

«Современные проблемы обратных задач» Междунар. науч. конф. 85 лет акад. В.Г. Романову.
(6-9 октября 2023, Новосибирск)

В.К. Горбунов

Ульяновский государственный университет

vkgorbunov@mail.ru

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА (ВЕРИФИКАЦИЯ) ТЕОРИИ РЫНОЧНОГО СПРОСА

Секция 1

<https://us02web.zoom.us/j/82680294606?pwd=MzNZRVVvK2YwZGZhZThBUmIxM3BrUT09>

Идентификатор: 826 8029 4606

Код : 191624

9 октября 2023 г.

Оглавление

Основные работы	3
1. Проблема: отсутствие теории рыночного спроса в Economics	6
2. Методологический индивидуализм	7
3. Теория индивидуального спроса и проблема агрегирования	8
3.1. МОДЕЛЬ ИС.....	8
3.2. ПРОБЛЕМА АГРЕГИРОВАНИЯ ПОКУПАТЕЛЕЙ.....	10
4. Холистическая Теория Рыночного Спроса	12
4.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТРС	13
4.2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ (ЭКОНОМИЧЕСКИЕ, КОНЮСА) ИНДЕКСЫ.....	15
4.3 ИНВАРИАНТНЫЕ ИНДЕКСЫ.....	16
5. Верификация ТРС	17
5.1. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД.....	18
5.2. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД АФРИАТА-ВЭРИАНА.....	20
5.4. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ АФРИАТА.....	23

Основные работы

1. Горбунов В.К. (2004). *Математическая модель потребительского спроса: теория и прикладной потенциал*. М.: Экономика.
2. – // – (2015). *Потребительский спрос: Аналитическая теория и приложения*. Ульяновск: УлГУ. URL: http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_1945611.
3. – // – (2018). *Математическое моделирование рыночного спроса: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп.* СПб.: Издательство «Лань».
4. – // – (2018). Холистическая теория экономического равновесия: модифицированная модель Касселя-Вальда. *Доклады Академии Наук*. Т. 482, № 3, 268-271.
5. Горбунов В.К., Львов А.Г. (2019). Обратная задача теории рыночного спроса и аналитические индексы спроса // *Журнал СВМО*, 25(1).

6. Горбунов В.К., Козлова Л.А., Львов А.Г. (2020). К проблеме построения аналитических индексов рыночного спроса: вариативный подход // Вопросы статистики, Т. 27, № 3.
7. Горбунов В.К., Львов А.Г. (2022). Анализ потребительского спроса России, 2012-2017: двухэтапное построение аналитических индексов // Вопросы статистики, Т.29, № 4.
8. Gorbunov, V. (2021a). The holistic theory of the consumer market demand. *European Proceedings of Social and Behavioural Sciences*. CDSSES (2020, vol. 105, 476-485). European Publisher. DOI: 10.15405/epsbs.2021.04.52.
9. Gorbunov V. (2021b). Market demand: a holistic theory and its verification. *MPRA Paper No. 109154*, posted 23 August 2021.
10. Gorbunov V. (2022). The positive resolution of the microeconomic problem of market demand: issues of methodology and verification. *MPRA Paper No. 115514*, posted 01 Dec 2022.

11. Горбунов В.К. *Экстремальные задачи обработки результатов измерений*. Докторская диссертация (вычисл. математика): ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1991.
12. Gorbunov, V.K. Regularization of degenerate equations / inequalities under explicit data parameterization, in J. of Inverse and Ill-Posed Problems. 2001. V.9. No 6.
13. Горбунов В.К. Регуляризация нелинейных некорректных задач с параметризованными данными // *Нелинейный анализ и нелинейные дифференциальные уравнения* / Ред. Треногин В.А. и Филиппов А.Ф. М.: Физматлит, 2003. С. 418-447.

1. Проблема: отсутствие теории рыночного спроса в Economics

Основатели математизированного варианта неоклассического направления экономических исследований **Уильям Стэнли Джевонс** (1835-1882) и **Леон Вальрас** (1834-1910) начали (независимо) в 1870-х процесс пересмотра конгломерата современных им экономических теорий на **научных принципах**, ориентируясь на механику и физику. Однако **современная неоклассическая экономическая теория (Economics) содержит (частную) математическую теорию индивидуального спроса (ТИС), но**

- **не содержит научно обоснованной теории рыночного спроса (ТРС), предназначенной для анализа реального спроса и построения теории экономического равновесия, отражающей реальность и определяющей цены, учитывающие ресурсы, производственные возможности страны и потребительские предпочтения населения.**

Эти фундаментальные провалы имеют методологическое объяснение.

