Международная научная конференция
«Современные проблемы обратных задач»
посвященная 70-летию профессора Алемдара Хасанова

ТЕЗИСЫ

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Математический центр в Академгородке

Новосибирск, Академгородок,
3 – 5 октября 2024 года
Формат смешанный

Организационный комитет

Председатель: д.ф.-.м.н., профессор РАН М.А. Шишленин
Зам. председателя:
к.ф.-м.н. О.И. Криворотько
к.ф.-м.н. Н.С. Новиков
Ученый секретарь: П.С. Сурнин
Оргкомитет:
Н.Ю. Зятьков, Т.А. Звонарева, А.И. Глухов, А.В. Неверов,
А.В. Губер, М.Р. Дударь, И.А. Радько
Почта оргкомитета: tcmiip@yandex.ru

Оглавление

Обратные экстремальные задачи для модели магнитной гидродинамики-Буссинеска вязкой теплопроводной жидкости

Алексеев Г.В., Спивак Ю.Э.
ИПМ ДВО РАН, Владивосток, Россия
ДВФУ, Владивосток, Россия
alekseev@iam.dvo.ru, uliyaspivak@gmail.com

В работе развивается математический аппарат исследования обратных экстремальных задач для стационарной модели магнитной гидродинамики вязкой теплопроводной жидкости в приближении Буссинеска, рассматриваемой при неоднородных граничных условиях для скорости, температуры и электромагнитного поля. Указанные задачи, на которые мы будем ссылаться ниже как на задачи управления, формулируются как задачи условной минимизации определенных функционалов качества на слабых решениях исходной краевой задачи. Основная модель состоит из уравнений Навье–Стокса, уравнений Максвелла без токов смещения, обобщенного закона Ома для движущейся среды и уравнения конвекции – диффузии для температуры, нелинейно связанных через силу Лоренца, силу плавучести в приближении Буссинеска и конвективный перенос тепла.

Рассматривается ситуация, когда роль управлений играют скоростные, магнитные или тепловые граничные источники, а минимизируемый функционал качества зависит от основного состояния и управлений. Мы доказали теоремы о существовании и единственности решений исходной краевой задачи и ее обобщенного линейного аналога и доказали разрешимость общей задачи управления. С использованием современной теории гладко-выпуклых экстремальных задач мы вывели систему оптимальности для общей задачи управления, описывающую условия оптимальности первого порядка. Затем, основываясь на анализе системы оптимальности, мы вывели конкретное неравенство для разности решений исходной и возмущенной задач управления. Последняя получается путем возмущения как функционала качества, так и одной из задаваемых функций, а именно: плотности сторонних токов, входящей в одно из уравнений состояния (обобщенный закон Ома для движущейся среды). Используя это неравенство, мы установили достаточные условия, имеющие смысл условий малости исходных данных, которые обеспечивают локальную устойчивость и единственность решений рассматриваемых задач управления в случае конкретных “tracking-type” функционалов качества.

Отметим, что слагаемые, входящие в условия малости, имеют смысл математических аналогов известных безразмерных физических параметров, таких как число Рейнольдса Re, магнитное число Рейнольдса Rm, число Хартмана Ha, число Рэлея Ra и магнитное число Прандтля Pr_m. Это позволяет придать наглядный физический смысл упомянутым выше условиям малости. Более подробно о разработанном математическом аппарате можно прочитать в [1, 2].

Благодарности. Работа выполнена в Дальневосточном центре математических исследований при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашение N 075-02-2024-1440 от 28.02.2024 по реализации программ развития региональных научно-образовательных математических центров.

Список литературы

1. *Alekseev G.* Analysis of control problems for stationary magnetohydrodynamics equations under the mixed boundary conditions for a magnetic field // Mathematics. 2023. V. 11. No. 12:2610.
2. *Alekseev G., Spivak Y.* Stability estimates of optimal solutions for the steady magnetohydrodynamics- Boussinesq equations // Mathematics. 2024. V. 12. No. 12:1912.

Оптимальное управление сложным теплообменом

Амосова Е.В., Кузнецов К.С.

