

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ СКВАЖИН

В. В. Васин, Г. Г. Скорик

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, 620990, Екатеринбург

УДК 517.977

Задача деконволюции, которая возникает при описании гидродинамических процессов в скважине при проведении тестов, формулируется в виде уравнения Вольтерра первого рода с разрывными входными данными (ядро — скорость потока, правая часть — изменение давления), которые характеризуются наличием больших ошибок измерения. Кроме того, решение этого уравнения имеет разномасштабный характер поведения на области определения. В этих условиях традиционные алгоритмы решения уравнения Вольтерра, как правило, не приводят к удовлетворительным результатам. Чтобы решить задачу, мы привлекаем вариационные методы регуляризации и строим функциональный базис (система экспонент), позволяющий учесть в алгоритме все априорные ограничения, известные для искомого решения. Это позволило сформировать семейство приближенных решений, удовлетворяющее условиям гладкости и точности, требуемым для интерпретации скважинных тестов. Формулируются теоремы сходимости приближенных решений и описываются детали численной реализации построенных регуляризующих алгоритмов.

Ключевые слова: задача деконволюции, скважинный тест, тихоновская регуляризация, система экспонент.

Введение

С математической точки зрения задача деконволюции — решение уравнения Вольтерра первого рода [1]

$$Ag \equiv \int_0^t q(t-\tau)g(\tau) d\tau = \Delta p(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

которое возникает при описании гидродинамических процессов, происходящих в скважине при проведении тестов. Уравнение вытекает из принципа Дюамеля, который гласит, что измеряемое изменение давления $\Delta p(t) = p_0 - p(t)$ есть свертка измеряемой скорости потока $q(t)$ жидкости с импульсной функцией $g(t)$ отклика резервуара. Здесь p_0 — начальное давление резервуара (в невозмущенном состоянии), $p(t)$ — давление, измеряемое, например, на поверхности ствола скважины. Искомая функция $g(t)$ подлежит определению из уравнения (1) по измеренным с ошибками функциям $p(t)$ и $q(t)$. Известно, что полученные в результате решения уравнения (1) функции $v(t) = tg(t)$, $w(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau$ в логарифмической шкале широко используются инженерами-исследователями при идентификации системы скважина-резервуар на основе интерпретации скважинных тестов [2, 3, 4, 5].

Уравнение (1) применительно к скважинным тестам имеет существенную специфику, которая заключается в следующем:

1. Реальные экспериментальные данные $q(t)$, $p(t)$, p_0 содержат большие погрешности (от 5% до 15%);
2. Исходные данные $q(t)$, $p(t)$ и, особенно, решение $g(t)$ могут иметь значительные вариации на малых временных участках (разномасштабность);
3. Функции $q(t)$, $p(t)$ ограничены, но, как правило, разрывны.

В этих условиях традиционные алгоритмы не позволяют построить устойчивое приближенное решение некорректно поставленного уравнения (1), пригодного для адекватной интерпретации скважинных тестов,

чему свидетельствуют многочисленные публикации, посвященные этой проблеме (см. подробные обзоры в [5, 6]).

Одна из возможностей повышения устойчивости метода и улучшения качества решения заключается в использовании в алгоритме дополнительной априорной информации о решении. Эта информация, обычно записываемая в виде некоторых ограничений (равенств, неравенств, включений), позволяет локализовать приближенное решение и повысить ее аппроксимативные свойства. При определенных допущениях на систему скважина-резервуар искомая функция отклика резервуара $g(t)$ удовлетворяет следующей бесконечной системе неравенств [3, 4, 5]:

$$(-1)^k d^k g(t)/dt^k \geq 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad t \geq 0. \quad (2)$$