2. Методологический индивидуализм

Economics построена в идеологических (либеральных) рамках **методологического индивидуализма (МИ)**, понятие и основные принципы которого сформулированы **Йозефом Шумпетером (1908)**:

- 1) **сложные экономические явления должны представляться через действия элементарных агентов – потребителей-индивидов / домохозяйств и фирм;**
- 2) **каждый агент рационален и независим от других;**
- 3) **частные теории, основываются на экономически правдоподобных предположениях (аксиомах).**

3. Теория индивидуального спроса и проблема агрегирования

3.1. Модель ИС

Mas-Colell A., Whinston M., Green J. (1995) *Microeconomic Theory*. NY: OUP.

- **Рынок** n бесконечно делимых благ (товаров и услуг) с мерами $x \in R_+^n$;
- **Индивид** имеет **доход** w_h , **предпочтения**, представляемые **полным, транзитивным и непрерывным** БО \succeq , индикатор БО – ФП $u_h(x)$, $x \in R_+^n$:
$$x' \succeq x \Leftrightarrow u(x') \geq u(x) .$$

- **Принцип рациональности** – максимизация ФП u_h при расходном ограничении, определяемом ценами $p \in R_{++}^{n*}$ и **доход индивида** w_h , $h \in \overline{1, H}$;
$$x^h(p, w_h) \in \text{Arg max} \{u_h(x) : \langle p, x \rangle \leq w_h, x \geq 0\} . \quad (\text{ID})$$

Регулярная модель (ID): $u_h \in C^2(R_+^n)$, *возрастающая, квазивогнутая*
→ **спрос** $x^h(p, w_h)$ – однозначный, непрерывный, дифференцируемый.

$\lambda^h(p, w_h)$ – множитель Лагранжа задачи (ID).

Модель (ID) – каждый **индивид / домохозяйство** умеет решать задачи:

- определения своей ФП u_h ,
- максимизации этой функции (ID).

Эта *аксиоматическая* модель, очевидно, далека от реальности и основанная на ней ТИС не может быть убедительно верифицирована, и должна рассматриваться лишь как **догма** *нормативной* теории **искусственной экономики, предписывающей** каким должно быть **поведение людей**.

Однако она до настоящего времени является краеугольным камнем Economics и, в соответствии с МИ, – основой возможных (в рамках МИ) теорий рыночного спроса!

3.2. Проблема агрегирования покупателей

Согласно МИ, **коллективный спрос** является суммой индивидуальных спросов (ID):

$$X(p, w_1, \dots, w_H) = \sum_{h=1}^H x^h(p, w_h). \quad (\text{CD})$$

Обозначим *общие доходы* H потребителей

$$w = w_1 + \dots + w_H.$$

Вопрос: Какие свойства индивидуальных ФП $u_h(x)$ обеспечивают существование *коллективной* ФП $u(x)$, такой что рыночный спрос

$$X(p, w) \triangleq \arg \max \{u(x) : \langle p, x \rangle \leq w, x \geq 0\} \quad (\text{MD})$$

совпадает с рыночным (CD), т. е.

$$X(p, w_1, \dots, w_H) = X(p, w) ?$$

Теорема (Gorman, 1953) Для существования индивидуальных $u_h(x)$ и коллективной ФП $u(x)$, рационализирующих функции спроса $x^h(p, w_h)$, $X(p, w)$ необходимо и достаточно, чтобы **все индивидуальные траектории Энгеля** $E_p^h = \{x = x^h(p, w_h) : w_h \geq 0\}$ **были параллельными прямыми**. При этом все функции спроса имеют вид (форма Гормана)

$$x_i^h(p, w_h) = a_i^h(p) + b_i(p)w_h, \quad i = \overline{1, n}. \quad (\text{GF})$$

Пол Самуэльсон в работе (Samuelson, 1956) уточнил, что траектории Энгеля начинаются из центра координат пространства благ:

$$x_i^h(p, 0) = 0, \quad \text{т.е.} \quad a_i^h(p) = 0.$$

Результат Гормана-Самуэльсона показывает, что *одинаковая модель спроса* не может быть моделью как *индивидуального (ID)*, так и *коллективного (CD) спросов*, кроме нереалистичных случаев выполнения условий (GF). Этот результат Самуэльсон бездоказательно разрешил в пользу индивидуального спроса.

