предотвращения рассогласования полей скорости и давления, определяемых при помощи одновременных итераций и метода искусственной сжимаемости. В предварительных этапах работы изучается влияние шага по координате/времени, разрежения/сгущения сетки, длины и ширины области расчета, условий на границах.

## 2 Результаты

Полученные результаты стационарных расчетов (для получения установившегося по времени численного решения) показывают качественно правильную картину развития и расширения струи (рис. 1–5). При этом

наблюдается асимптотическое стремление с ростом продольной координаты  $x$  к степенным законам затухания скорости в центре струи ( $\sim x^{-1/3}$ ) и характерных толщин струи ( $\sim x^{2/3}$ ) (рис. 4, 5), соответствующим точному решению для плоской струи из точечного источника (см., напр., в [4]).

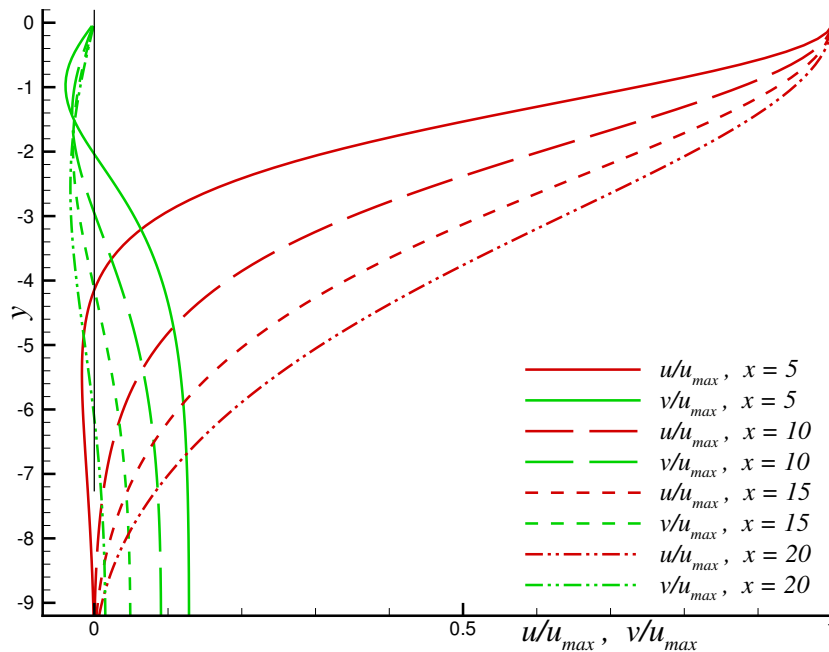


Рис. 1: Профили горизонтальной скорости  $u(y)$  и вертикальной скорости  $v(y)$  в четырех сечениях струи ( $x = 5, 10, 15$  и  $20$ ), обезразмеренные на максимальную скорость в центре струи  $u_{max}(x, y = 0)$

На рис. 1–4 приведены результаты расчета в области  $0 < x < 30$ ,  $-10 < y < 0$  на равномерной сетке с шагом  $\Delta x = \Delta y = h/10$  при числе Рейнольдса  $Re = 2hu_{max}(x = y = 0)/\nu = 32$ . Координаты  $(x, y)$  обезразмерены на полувысоту щели  $h$  (полувысоту струи на входе); скорость и давление при  $0 < y < 10$  получены из симметрии относительно плоскости  $y = 0$ .

На рис. 5 представлены результаты стационарных расчетов на неравномерных сетках с минимальным шагом  $\Delta x = \Delta y = h/10$  вблизи выхода течения из плоской щели и разрежением по  $x$  и  $y$ , а именно:

- (а) область  $0 < x < 100$  и  $-40 < y < 0$ , коэффициент разрежения сетки 1,05 в вычислениях при  $Re = 32$ ;
- (б) область  $0 < x < 200$  и  $-50 < y < 0$ , коэффициент разрежения сетки 1,10 при  $Re = 160$ ;
- (в) область  $0 < x < 500$  и  $-70 < y < 0$ , коэффициент разрежения сетки 1,20 при  $Re = 1600$ .