Необходимо отметить, что во всех работах (см., например, [2, 3, 4, 5, 6, 7] и ссылки в них), посвященных задаче деконволюции (1), привлекались в различных сочетаниях не более трех первых неравенств из (2)

$$g(t) \geq 0, \quad dg(t)/dt \leq 0, \quad d^2 g(t)/dt^2 \geq 0, \quad (3)$$

выражающих важные свойства решения: неотрицательность, монотонность и выпуклость. Так, например, разностные аппроксимации неравенств (3) использовались в [4] при построении алгоритма, основанного на сведении исходной постановки к задаче линейного программирования. Наиболее часто в алгоритмах учитывалось свойство неотрицательности решения. В этой связи следует отметить интересную работу [7], в которой тихоновская регуляризация использовалась не к уравнению (1), а нелинейному уравнению

$$\bar{A}(z) = \int_{\infty}^{\ln t} q(t - e^{\sigma}) e^{z(\sigma)} d\sigma = \Delta p(t),$$

полученному из (1) с помощью замены $\sigma = \ln \tau$, $z(\sigma) = \ln(\tau g(\tau))$. Этот подход позволяет не только автоматически учитывать свойство неотрицательности решения, но и несколько нивелировать разномасштабность решения. Также в работе [6] неравенства (3) учитывались при построении алгоритмов на основе вариационных методов, но здесь учет ограничений осуществлялся с помощью разложения решения по системе кусочно-линейных функций, удовлетворяющих конечно-разностным аналогам неравенств (3). Эти методы в численных расчетах дают вполне удовлетворительные результаты, но вследствие кусочно-линейности базисных функций приближенные решения не обладают достаточной гладкостью, что несколько снижает эффективность алгоритмов.

Этот недостаток преодолен в работе [8], где для тех же методов регуляризации искомое решение строилось в виде разложения по системе степенных функций $\{e^{-\lambda_i t}, \lambda_i \geq 0, \lambda_i \neq \lambda_j, i \neq j\}$. Это позволило построить бесконечно дифференцируемые приближенные решения, удовлетворяющие всем ограничениям (2). При этом основные результаты (теоремы сходимости регуляризованных решений) были получены в предположении, что искомое решение уравнения (1) представимо в форме конечной суммы

$$\hat{g}(t) = \sum_{i=1}^n \hat{c}_i e^{-\lambda_i t}, \quad (4)$$

где каждая функция $h_i(t) = e^{-\lambda_i t}$, очевидно, удовлетворяет ограничениям (2). Было показано, что в этом случае для построения приближенного решения уравнения (1) достаточно ограничиться в разложении (4) по системе h_i с неотрицательными коэффициентами \hat{c}_i , что автоматически влечет выполнение всей совокупности неравенств (2) для приближенного решения. В данной работе не предполагается, что искомое решение стеснено условием (4), т.е., допускается представление решения в виде бесконечной суммы.

1 Свойства системы экспонент

В теории приближения функций хорошо известна теорема Мюнца [9] об аппроксимации функции полиномами.

Теорема 1 ([9]). Пусть $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots, \lambda_i \rightarrow \infty, 0 < a < b$. Для того, чтобы для любой функции $f \in C[a, b]$ и любого $\varepsilon > 0$ нашлась линейная комбинация $P_n(x) = \sum_{i=1}^n c_i x^{\lambda_i}$ такая, что $\|f - P_n\|_{C[a, b]} < \varepsilon$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{i=1}^{\infty} 1/\lambda_i = \infty. \quad (5)$$

В случае отрезка $[0, b]$ условия (5) необходимо и достаточно для замкнутости системы $1 \cup \{x^{\lambda_i t}\}$, $-1/p < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ на $[0, b]$ в метрике пространства $L_p[0, b]$, $p \geq 1$.

Непосредственным следствием Теоремы 1 является следующая лемма.

Лемма 1. Пусть для функций $\{h_i(t)\}_{i=0}^{\infty}$, $h_0(t) = 1$, $h_i(t) = e^{-\lambda_i t}$, $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$, $\lambda_i \rightarrow \infty$, выполнено условие (5). Тогда система функций $\{h_i(t)\}_{i=0}^{\infty}$ замкнута в пространстве $C[0, T]$.

Пусть $-1/p < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ и выполнено условие (5). Тогда система функций $1 \cup \{e^{-\lambda_i t}\}$, $i = 1, 2, \dots$, $t \in [0, T]$, замкнута в пространстве $L_p[0, T]$.