4. Холистическая Теория Рыночного Спроса

ТРС и основы её верификации представлены в наших (Горбунов В.К.) книгах и учебном пособии (2004, 2015, 2018).

ТРС разработана на основе **научной методологии**, основные принципы которой: **Объективность, Доказательность, Верификация.**

ТРС формально повторяет ТИС, но с заменой *искусственного объекта – рационального и независимого индивида* на реальный рынок, представляемый ***торговой статистикой цен и количеств продаж.***

4.1. Основные положения ТРС

1) **Объект ТРС** – любой **рынок**, представляемый *торговой статистикой цен и количеств продаж*, а также общими **расходами** потребителей:

$$\left\{ p^t, x^t : t = \overline{0, T} \right\}, \quad e_t = \langle p^t, x^t \rangle. \quad (1)$$

В силу неповторяемости рыночных процессов погрешности данных (1) неизвестны.

2) множество потребителей, формирующих статистику (1), является ‘нечётким’ (Zadeh, 1965) и называется ‘*Статистическим ансамблем потребителей*’ (САП) данного рынка¹.

¹ Подмножество C универсального множества U называется его ‘нечётким подмножеством’, если принадлежность $u \in U$ к C характеризуется некоторой ‘функцией принадлежности’ $\mu_C : U \rightarrow [0, 1]$ со значениями $\mu_C(u)$, представляющими ‘степень принадлежности’ элемента u к C . **Степенью принадлежности** индивида к САП является отношение стоимости покупок индивида на данном рынке к его общим потребительским расходам.

3) Предположения-гипотезы:

- на исследуемом рынке сохраняется статистическая стабильность рыночного спроса $x(p, e)$, определяемого ценами p и общими расходами e ;
- большинство людей хотят быть рациональными, эти желания определяют доминанту их рыночного поведения – **коллективную рациональность**, представляемую **коллективной ФП (КФП)** $u(x)$ аналогично микроэкономической модели (ID) с заменой *индивидуального дохода* w_h на *общие расходы* e покупателей САП:

$$x(p, e) \in \text{Arg max} \{u(x) : \langle p, x \rangle \leq e, x \geq 0\}. \quad (2)$$

Вся формальная ТИС (Mas-Colell et al., Ch. 3), переносится на ТРС. Регулярный случай: $u \in C^2(R_+^n)$, *возрастающая, квазивогнутая* \rightarrow **спрос** $x(p, e)$ – однозначный, непрерывный, дифференцируемый.

$\lambda(p, e)$ – множитель Лагранжа задачи (ID).

4.2. Аналитические (экономические, Конюса) индексы

Определяются через функцию потребительских расходов (ФПР)

$$e(p, w) = \min \{ \langle p, x \rangle : u(x) \geq w, x \geq 0 \}. \quad (3)$$

Введём “числа Африата” $u_t = u(x^t)$ и $\lambda_t = \lambda(p^t)$. Аналитические (экономические) индексы:

1) Конюса-Ласпейреса

$$P_{st}^{KL} = \frac{e(p^t, u_s)}{e(p^s, u_s)} \equiv \frac{e(p^t, u_s)}{e_s}, \quad Q_{st}^{KL} = \frac{e(p^s, u_t)}{e(p^s, u_s)} \equiv \frac{e(p^s, u_t)}{e_s};$$

2) Конюса-Пааше

$$P_{st}^{KP} = \frac{e(p^t, u_t)}{e(p^s, u_t)} = \frac{e_t}{e(p^s, u_t)}, \quad Q_{st}^{KP} = \frac{e(p^t, u_t)}{e(p^t, u_s)} = \frac{e_t}{e(p^t, u_s)};$$

3) Конюса-Фишера:

$$P_{st}^{KF} = \sqrt{P_{st}^{KL} P_{st}^{KP}}, \quad Q_{st}^{KF} = \sqrt{Q_{st}^{KL} Q_{st}^{KP}}. \quad (KF)$$