Данные численного моделирования показывают существенный рост дальности струи с ростом числа Рейнольдса (в координатах, обезразмеренных на полувысоту плоской щели), поэтому для достижения выхода стационарного решения на асимптотические степенные законы необходимо увеличивать вычислительную область с ростом  $Re$ .

## Заключение

Представлены результаты математического моделирования плоской струи, истекающей из узкой щели, при различных числах Рейнольдса. Получено стационарное решение, соответствующее аналитическому решению вдали от входа в струю. Работа является основой для дальнейшего исследования неустойчивости струи. В частности, планируется изучить влияние различных распределений скорости на входе в струю: в частности, перехода от параболического профиля Пуазейля и к “ударному” профилю (с постоянной скоростью) при различном числе Рейнольдса. Предполагается также изучить развитие возмущений из численной неустойчивости, или малых случайных возмущений, или наложенных колебаний струи различной частоты и сравнить полученные результаты с данными других работ, полученными в лабораторных экспериментах (см., напр., [1]), численных и аналитических исследованиях.

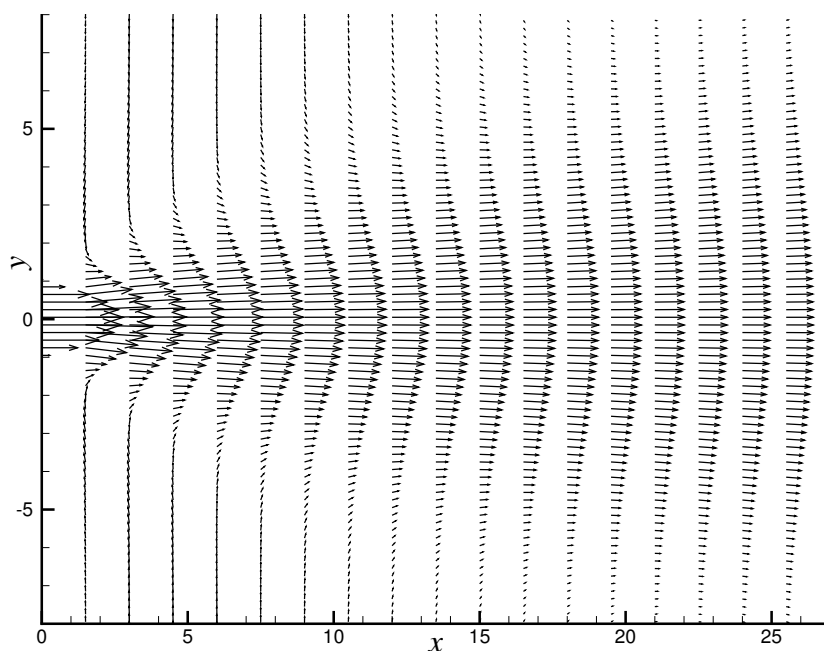


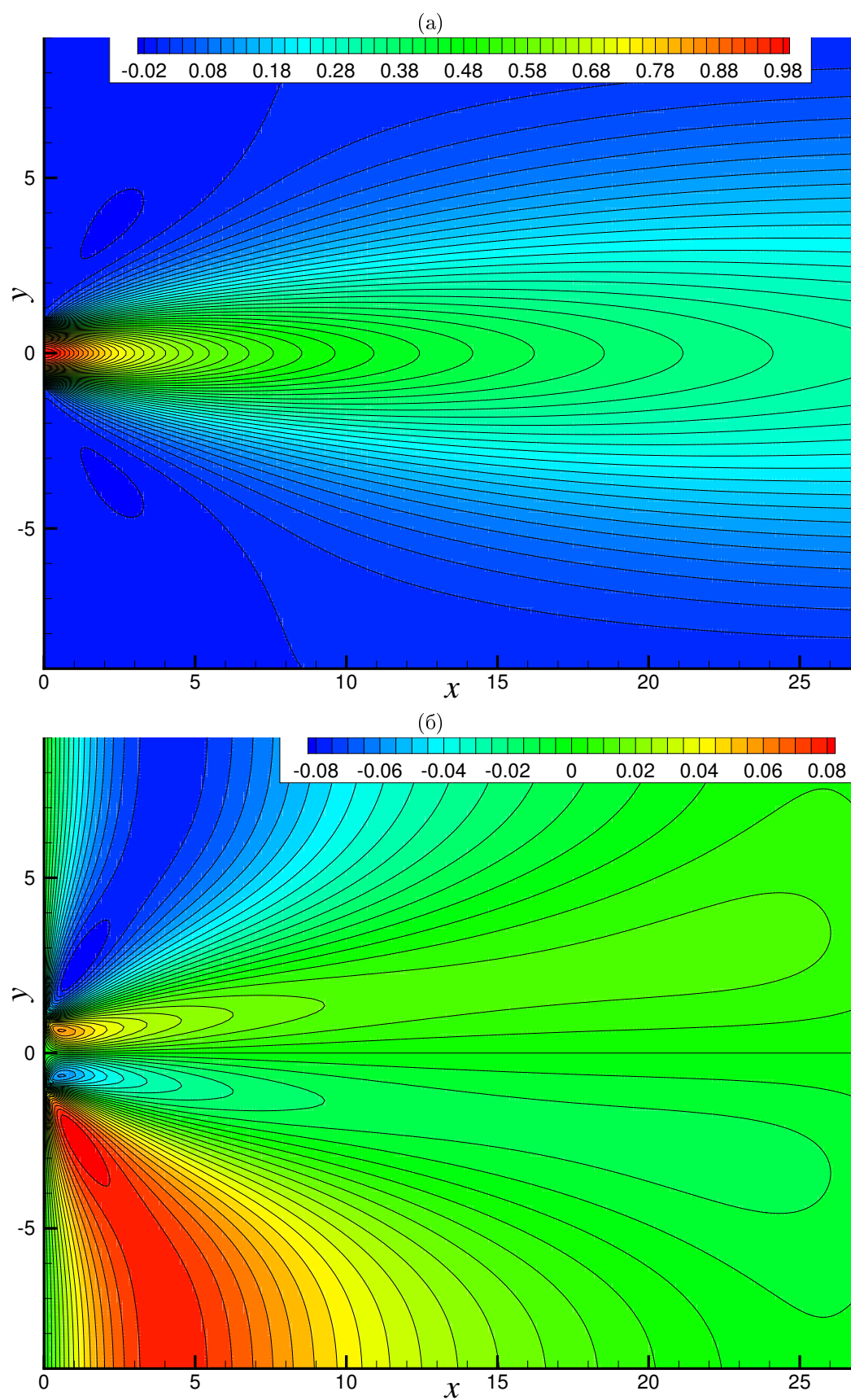
Рис. 2: Векторы скорости (длина вектора пропорциональна амплитуде скорости) в плоской струе

## Список литературы

- [1] Козлов В. В., Грек Г. Р., Коробейничев О. П., Литвиненко Ю. А., Шмаков А. Г. Особенности горения водорода в круглой и плоской струе в поперечном акустическом поле и их сравнение с результатами горения пропана в тех же условиях // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2014. Т. 9, вып. 1. С. 79–86.
- [2] Vieceili J. A. A computing method for incompressible flows bounded by moving walls // J. Comput. Phys. 1971. Vol. 8. P. 119–143.
- [3] Курбацкий А. Ф., Яковенко С. Н. Численное исследование турбулентного течения вокруг двумерного препятствия в пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 1996. Т. 3, вып. 2. С. 145–163.
- [4] Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.