Доказательство. Используя замену $x = e^{-t}$, приходим к системе $\{e^{-\lambda_i t}\}$ и утверждению, сформулированному в лемме. \square

Из леммы 1 непосредственно следует, что решение уравнения (1) может быть приближено с любой точностью отрезками ряда по системе экспонент $\{e^{-\lambda_i t}\}_{i=0}^{\infty}$ в пространствах $L_p[0, T]$, $C[0, T]$.

Предположим, что решение уравнения (1) представимо в виде ряда по системе $\{e^{-\lambda_i t}\}_{i=0}^{\infty}$

$$\hat{g}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \hat{c}_i e^{-\lambda_i t}, \quad t \in [0, T]. \quad (6)$$

Если ряд (6) допускает почленное дифференцирование, т.е.,

$$\hat{g}^{(k)}(t) = (-1)^k \sum_{i=0}^{\infty} \hat{c}_i \lambda_i^k e^{-\lambda_i t},$$

то при $\hat{c}_i \geq 0$ функция $\hat{g}(t)$ удовлетворяет всем априорным ограничениям (2). Как показывается в следующей лемме из абсолютной сходимости ряда $\sum_{i=0}^{\infty} \hat{c}_i < \infty$ и выполнимости априорных ограничений (2) вытекает, что все коэффициенты \hat{c}_i неотрицательны, что позволяет аппроксимировать решение конечными суммами ряда (6) с $\hat{c}_i \geq 0$.

Лемма 2. Пусть функция $g(t)$ имеет представление

$$g(t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i e^{-\lambda_i t}, \quad (7)$$

где $\lambda_i \geq 0$, $\lambda_i \neq \lambda_j$ при $i \neq j$, ряд $\sum_{i=0}^{\infty} c_i$ — абсолютно сходящийся и $g(t)$ удовлетворяет бесконечной системе априорных неравенств (2).

Тогда все коэффициенты $c_i \geq 0$, $i = 0, 1, 2, \dots$

Таким образом, согласно Лемме 2 приближенное решение для уравнения (1) можно строить в виде конечных сумм ряда (7) с неотрицательными коэффициентами, что автоматически гарантирует выполнение априорных ограничений (2) и упрощает численную реализацию алгоритмов.

З а м е ч а н и е 1. В отличие от теоремы Мюнца в лемме 2 не предполагается выполнение условий

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \dots, \quad \lambda_i \rightarrow \infty, \quad \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i} = \infty.$$

З а м е ч а н и е 2. Если $t \in [\varepsilon, T]$, $\varepsilon > 0$ и $\sum_{i=0}^{\infty} |c_i| < \infty$, то возможно почленное дифференцирование ряда

$$g(t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i e^{-\lambda_i t}, \text{ т.е. } g^{(k)}(t) = (-1)^k \sum_{i=0}^{\infty} c_i \lambda_i^k e^{-\lambda_i t}. \text{ Это вытекает из того факта, что}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} c_i \lambda_i^k e^{-\lambda_i t} \leq e^{k(\ln(k/\varepsilon)-1)} \sum_{i=0}^{\infty} |c_i|, \quad k = 1, 2, \dots,$$

т.е., ряд из производных равномерно сходится.

2 Метод Тихонова

Для учета априорных ограничений, рассмотрим метод регуляризации Тихонова [10, 11] в следующей форме:

$$\min\{\|A_\nu g - \Delta p_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha\Omega[g]: 0 < \kappa \leq g(t) \leq d_0, 0 \leq (-1)^m g^{(m)}(t) \leq d_m, m = 1, 2, \dots\} = \Psi^*, \quad (8)$$

где точное решение $\hat{g}(t)$ удовлетворяет ограничениям в задаче (8) и стабилизирующий функционал $\Omega[g]$ имеет вид

$$\Omega[g] = \int_0^T \left[\tau g^{(2)}(t)/g(t) + g^{(1)}/g(t) - (\tau g^{(1)}/g(\tau))^2 \right]^2 \frac{d\tau}{\tau}. \quad (9)$$

Аргументацию по поводу того, почему именно в виде (9) целесообразно использовать функционал $\Omega[g]$, можно найти в работе [8]. Введение дополнительного ограничения $0 < \kappa \leq g(t)$ связано с тем, что подынтегральное выражение в $\Omega[g]$ содержит слагаемые, имеющие в знаменателе функцию $g(t)$. Поэтому ограниченность снизу для функции $g(t)$ необходима, чтобы гарантировать непрерывность функционала $\Omega[g]$ относительно равномерной сходимости функций и их производных.

