

МНОГОСПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ В ЗАДАЧЕ УТОЧНЕНИЯ ГРАНИЦ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ В ТОМОГРАФИИ

И. Г. Казанцев

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск

УДК 519.652

В работе рассматривается задача восстановления изображений по рентгеновским проекциям, регистрируемым детекторами высокого спектрального разрешения. Для неизвестного распределения коэффициента ослабления f внутри среды, источника A и детектора B на поверхности просвечиваемого тела, интегральная модель формирования данных имеет вид лучевого преобразования в каждом спектральном диапазоне. Рассматривается задача реконструкции f итерационными методами по многомерным проекционным данным $p(f, A, B)$, регистрируемым множеством пар источник-детектор (A, B) . Геометрия просвечивания определяет матрицу системы, а правая часть представлена взвешенными суммами определенных элементов изображения. Целью работы является улучшение качества реконструкции, уменьшение артефактов и уточнение границ на реконструкции при малом числе направлений просвечивания. Применен хорошо адаптируемый к различным геометриям просвечивания итерационный метод Качмажа, на каждой итерации осуществляется минимизация полной вариации градиента реконструируемого изображения. Проведены модельные численные эксперименты.

Ключевые слова: томография, итерационные методы, многоспектральные изображения.

Введение

В работе рассматривается задача восстановления изображений по рентгеновским проекциям, регистрируемым детекторами высокого спектрального разрешения. Предложены подходы комплексирования изображений в нескольких спектральных диапазонах, получаемых при реконструкции изображений в томографии. Метод основан на сведении двумерной полной вариации, многократно вычисляемой в итерациях оптимизационных алгоритмов томографии, к набору одномерных процедур выделения границ. Исследуемые методы применимы, помимо томографии, также и в обработке многоспектральной информации дистанционного спутникового зондирования земной поверхности.

1 Модель

Идеализированная интегральная модель рентгеновской компьютерной томографии хорошо известна. Для известного распределения линейного коэффициента ослабления $f(x, y, z)$ среды, источника A и детектора B малых размеров, модель формирования данных имеет вид лучевого преобразования Радона:

$$p(A, B) = \int_A^B f(x, y, z) dl. \quad (1)$$

Здесь dl — элемент длины на линии AB . Задача состоит в реконструкции f по данным $p(A, B)$, регистрируемым большим множеством пар «источник — детектор», организованных в проекции. Итерационные методы рассматривают задачу восстановления изображений (1) как дискретную линейную систему $Ax = b$,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16-07-00066) и Программы I.33П Президиума РАН (проект № 0315-2015-0012).

где проекционные данные b (дискретный аналог p) являются взвешенными суммами определенных элементов (пикселей) изображения, лексикографически представленного в виде вектора x . Одним из активно используемых на практике методов является алгоритм Качмажа, известный также как ART (Algebraic reconstruction techniques) [1], использующий построчную обработку проекционной матрицы и потому экономный. В этой работе рассматривается итерационный двумерный случай, где ART модифицирован на основе методов условной минимизации полной вариации (TV — total variation), с целью улучшения качества реконструкции, уменьшения артефактов и уточнения границ на реконструкции при малом числе направлений просвечивания. Предполагается, что объекты имеют кусочно-постоянные коэффициенты ослабления. Это проявляется в скачкообразном изменении значений восстанавливаемой функции от объекта (фона) к объекту, что наблюдается во многих задачах томографии и обработки изображений. Предполагается, что эти скачки имеют место в одних и тех же областях изображений для всех спектральных каналов (Рис. 1).

