

ТЕНЗОРНАЯ ТОМОГРАФИЯ НА ПЛОСКОСТИ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РИССА

Казанцев С.Г.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
kazan@math.nsc.ru

Найдено общее представление симметричных соленоидальных тензорных полей на плоскости в пространстве $\mathbf{L}_2(\mathbb{R}^2, \mathbf{S}_m)$. Показано, что соленоидальное тензорное поле $\mathbf{a} = \sum_{k=0}^m a_k \mathbf{E}_k^{(m)}$ ранга m порождается одной функцией $f \in L_2(\mathbb{R}^2)$ с помощью преобразований Рисса R_1, R_2 и их степеней ([1]),

$$\mathbf{a} = \sum_{k=0}^m (-1)^k R_1^{m-k} R_2^k f \mathbf{E}_k^{(m)},$$

где введены единичные псевдовектора $\mathbf{E}_0^{(m)} = \underbrace{(1, 0, \dots, 0)}_{m+1}$, $\mathbf{E}_1^{(m)} = (0, 1, 0, \dots, 0)$, \dots ,

$\mathbf{E}_m^{(m)} = (0, \dots, 0, m)$ и $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, a_m)$, $a_k = \underbrace{a_1 \dots 1}_k \underbrace{2 \dots 2}_{m-k}$, $k = 0, \dots, m$.

Тогда продольное лучевое преобразование $\mathcal{R}_m^{\parallel}$ определяется как

$$\mathcal{R}_m^{\parallel} \mathbf{a} = \sum_{k=0}^m (-1)^k C_m^k \cos^{m-k} \varphi \sin^k \varphi \mathcal{R} a_k, \text{ где } \mathcal{R} - \text{преобразование Радона.}$$

Используя связь преобразования Радона и преобразований Рисса ([2]), получена формула для восстановления соленоидального тензорного поля по его продольному лучевому преобразованию. Формулы для порождающей функции (разные для четного и нечетного ранга m) имеют вид

$$f = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} C_m^k \mathcal{R}^{\sharp} (\cos^{m-k} \varphi \sin^k \varphi \frac{d}{ds} \mathcal{R} a_k) = -\mathcal{R}^{\sharp} \left(\frac{d}{ds} \mathcal{R}_m^{\parallel} \mathbf{a} \right), \quad m = 2M + 1,$$

$$f = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} C_m^k \mathcal{R}^{\sharp} (\cos^{m-k} \varphi \sin^k \varphi \mathcal{R} a_k) = (-\Delta)^{1/2} \mathcal{R}^{\sharp} (\mathcal{R}_m^{\parallel} \mathbf{a}), \quad m = 2M.$$

Здесь

$$[\mathcal{R}^{\sharp} g(s, \boldsymbol{\theta})](\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{S}^1} \mathbf{g}(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta}$$

– оператор обратного проецирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казанцев С. Г. Тензорные поля на плоскости и преобразования Рисса. // Сибирские электронные математические известия, 2014, т.11, с. 709–724.
2. Desbat L., Perrier V. On locality of Radon to Riesz transform. // Signal Processing, 2016, 120, pp. 13–25.