ИПМ ДВО РАН, ДВФУ, Владивосток, Россия

el_amosova@mail.ru

В данном докладе рассматривается задача оптимального управления радиационного конвективного и кондуктивного теплообмена в двумерной области. Изучается процесс распространения тепла в несжимаемой теплопроводной жидкости когда характеристики внешней среды должны регулироваться так, чтобы в заданный момент времени значение температуры жидкости было возможно близко к заданному. В нашем исследовании мы считаем, что коэффициенты теплоотдачи и отражения стенки не изменяются по времени, но зависят от изменения температуры жидкости и могут принимать различные значения вдоль всей границы. По этой причине мы считаем температурный режим в начальный момент времени неизвестным.

В качестве управления теплообменом выбираются начальное состояние температуры, коэффициенты теплоотдачи и отражения на стенке. Контроль будет учитывать финальное значение температуры и замеры температуры в точках управляемой боковой поверхности области, начиная с некоторого момента времени.

Нормализованная диффузионная модель, описывающая радиационный теплообмен в ограниченной области $\Omega \subset R^2$ имеет следующий вид [1]:

$$\partial\theta/\partial t + \mathbf{u}\cdot\nabla\theta = a\Delta\theta - bk_a(|\theta|\theta^3 - \varphi),$$

$$-\alpha\Delta\varphi + k_a(\varphi - |\theta|\theta^3) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t \in (0,T).$$

где θ – нормализованная температура, φ – нормализованная интенсивность излучения, усредненная по всем направлениям, $\mathbf{u}$ – заданное поле скоростей, и k_α – коэффициент поглощения. Постоянные a, b, и α зависят от характеристик среды.

Считаем, что функции θ, φ, описывающие процесс сложного теплообмена, удовлетворяют следующим условиям на границе $\Gamma = \partial\Omega$, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$:

$$\theta|_{\Gamma_1} = \theta_{b1}, \quad \alpha\nabla\varphi\cdot\mathbf{n} + \gamma_0\varphi = 0, \quad x \in \Gamma_1,$$

$$a\nabla\theta\cdot\mathbf{n} + \beta(\theta - \theta_{b2}) = 0, \quad \alpha\nabla\varphi\cdot\mathbf{n} + \gamma(\varphi - \theta_{b2}^4) = 0, \quad x \in \Gamma_2,$$

$$\nabla\theta \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \alpha\nabla\varphi \cdot \mathbf{n} + \gamma_0\varphi = 0, \quad x \in \Gamma_3$$

и в начальный момент времени

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(x), \quad x \in \Omega.$$

Здесь θ_{b1}, θ_{b2} γ_0 — заданы. При постановке задачи оптимального управления неизвестными считаются функции θ_0, β, γ на части границы Γ_2, функционал качества определяется следующим выражением:

$$I_\varepsilon(\theta_0, \beta, \gamma) = \|\theta(x,T) - \theta_T\|^2_{L^2(\Omega)} + \sum_{k=1}^{K} \int\limits_0^T \int\limits_{\Gamma_2} \delta(x - x_k)\chi(t - t^\star)|\theta - \theta_d|^2 \, d\sigma \, dt +$$

$$+\varepsilon_1\|\theta_0\|^2_{L^2(\Omega)} + \varepsilon_2\|\beta\|^2_{L^2(\Gamma_2)} + \varepsilon_3\|\gamma\|^2_{L^2(\Gamma_2)},$$

где θ_T, θ_d — заданные функции наблюдения. Под решением обратной задачи будем понимать функции θ_0, β, γ и соответствующее им решение θ, φ прямой задачи такое, что

$$I_\varepsilon = \min I_\varepsilon(\theta_0, \beta, \gamma).$$

В работе установлена корректность экстремальной задачи на полусильном решении прямой задачи. Для численного решения используется нейросетевая аппроксимация.

Список литературы

1. *Modest M.F.* Modest M.F. Radiative heat transfer. New York: Academic Press, 2003.

Обратная задача для уравнения гиперболического типа с краевым условием, содержащим производную второго порядка

Андреянова О.А., Щеглов А.Ю.