4.3 Инвариантные индексы

Введём БО эквивалентности: два набора благ $x, y \in R_+^n$ эквивалентны по предпочтению $x \sim y \Leftrightarrow x \succeq y \wedge y \succeq x$. БОП \succeq называется *однородным*, если из $x \sim y$ следует $\alpha x \sim \alpha y$, $\forall \alpha > 0$. В этом случае для отношения \succeq существует линейно однородный индикатор – КФП со свойством

$$u(tx) = tu(x), \quad \forall t \geq 0,$$

регулярный спрос $x(p, e) = x(p)e$ множитель $\lambda = \lambda(p)$ и функция потребительских расходов (факторизация Шепарда)

$$e(p, u(x)) = \frac{u(x)}{\lambda(p)}. \quad (\text{Ehom})$$

Подстановка в это равенство статистических аргументов $x = x^t$ и $p = p^t$ даёт

$$u_t = \lambda_t e_t. \quad (\text{ule})$$

При этом индексы Конюса-Ласпейреса/Пааше/Фишера совпадают, называются инвариантными индексами и определяются числами Африата:

$$P_{st} = \frac{\lambda_s}{\lambda_t}, \quad Q_{st} = \frac{u_t}{u_s}. \quad (\text{Inv})$$

5. Верификация ТРС

Говорят, что КФП $u(x)$ рационализирует торговую статистику (1), если порождаемый ею спрос (2) приближённо соответствует данным (1):

$$x(p^t, e_t) \simeq x^t, \quad t = \overline{0, T}. \quad (\text{R})$$

Верификация ТРС по статистике (1) заключается в выяснении возможности её рационализации коллективной ФП в некотором классе. *Конструктивная верификация* заключается в построении КФП $u(x)$ через конечное число измеренных данных (1), неявно определяющих искомую функцию.

Задачи восстановления функций из конечного множества приближённых данных являются *некорректно поставленными*, что означает возможность их *неразрешимости* или *неединственности и неустойчивости* решений относительно вариаций данных (1). Такие задачи требуют *регуляризации*, т. е. доопределением до *корректной* задачи, имеющей единственное устойчивое решение.

5.1. Параметрический метод

Параметрический метод построения функций спроса по торговой статистике (1) заключается в поиске функции в каком-либо допустимом параметрическом классе дифференцируемых функций $x(p, e; w)$, где $w = (w_1, \dots, w_k)$ – вектор параметров, согласованном с регулярной моделью (2). Согласованность означает существование функции полезности $u(x, w)$, порождающую данный спрос и рационализирующую статистику. Соответствующие функции спроса называются *интегрируемыми*. Это свойство имеет аналитическую характеристику, выражаемую *матрицей Слуцкого*

$$S_{ij}(p, e; w) = \frac{\partial x_i(p, e; w)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i(p, e; w)}{\partial e} x_j(p, e; w), \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (SI)$$

Спрос $x(p, e; w)$ является *интегрируемым* тогда и только тогда, когда он:

- *однороден нулевой степени относительно цен и расходов, т. е.*

$$x(\alpha p, \alpha e; w) = x(p, e; w), \quad \forall \alpha > 0,$$

- *удовлетворяет расходному тождеству*

$$\langle p, x(p, e; w) \rangle = e$$

- *матрица Слуцкого (SI) отрицательно полуопределена и симметрична.*

Основной недостаток этого метода – нерационализируемость статистики (1) в любом конечном наборе параметрических классов не означает нерационализируемость данной статистики в параметрическом и более широких классах. Кроме того, повышение числа параметров k делает задачу их оценки существенно некорректной (плохо обусловленной).

5.2. Непараметрический метод Африата-Вэриана

Основой данного метода является классическая работа Сиднея Африата

- **Afriat S.N.** The construction of utility functions from expenditure data. *International Economic Review*. 1967. V. 8. No 1;

в которой в *рамках ТИС* были получены критерии рационализируемости статистики (1) в наиболее общем из рассматриваемых в теории спроса классе *неубывающих ненасыщаемых* функций полезности². На основе этой работы Хэл Вэриан заложил основы её практического применения:

- **Varian H.** *The nonparametric approach to demand analysis. Econometrica*. 1982. V. 50. No 4.
- **Varian H.** Non-parametric tests of consumer behaviour. *The Review of Economic Studies*. 1983. V. 50. No. 1.