*Сергей Николаевич Яковенко — д.ф.-м.н., ст. науч. сотр. Института  
теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН;  
e-mail: yakovenk@itam.nsc.ru.*

*Дата поступления — 31 мая 2017 г.*


 Рис. 3: Изолинии: (а) горизонтальной скорости  $u(x, y)$ ; (б) вертикальной скорости  $v(x, y)$

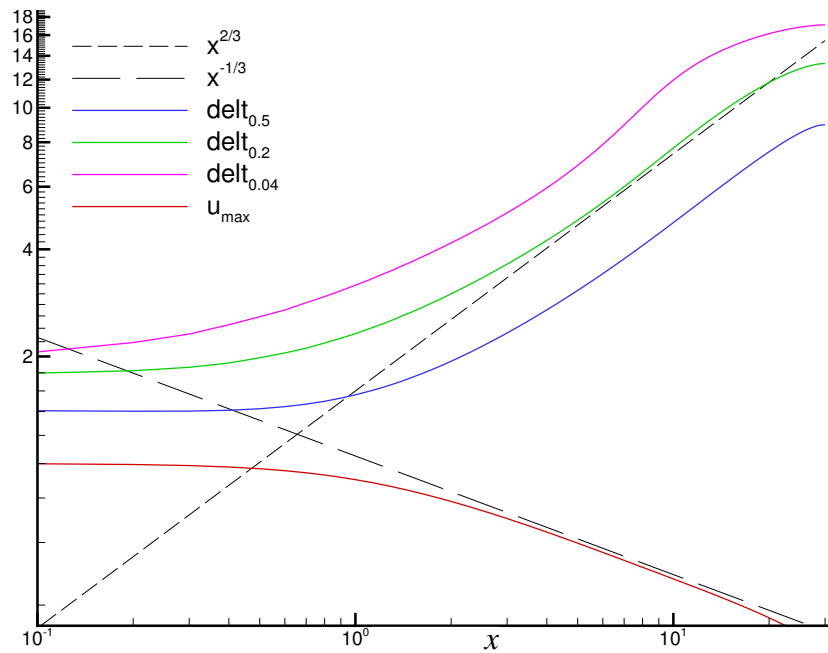


Рис. 4: Безразмерные величины максимальной скорости  $u_{max}(x, y = 0)/u_{max}(x = y = 0)$ , характерных толщин  $\delta_{0.5} = 2|y(u/u_{max} = 0, 5)|$ ,  $\delta_{0.2} = 2|y(u/u_{max} = 0, 2)|$ ,  $\delta_{0.04} = 2|y(u/u_{max} = 0, 04)|$ , в зависимости от продольной координаты  $x$  и в сравнении со степенными законами

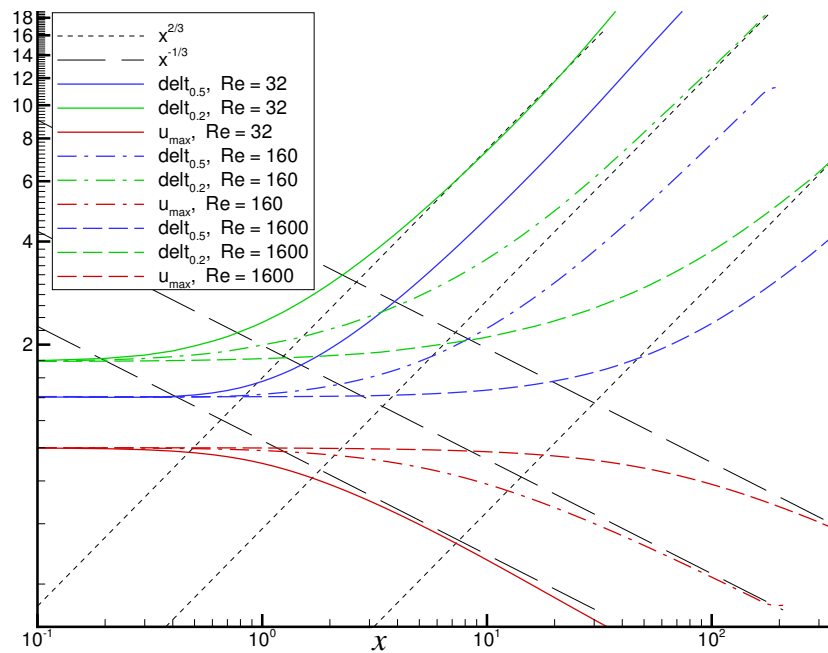


Рис. 5: Те же величины, что на рис. 4, полученные в расчетах в увеличенных областях при различных  $Re$