МГУ, Москва, Россия; МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай

shcheg@cs.msu.ru

Исследуются разрешимость прямой задачи и единственность решения обратной задачи для модели малых поперечных колебаний конечной струны, на один конец которой действует сила тяжести тела с изменяющейся массой. Дополнительной информацией для решения обратной задачи является известное решение прямой задачи при заданном фиксированном значении пространственного аргумента. Модель описывает колебания бура в глубокой скважине с неклассическим граничным режимом. Схожая модель и обратная задача для неё исследовались в случаях классических краевых условий [1] и неклассического краевого условия другого вида [2]. Здесь в рамках обратной задачи определения требуют функция в неклассическом краевом условии и функциональный множитель в правой части уравнения колебаний. Доказана теорема единственности решения обратной задачи. Для прямой задачи установлены условия её однозначной разрешимости в виде, упрощающем исследование обратной задачи. Предложен алгоритм поэтапного раздельного восстановления искомых в рамках обратной задачи функций на основе метода последовательных приближений.

Прямая задача имеет вид:

$$u_{tt}(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t) + f(x)h(t), \quad (x,t) \in \Pi_T, \tag{1}$$

$$-\gamma(t)u_x(x,t)\big|_{x=0} = g - u_{tt}(x,t)\big|_{x=0}, \quad u_x(x,t)\big|_{x=l} = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{2}$$

$$u(x,t)\big|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t(x,t)\big|_{t=0} = \psi_0, \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{3}$$

где $\Pi_T = \big\{(x,t) :\, 0 < x < l,\, 0 < t \leqslant T\big\}$.

В рамках обратной задачи при заданных значениях $a > 0$, $\psi_0 \in \mathbb{R}$, $T > 0$, и b, l таких, что $0 < b \leqslant l < aT$, и при известных функциях $\varphi(x)$, $h(t)$, $x \in [0,l]$, $t \in [0,T]$, дополнительно задана функция

$$p(t) = u(b,t), \quad t \in [0,T], \tag{4}$$

где $u(x,t)$ – решение прямой задачи. Требуется восстановить функцию $f(s)$ и принимающую положительные значения функцию $\gamma(\tau)$ при $s \in [0,l]$, $\tau \in [0,\widehat{T}]$, где $\widehat{T} = T - (b/a)$, и затем на множестве $\Lambda_{b,T} = \big\{(x,t) :\, \max\{0, b - (T-t)a\} \leqslant x \leqslant l,\, 0 \leqslant t \leqslant T\big\}$ получить решение $u(x,t)$ прямой задачи так, чтобы найденные функции $f(s)$, $\gamma(t)$, $u(x,t)$ удовлетворяли уравнению (1) на множестве $\Lambda_{b,T}$, левому условию (2) при $t \in [0,\widehat{T}]$, правому условию (2), условию (3) при $t \in [0,T]$ и условию (4).

Дифференциальные уравнения, составляющие обратную задачу редуцируются к системе линейного интегрального уравнения Вольтерра первого рода и алгебраического уравнения. Анализ получаемой системы позволяет сформировать условия единственности решения обратной задачи, а также предложить итерационный алгоритм приближ¨нного решения обратной задачи.

Работа выполнена при частичной поддержке National Natural Science Foundation of China (No. 12171036) и Beijing Natural Science Foundation (Key Project No. Z210001).

Список литературы

1. *Shcheglov A. Yu., Andreyanova O. A.* The inverse problem for the nonhomogeneous oscillation equation on a half-line with a boundary condition of the third kind // Computational Mathematics and Modeling, Consultants Bureau. 2022. V. 33. No. 1. P. 9–23.
2. *Andreyanova O. A., Shcheglov A. Yu.* Reconstruction of two functions in the model of vibrations of a string one end of which is placed in a moving medium // Computational Mathematics and Mathematical Physics, Pleiades Publ. 2023. V. 63. No. 5. P. 808–820.

Об обратных задачах гильберт-оптики

Э.В. Арбузов*, Ю.Н. Дубнищев**, О.С. Золотухина**
**Институт математики им. С.Л. Соболева, Новосибирск, Россия*
arbuzov@math.nsc.ru
***Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН*
dubnistchev@itp.nsc.ru
zolot_ os@itp.nsc.ru

Возможности применения оптической гильберт-диагностики широки: исследования газо- и гидродинамических потоков, реагирующих сред (пламён), явлений тепло- и массообмена и т.д. ([1], [2]). Гильберт-преобразование – интегральная операция, выполняющая перераспределение энергии оптического сигнала в заданной полосе пространственных частот зондирующего поля ([3]). Физически процесс преобразования Гильберта в оптике сводится к изменению фурье-спектра сигнала, что позволяет с большой чувствительностью визуализировать поля фазовой оптической плотности исследуемых сред.