² Неубывающая функция $u(\cdot)$ называется *ненасыщаемой*, если в любой окрестности точки $x \in E_+^n$ существует такая точка $x' \in E_+^n$, что $u(x') > u(x)$.

- Функция полезности (в нашем случае КФП) $u(x)$ **рационализирует статистику (1)**, если

$$u_t \equiv u(x^t) = \max \{ u(x) : \langle p^t, x \rangle \leq e_t, x \geq 0 \}, \quad t = \overline{0, T}. \quad (\text{RN})$$

Введём *кросс-коэффициенты*, определяемые статистикой (1):

$$e_{ts} = \langle p^t, x^s \rangle, \quad a_{ts} = e_{ts} - e_t, \quad s, t = \overline{0, T}.$$

Согласно *теореме Африата (1967)*, ненасыщаемая функции полезности, рационализирующая данные (1), существует *т. и т.т.*, когда **положительно разрешима** система неравенств (Африата)

$$u_s - u_t - \lambda_t a_{ts} \leq 0, \quad s, t = \overline{0, T} \wedge s \neq t. \quad (\text{AI})$$

Если $\{u_\tau > 0, \lambda_\tau > 0\}$ – решение системы (AI), то функция (Африата)

$$\bar{u}(x) = \min_{\tau} \left\{ u_\tau + \lambda_\tau \langle p^\tau, x - x^\tau \rangle \right\} \quad (\text{AF})$$

рационализирует статистику (1).

Ограничимся далее случаем однородных предпочтений. В этом случае дискретное условие однородности (ule) позволяет исключить из общей системы (AI) один из наборов $\{u_t\}$ или $\{\lambda_t\}$. В первом случае получим **специальную λ -систему неравенств Африата**

$$\lambda_s e_s \leq \lambda_t e_{ts}, \quad s, t = \overline{0, T} \wedge s \neq t. \quad (\text{LA})$$

Функция Африата (AF) принимает вид

$$\hat{u}(x) = \min_{\tau} \left\{ \lambda_{\tau} \langle p^{\tau}, x \rangle \right\}.$$

Система (LA), как и общая система (AI), алгебраически однородна, и для поиска некоторого положительного решения удобно сократить произвол поиска, назначив значение множителю λ_0 :

$$\lambda_0 = 1. \quad (\text{L1})$$

При этом получаем *неоднородную редуцированную систему неравенств* относительно множителей $\{\lambda_1, \dots, \lambda_T\}$

$$e_0 \leq \lambda_t e_{s0}, \quad \lambda_s e_s \leq \lambda_t e_{ts}, \quad \lambda_s e_s \leq e_{0s}, \quad s, t = \overline{1, T} \wedge s \neq t. \quad (\text{LT})$$

5.4. Регуляризация системы неравенств Африата

λ -Системы неравенств – исходная (LA) и редуцированная (LT) совместны или несовместны одновременно. Несовместность может быть следствием как в силу неточностей исходных данных (1), так и неадекватности модели (2) этим данным. Так как информация о погрешностях данных о потребительском спросе, как правило, отсутствует, то гипотезу верифицируемости ТРС, вытекающей из модели (2), естественно отвергать при достаточно высокой мере несовместности системы (LT), определяемой экспертами-статистиками.

Преобразуем систему (LT), приведя коэффициенты к величинам порядка единицы, и введя *аддитивный релаксационный параметр* $r \in R$:

$$-\lambda_s \leq -\frac{e_0}{e_{s0}} + r, \quad -\frac{e_{0t}}{e_t} \leq -\lambda_t + r, \quad \lambda_s - \lambda_t \frac{e_{ts}}{e_s} \leq r, \quad s, t = \overline{1, T} \wedge s \neq t. \quad (\text{LR})$$

Эта *релаксированная система* совместна в пространстве переменных (λ, r) .

Для выяснения совместности исходной системы (LT) поставим задачу минимальной релаксации в пространстве переменных $\{\lambda_1, \dots, \lambda_T, r\}$:

$$r_\lambda = \arg \min \{r : (LR), \lambda \geq 0\}. \quad (\text{mR})$$

Введём некоторый (экспертный) уровень предельной релаксации $r^{\max} > 0$, превышение которого значением r_λ будет считаться неадекватностью модели (2) статистике (1). Далее будем считать $r_\lambda < r^{\max}$ и проанализируем релаксированную совместную систему (LR).