Теорема 2. Пусть уравнение (1) имеет единственное решение, $A, A_\nu: L_p[0, T] \rightarrow L_2[0, T]$, выполнены условия аппроксимации

$$\|q - q_\nu\| \leq \nu, \quad \|\Delta p - \Delta p_\delta\| \leq \delta, \quad (10)$$

и параметры ν, δ, α связаны соотношениями

$$\alpha(\nu, \delta) \rightarrow 0, \quad \nu, \delta \rightarrow 0.$$

Тогда задача (8) имеет решение $g_\alpha(t)$, возможно неединственное, при этом имеет место соотношения:

$$\lim_{\nu, \delta \rightarrow 0} \|g_\alpha(\nu, \delta) - \hat{g}\|_{W_p^{(m)}} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

где $\hat{g}(t)$ — решение уравнения (1).

3 Конечномерная аппроксимация метода Тихонова

Поставим в соответствие задаче

$$\min\{\|A_\nu^\varepsilon g - \Delta p_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha\Omega[g]: 0 < \kappa \leq g(t) \leq d_0, 0 \leq (-1)^m g^{(m)}(t) \leq d_m, m = 1, 2, \dots\}, \quad (11)$$

последовательность конечномерных задач

$$\min\left\{\|A_\nu^\varepsilon g - \Delta p_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha\Omega[g]: 0 < \kappa \leq g(t) = \sum_{i=0}^n c_i^n e^{-\lambda_i t}, c_i^n \geq 0, \sum_{i=0}^n c_i^n \leq d_0\right\}, \quad (12)$$

где

$$A_\nu^\varepsilon g \equiv \int_\varepsilon^T q_\nu(t - \tau) g(\tau) d\tau = \Delta p_\delta(t).$$

Теорема 3. Пусть $A, A_\nu^\varepsilon: L_p[0, T] \rightarrow L_2[0, T]$, выполнены условия аппроксимации (10) и решение $g_\alpha(t)$ задачи (11) единственно и представимо в виде

$$g_\alpha(t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i^\alpha e^{-\lambda_i t}.$$

Тогда существует решение $\hat{g}^n(t)$ задачи (12) и имеет место сходимость

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|\hat{g}^n - g_\alpha\|_{W_p^{(m)}} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

4 Численный алгоритмы минимизации

При численной реализации метода Тихонова оператор A задачи (1) аппроксимируется матрицей, определяемой формулой

$$(A_{mn}c)_i = \int_0^{t_i} q_\nu^k(t_i - \tau) g^n(\tau) d\tau = \sum_{j=0}^n c_j \int_0^{t_i} q_\nu^k(t_i - \tau) e^{-\lambda_i \tau} d\tau,$$

где $i = 1, 2, \dots, m$, $c = (c_0, c_1, \dots, c_n)$, $n = 100$, $q_\nu^k(t)$ — кусочно-линейная функция, которая строится на сетке $\{\tau_i\}_{i=1}^k$ со значениями $\{q_\nu(\tau_i)\}_{i=1}^k$. Параметры λ_i выбираются из условия $e^{-\lambda_i \bar{\tau}_i} = \gamma$, $i = 1, 2, \dots, k$, $\lambda_0 = 0$, $\gamma = 0.01$, где $\bar{\tau}_i$ — равномерная сетка в логарифмической шкале:

$$\ln \bar{\tau}_i = \ln \bar{\tau}_1 + \frac{i-1}{n-1} (\ln \bar{\tau}_n - \ln \bar{\tau}_1), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

В качестве численного алгоритма минимизации нелинейной функции $n+1$ переменных используется метод активных ограничений [12, гл. 16, раздел 5] с итерационными шагами на основе регуляризованного метода Ньютона. Кратко опишем основные его этапы.