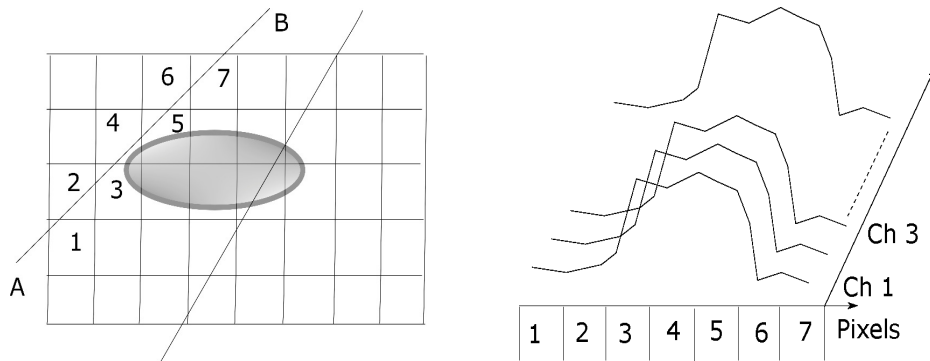


Рис. 1: Дискретная модель томографии: (Слева): Геометрическая модель прохождения луча АВ через цифровое изображение размером 5×8 пикселей. Пиксели, пересекаемые лучом, обозначены вдоль луча как отсчеты (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) и составляют дискретную ступенчатую аппроксимацию отрезка. Фон представлен отсчетами 1, 2, 6, 7, а объект — отсчетами 3, 4, 5. (Справа): Профили значений линейного коэффициента ослабления вдоль луча АВ для различных энергий проникающего излучения в каналах Ch 1, Ch 2, Ch3, ...

2 Численный метод

Пусть A_m — вектор-строка ($m = 1, \dots, M$) матрицы A длиной N ; b — вектор-столбец правой части длиной M ; λ — параметр релаксации; $nIter$ — число итераций ART. Очередная итерация метода ART имеет вид

$$x_{ART}^{(k+1)} = x_{ART}^{(k)} + \lambda \frac{\langle A_m, x_{ART}^{(k)} \rangle}{\langle A_m, A_m^T \rangle} A_m^T. \quad (2)$$

Модуль градиента двумерного изображения x вычисляется в пикселе (s, t) по формуле

$$|\nabla x_{s,t}| = \sqrt{(x_{s,t} - x_{s-1,t})^2 + (x_{s,t} - x_{s,t-1})^2}. \quad (3)$$

Целевой функцией выбрана L_1 — норма градиента, называемая полной вариацией (total variation — TV) изображения x :

$$\|x\|_{TV} = \sum_{s,t} |\nabla x_{s,t}| = \sum_{s,t} \sqrt{(x_{s,t} - x_{s-1,t})^2 + (x_{s,t} - x_{s,t-1})^2}. \quad (4)$$

Задача условной оптимизации формулируется так: найти изображение x

$$x = \operatorname{argmin} \|x\|_{TV}$$

с ограничениями:

$$Ax = b, x \geq 0.$$

Полученный алгоритм называется ART-TV и имеет входные параметры: матрица A размером $M \times N$; вектор-столбец правой части b длины M ; λ — параметр релаксации ART; α — параметр минимизации TV; $nIter$ — число итераций ART; nTV — число итераций цикла минимизации полной вариации. Результат алгоритма: восстановленное изображение $x^{(nIter)}$. Псевдокод представлен на Рис. 2.

```

1: function ART-TV ( $A, b, M, N, \lambda, \alpha, nIter, nTV$ )
2:    $x^{(0)} \leftarrow 0$ 
3:   for  $k \leftarrow 1$  to  $nIter$  do
4:      $x^{(k)} \leftarrow x^{(k-1)}$ 
5:      $x^{ART} \leftarrow x^{(k)}$ 
6:     for  $m \leftarrow 1$  to  $M$  do
7:        $x^{ART} \leftarrow x^{ART} + \lambda \frac{\langle A_m, x^{ART} \rangle}{\langle A_m, A_m^T \rangle} A_m^T$ 
8:     end for
9:      $x^{POS} \leftarrow \max(0, x^{ART})$ 
10:     $\beta \leftarrow \|x^{POS} - x^{ART}\|_2$ 
11:     $x^{TV} \leftarrow x^{POS}$ 
12:    for  $q \leftarrow 1$  to  $nTV$  do
13:       $dx^{TV} \leftarrow \nabla_x \|x\|_{TV}$ 
14:       $dx^{TV} \leftarrow dx^{TV} / \|dx^{TV}\|_2$ 
15:       $x^{TV} \leftarrow x^{TV} - \alpha \cdot \beta \cdot dx^{TV}$ 
16:    end for
17:     $x^{(k)} \leftarrow \max(0, x^{TV})$ 
18:  end for
19:  return  $x^{(nIter)}$ 
20: end function