Совместная система линейных неравенств имеет, как правило, выпуклое многогранное множество. Известно, что совместная λ -система (LR) имеет ограниченное множество (многогранник). Каждое решение $\{\lambda_t\}$ такой системы определяет вместе с числами $\{u_t = \lambda_t e_t\}$ инвариантные индексы (Inv).

Система (LR) при $r = r_\lambda$ не будет иметь внутренних точек, следовательно, может становиться несовместной при малых вариациях коэффициентов, определяемых исходными данными, т.е. будет неустойчивой. Для обеспечения устойчивости следует увеличить параметр минимальной релаксации на малое положительное число – параметр *сверхрелаксации*, обеспечивающий **хаусдорфову непрерывность**³ множества решений (устойчивость) системы (4.10):

$$r_\lambda^\rho = r_\lambda + \rho. \quad (\text{SR})$$

Далее решается система (LR) с параметром (SR):

$$-\lambda_s \leq -\frac{e_{0s}}{e_{s0}} + r_\lambda^\rho, \quad -\frac{e_{0t}}{e_t} \leq -\lambda_t + r_\lambda^\rho, \quad \lambda_s - \lambda_t \frac{e_{ts}}{e_s} \leq r_\lambda^\rho, \quad s, t = \overline{1, T} \wedge s \neq t. \quad (4.13)$$

³ Многозначное отображение $A(\cdot)$ из векторного пространства X в пространство Λ с метрикой $\rho(\cdot, \cdot)$ называется непрерывным по Хаусдорфу в точке x^0 , если $h(A(x), A(x^0)) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow x^0$, где $h(A, B) = \max\{\beta(A, B), \beta(B, A)\}$, $\beta(A, B) = \sup\{\inf\{\rho(a, b) : b \in B\} : a \in A\}$, $A \subseteq \Lambda$ и $B \subseteq \Lambda$.

Решение $\{\lambda_1, \dots, \lambda_T\}$ системы (LR) и сопряжённые u -числа $\{u_t = \lambda_t e_t\}$ определяют инвариантные индексы (Inv).

$$P_{0t} = \lambda_t^{-1}, \quad Q_{0t} = u_t / e_0.$$

Первая однородная задача. Найти решение λ -системы (LR) с максимальным значением множителя λ_T :

$$\lambda_T^{Max} = \arg \max \{ \lambda_T : (4.13) \}. \quad (4.14)$$

Эта задача ЛП обеспечивает минимальное значение индекса цен P_{0T} и максимальное значение индекса количества Q_{0T} . Соответственно, решение $(\lambda_1^M, \dots, \lambda_T^M)$ задачи (4.14) можно назвать **оптимистическим** (*задача правительства*).

Вторая однородная задача. Найти решение λ -системы (4.13) с минимальным значением множителя λ_T :

$$\lambda_T^{min} = \arg \min \{ \lambda_T : (4.13) \}. \quad (4.15)$$

Эта задача ЛП обеспечивает максимальное значение индекса цен P_{0T} и минимальное значение индекса количества Q_{0T} . Соответственно, решение $(\lambda_1^M, \dots, \lambda_T^M)$ задачи (4.15) можно назвать **пессимистическим** (*задача оппозиции*).

Третья однородная задача. Найти решение λ -системы (4.13), для которого соответствующий набор обратных инвариантных индексов цен $\{P_{10}, \dots, P_{T0}\} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_T\}$ наиболее близок к набору обратных индексов цен Фишера $\{P_{10}^F, \dots, P_{T0}^F\}$:

$$F_{\lambda}^{\min} = \min \left\{ \sum_{t=1}^T (\lambda_t - P_{t0}^F)^2 : (4.13) \right\}. \quad (4.16)$$

Целью задачи (4.16) является нахождение инвариантных индексов, наиболее близких к индексам Фишера, удовлетворяющим естественным критериям наилучшим образом, и этот вариант выбора решения можно считать **объективным** (задача науки).

Обратная задача для общего случая рассмотрена в указанных в начале наших работах 2019, 2020, 2022, а также в английских (2021b), (2022) и (2023). В статье (Вопросы статистики, 2022) анализ рыночного спроса России с построением аналитических индексов Конюса-Фишера, выполнен для номенклатуры агрегированных товаров и услуг 468 наименований для периода 2012-2017 гг.

* * *

Спасибо !