Перед первым шагом алгоритма множество активных ограничений задается пустым $S = \emptyset$. Также выбирается дополнительный параметр регуляризации $\beta > 0$ и параметр $\epsilon > 0$ для условия останова.

Рассмотрим k -й шаг итерации алгоритма.

1. Для текущей точки c^k вычисляются градиент f^k и гессиан H^k минимизируемой функции Ψ в задаче (12). Имеем следующее приближение для функции Ψ :

$$\Psi(c^k + \Delta c) \approx \Psi(c^k) + \Delta c^T f + \Delta c^T H^k \Delta c.$$

2. Для $i \in S$, т.е. для коэффициентов $c_i = 0$ с активными ограничениями, устанавливаем $\bar{f}_i^k = 0$, $\bar{H}_{ij}^k = 0$, $\bar{H}_{ji}^k = 0$. Для $i, j \notin S$, $\bar{f}_i^k = f_i^k$, $\bar{H}_{ij}^k = H_{ij}^k$.

3. Проверяем, является ли оператор $\bar{H}^k + \beta I$ положительно определенным. Если нет, то удваиваем β до тех пор, пока $\bar{H}^k + \beta I$ не станет положительно определенным.

4. Находим Δc^k из условия минимума квадратичного функционала $\Delta c^T \bar{f}^k + \Delta c^T (\bar{H}^k + \beta I) \Delta c$:

$$\Delta c^k = -(\bar{H}^k + \beta I)^{-1} \bar{f}^k.$$

5. Выполняем шаг одномерной минимизации с ограничениями

$$t^k = \arg \min_t \{ \Psi(c^k + t \Delta c^k) : c_i^k + t \Delta c_i^k \geq 0 \}$$

$$c^{k+1} = c^k + t^k \Delta c^k.$$

6. Если $t > 0$ и $\|f^k\| \leq \epsilon$, то удаляем одно из активных ограничений: $S = S \setminus \{\bar{i}\}$, где $\bar{i} = \arg \min_{i \in S} \{f_i^k : f_i^k < 0\}$. Если для всех $i \in S$, $f_i^k \geq 0$, то алгоритм завершается и искомая функция строится по найденным коэффициентам: $g(t) = \sum_{i=0}^n c_i^{k+1} e^{-\lambda_i t}$.

7. Если $t = 0$, тогда существует такой коэффициент c_i , что $c_i^k = 0$, $\Delta c_i^k < 0$. К множеству активных ограничений добавляем еще одно $S = S \cup \{\bar{i}\}$, где $\bar{i} = \arg \min_i \Delta c_i^k$.

8. Повторяем шаг итерации для c^{k+1} и, возможно, нового набора активных ограничений.

Если функция $q(t)$ известна с большой погрешностью $\|q - q_\nu\| \leq \nu$, тогда приходится выполнять коррекцию по $q(t)$ для вычисления $g(t)$ с приемлемой точностью. Как показали численные эксперименты, достаточно 10–20 шагов коррекции $q(t)$. Описание алгоритма коррекции представлено в работах [6, 8].

5 Численные результаты

На рис. 1 модельные данные по давлению и скорости потока, заданные с 5% погрешности. Решение методом Тихонова с коррекцией скорости потока показано на рис. 2.

Другие результаты численных экспериментов можно найти в [6, 8].