```

Рис. 2: Алгоритм ART-TV

3 Результаты

Проведены вычислительные эксперименты с реконструкциями по 20 проекциям методом ART-TV (Рис. 3 и 4). Использовалась минимизация полной вариации в двух вариантах — по всему изображению (известный подход) и по наборам пикселей, лежащих на лучах просвечивания (предлагаемый в этой работе). Во втором подходе все формулы вычисления вариаций модифицированы на одномерный случай. Идея состоит в снижении размерности полной вариации и управляемой сегментации границ и скачков на многоспектральных реконструкциях. На данный момент изображения обрабатываются отдельно для каждого канала. Литература по обнаружению скачков в одномерных сигналах пополняется постоянно и появляется много новых эффективных методов [2].

Если имеется K спектральных каналов регистрации, а текущий луч пересекает поле изображения в L пикселях, то можно исследовать матрицы одномерных профилей (Рис. 1) размером $K \times L$ для совместного анализа границ на многоспектральной информации, поскольку границы областей объективно существуют одновременно в определенном пикселе на всех каналах.

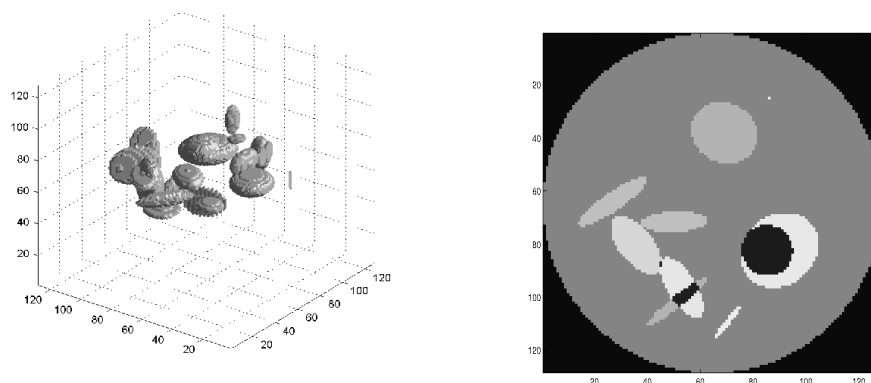


Рис. 3: Дискретная модель. (Слева) Фантом $128 \times 128 \times 128$. (Справа) Изображение центрального горизонтального слоя трехмерного фантома.

