

ЗАДАЧА ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

Аниконов Д.С., Коновалова Д.С.

Институт математики имени С.Л. Соболева СО РАН

anik@math.nsc.ru; dsk@math.nsc.ru

В широком смысле проблема интегральной геометрии состоит в получении информации о подынтегральной функции по некоторому заданному набору интегралов. Такие задачи востребованы в теории дифференциальных уравнений для прямых и обратных задач. Не претендуя на полный обзор темы, укажем на классиков этого направления, таких как Д. Радон, Р. Курант, Ф. Йон, И. М. Гельфанд. Кроме того, значительный вклад в решение подобных задач внесли труды математической школы М. М. Лаврентьева и В.Г. Романова в связи с исследованием обратных задач математической физики. Смежной областью исследования является теория зондирования сред различными физическими сигналами. Важно отметить, что большая часть результатов в интегральной геометрии была получена для гладких подынтегральных выражений, что несколько снижает их прикладную ценность. Это обстоятельство побудило авторов настоящей работы исследовать именно случаи разрывных подынтегральных функций. При этом оказалось целесообразным поставить задачу определения только поверхностей разрыва неизвестных функций, что представляет ценность, например, для задач зондирования. Такая постановка вопроса позволила значительно ослабить ограничения и тем самым расширить возможности применения предложенных алгоритмов. В частности, для томографии удалось исследовать проблему при полном учете рассеяния средой частиц зондируемого сигнала. Существенным элементом предлагаемого авторского исследования является введение понятия псевдо выпуклых множеств, на которых определены неизвестные разрывные функции. Такие множества оказались с одной стороны не обременительными для теории зондирования, а с другой стороны удобными для исследований. В этом направлении удалось обосновать серию алгоритмов для проблем обращения обобщенного преобразования Радона в четно-мерном и нечетно-мерном евклидовом пространстве. При этом математический результат состоял в построении интегро-дифференциального оператора, определенного на известных данных. Такой оператор являлся индикатором искомых поверхностей, вблизи которых его поведение принципиально отличалось от его поведения в остальной области определения.

¹Работа выполнена по программе госзадания, FWNF-2022-0009