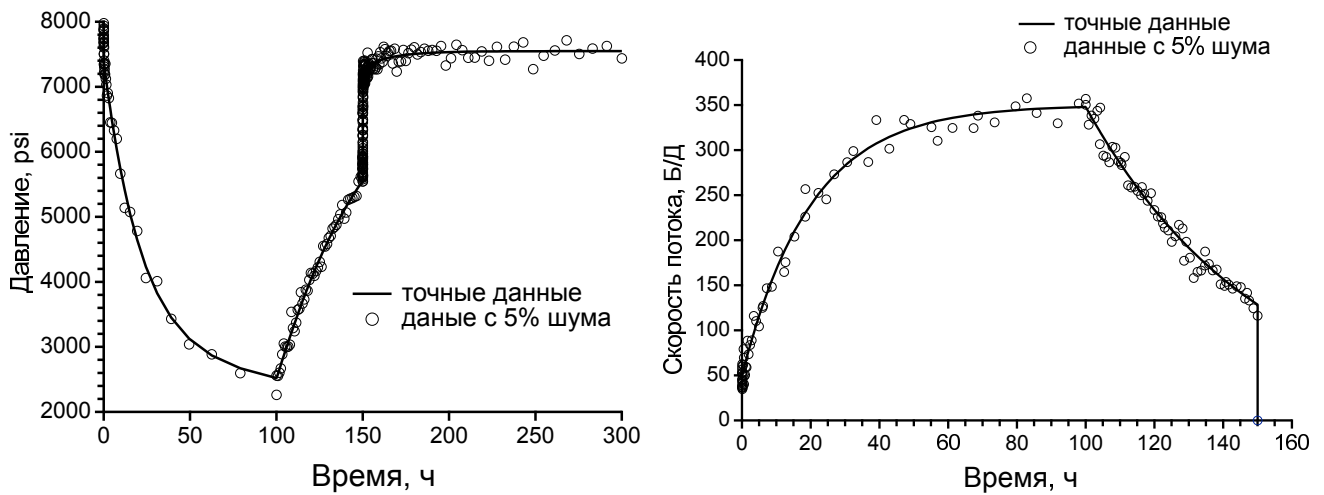
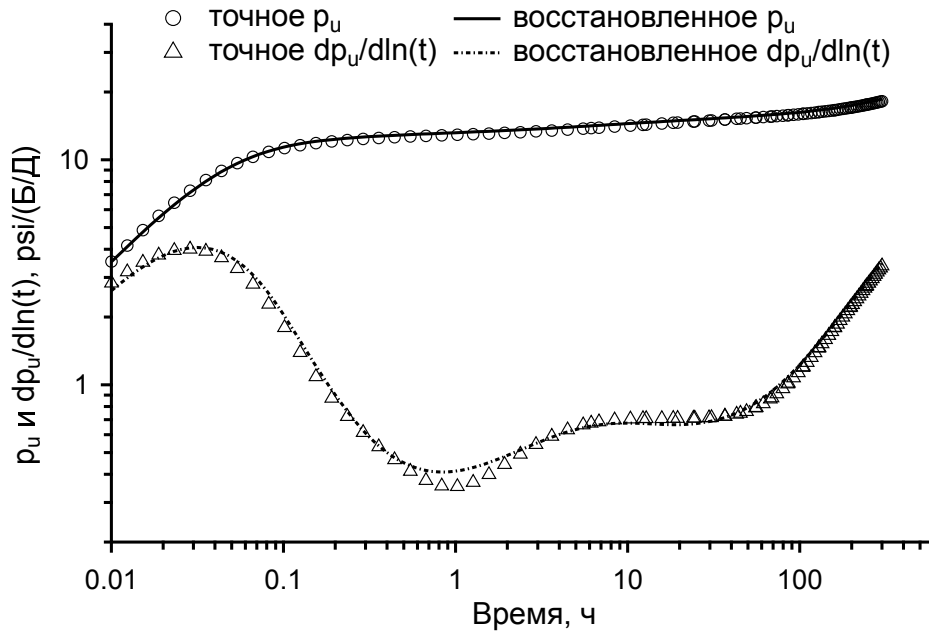


Рис. 1: Модельные данные тестирования скважины

Рис. 2: Восстановленные методом Тихонова $g(t)$, $p_u(t)$ при 5% погрешности в исходных данных

З а м е ч а н и е 3. Задача деконволюции (1) возникает при интерпретации односкважинных тестов. Обобщением этой задачи будет система интегральных уравнений, возникающая при интерпретации многоскважинных тестов. При таком обобщении падение давления $\Delta p_i(t)$ в i -й скважине зависит от скорости потока $q_j(t)$ в соседних скважинах на том же резервуаре:

$$\sum_{j=1}^n \int_0^t q_j(t-\tau) g_{ij}(\tau) d\tau = \Delta p_i(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

где $g_{ij}(t)$ — функция отклика i -й скважины на падение давления в j -й. Постановка задачи для многоскважинных тестов и некоторые методы решения представлены в работе [13].