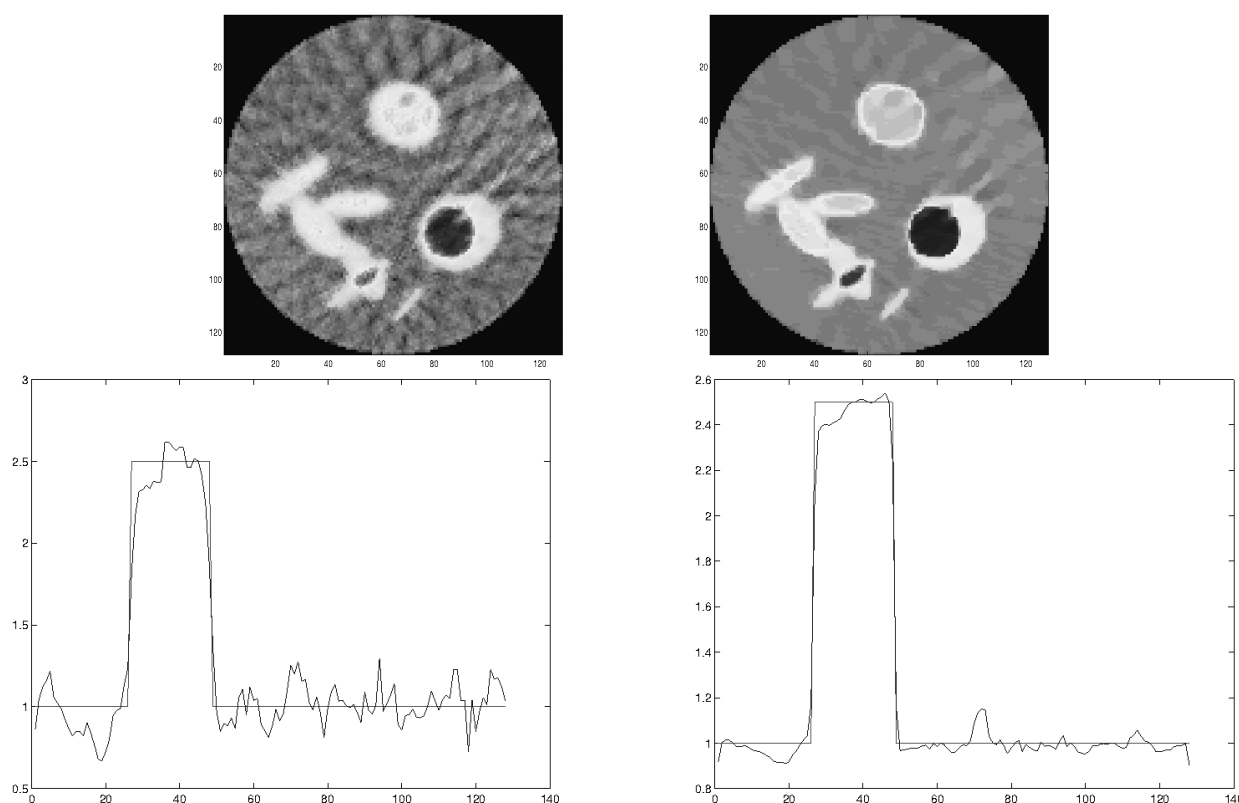


Рис. 4: Две реконструкции фантома вычислены по 20 проекциям каждая с 384 детекторами, в результате пяти ART итераций и пяти итераций при минимизации TV. (Верхний ряд слева) Минимизация полной вариации, традиционно вычисленной на всем двумерном изображении. Нормализованная среднеквадратичная ошибка восстановления равна 0.07. (Верхний ряд справа) Минимизация осуществлена на одномерных массивах пикселей, посещаемых лучом просвечивания. Нормализованная среднеквадратичная ошибка равна 0.05. (Нижний ряд) Сравниваются профили центральных столбцов фантома, состоящего из ступенчатых функций, и реконструкций с вычислением полной вариации на всем изображении (слева) и на одномерных фрагментах (справа), соответственно реконструкциям в верхнем ряду.

Заключение

В работе получены следующие результаты. Применен хорошо адаптируемый к различным геометриям просвечивания и теоретически точный алгебраический итерационный метод ART-TV, в котором на каждой итерации осуществляется минимизация полной вариации градиента реконструируемого изображения и его подобластей. Рассматриваемые подходы могут быть применены в задаче улучшения границ на многоспектральных данных дистанционного зондирования введением одномерной обработки на линейных подобластях изображений.

Список литературы

- [1] Sidky E.Y., Pan X. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization // *Physics in Medicine and Biology*. 2008. V. 53. P. 4777–4807.
- [2] Condat L. A Direct Algorithm for 1-D Total Variation Denoising // *IEEE Signal Processing Letters*. 2013. V. 20. P. 1054–1057.

*Иван Гаврилович Казанцев — д.ф.-м.н., ст. науч. сотр. Института
вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
e-mail: kig@ooi.ssc.ru;*

Дата поступления — 24 мая 2017 г.