Заключение

В данной работе представлен метод решения задачи деконволюции (1), устойчивый к погрешностям в исходных данных как по давлению, так и по расходу жидкости. При этом построенные приближенные решения удовлетворяют всем априорным ограничениям, заданным в виде бесконечной системы неравенств. Кроме того, полученные в результате решения уравнения функции, ответственные за интерпретацию скважинных тестов при идентификации системы скважина–резервуар, обладают требуемым свойством гладкости. Это достигается благодаря: 1) построению специального базиса, учитывающего априорную информацию о решении; 2) применению дополнительной процедуры коррекции функции скорости потока; 3) использованию неквадратичного стабилизатора в методе регуляризации, учитывающего разномасштабность искомого решения.

Список литературы

- [1] Von Everdinger A. F., Hurst W. The application of the Laplace transformation to flow problem in reservoir // Transaction of American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers. 1949. Vol. 186. P. 305–324.
- [2] Bourdet D., Ayoub J.A., Pirard Y.M. Use of pressure derivative in well-test interpretation // SPE Formation Evaluation, SPE Paper 12777. 1989. P. 293–302.
- [3] Pimonov E. A., Onur M., Kuchuk F. J. A new robust algorithm for solution of pressure/rate deconvolution problem // J. Inv. Ill-Posed Problems. 2009. Vol. 17, Issue. 6. P. 611–627.
- [4] Coats K. H., Rapport L. A., McCord J. R., Drews W. P. Determination of Aquifer Influence Functions From Field Data // Transactions of SPE (AIME). 1964. Vol. 231. P. 1417–1424.
- [5] Kuchuk F.J., Onur M., Hollander F. Pressure Transient Formation and Well Testing: Convolution, Deconvolution and Nonlinear Estimation. 2010. Amsterdam: Elsevier. 387 p.
- [6] Vasin V., Skorik G., Pimonov E., Kuchuk F. New regular algorithms for solution of the convolution problem in well test interpretation // Appl. Math. 2010. Vol. 1, no. 5. P. 387–399.
- [7] von Schroeter T., Hollander F., Gringarten A. Deconvolution of well-test data analysis as a nonlinear total least squares problem // SPE J. 2004. Vol. 9, no. 4. P. 375–390.
- [8] Vasin V. V., Skorik G. G. Pressure/rate deconvolution problem and reconstruction of solution satisfying to all a priori constraints // Int. Conf. Proc. (8th Intern. Conf. on Inverse Problems in Engineering, 12–15 May, 2014, Krakow, Poland), Eds: I.Szczygiel, A.J. Novak, M. Rojchlyk, Gliwice–Krakow, Poland, Inst. Thermal Technology Silesian University of Technology, 2014. P. 343–352.
- [9] Müntz H. Über den Approximationssatz von Weierstrass // H. A. Schwarz's Festschrift, Berlin. 1914. P. 303–312.
- [10] Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задачах и методе регуляризации // Докл. АН СССР. 1963. Т. 151, № 3. С. 501–504.
- [11] Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. 2-е изд. М.: Наука. 1979. 285 с.
- [12] Nocedal J., Wright S. J. Numerical Optimization (2nd ed). Berlin, New York: Springer-Verlag. 2006. 664p.
- [13] Cumming J. A., Woof D. A., Whittle I., Gringarten A. C. Multiwell deconvolution // Presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, 30 September – 2 October 2013.

Владимир Васильевич Васин — Член-корр. РАН, проф., гл. науч. сотр. Отдела некорректных задач анализа и приложений

*Института математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН;
e-mail: vasin@imm.uran.ru;*

*Георгий Григорьевич Скорик — к.ф.-м.н., ст. науч. сотр. Отдела некорректных задач анализа и приложений
Института математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН;
e-mail: skorik@imm.uran.ru.*

Дата поступления — 31 мая 2017 г.