В настоящей работе представлены результаты гильберт-диагностики реагирующих сред (пламён), конвективных структур и фазового перехода в слое воды. Обсуждается методика расчёта фазовой функции по полученным гильбертограммам для определения численных характеристик оптического поля плотности с использованием алгоритмов оптимизации.

Список литературы

1. *Белозёров А. Ф.* Оптические методы визуализации газовых потоков // Казань : Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2007. 747 с.
2. *Дубнищев Ю.Н., Арбузов В.А., Белоусов П.П., Белоусов П.Я.* Оптические методы исследования потоков // Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2003. 418 с.
3. *Арбузов В.А., Дубнищев Ю.Н.* Методы гильберт-оптики в измерительных технологиях // Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 316 с.

Разработка алгоритма решения трехмерной обратной задачи акустики

Кабанихин С.И., Баканов Г.Б., Шишленин М.А.
Международный казахско-турецкий университет, Туркестан, Казахстан
galitdin.bakanov@ayu.edu.kz

Исследуется трехмерная обратная задача акустики об определении плотности и скорости в цилиндре по измерениям акустического давления на поверхности. Различные группы обратных задач, зависимые от типа задаваемой дополнительной информации рассмотрены в монографии [1].

Задачи определения коэффициентов гиперболических уравнений и систем по некоторой дополнительной информации об их решениях имеют большое практическое значение [2]-[3]. Как правило, искомые коэффициенты являются важными характеристиками рассматриваемых сред. Разработан алгоритм решения трехмерной обратной задачи акустики. Алгоритм решения обратной задачи для гиперболических уравнений представляет большой интерес, так как на основе таких алгоритмов возможно создание комплексов обработки сейсмических наблюдений.

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP 19678469).

Список литературы

1. *Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980.
2. *Kabanikhin S. I. and Bakanov G. B.* Discrete analogy of the Gel'fand - Levitan equation // Journal of Inverse and Ill - Posed Problems. - VSP, Utrecht, The Netherlands, Tokyo, Japan, 1996. - Vol. 4, No. 5. - p. 409-435.
3. *Kabanikhin S. I., Shishlenin M. A.* Numerical algorithm for two-dimensional inverse acoustic problem based on Gelfand-Levitan-Krein equation // J. Inverse and Ill-Posed Problems. - 2011. - Vol. 18, no. 9. - p. 979-996.

Научная методология и математическое моделирование экономики

Горбунов В.К.
Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия
vkgorbunov@mail.ru

Современная неоклассическая экономическая теория (Economics), изучаемая в большинстве университетов мира и определяющая основное направление экономических исследователей, находится в кризисном состоянии, главным проявлением которого является провал в создании реалистичной теории потребительского рыночного спроса, которая представляла бы реальный интерес для экономистов-практиков и правительств [1, Chs. 3-4]. Такая теория необходима для объективной оценки экономической динамики предыдущего периода, учитывающей потребительские предпочтения населения [2, гл. 17-18], а также для теории экономического равновесия, определяющей (идеальные) цены, эффективные для реальной экономики относительно реализации её ресурсного, технологического и трудового потенциалов в национальных интересах.

В докладе представлены: 1) методологический анализ проблемы теории потребительского спроса, 2) авторский пересмотр схоластической теории индивидуального спроса Economics, разработанной в рамках методологического индивидуализма, как научной холистической теории рыночного спроса[3, 4], 3) развитие холистической модели Касселя-Вальда с агентами *население, производство и государство* [5, 6].

Использование представляемой теории рыночного спроса и основанных на ней количественных методов анализа потребительских рынков и ценообразования в экономическом образовании и практике, а также в государственной статистике и управлении, поднимет их научный уровень и возможности выработки более эффективной экономической политики.

Список литературы

1. *Mas-Colell A., Whinston M., Green J.* Microeconomic Theory. New York: Oxford Univ. Press, 1995.
2. Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика. Вашингтон: МВФ, 2007.
3. *Горбунов В.К.* Потребительский спрос: Аналитическая теория и приложения. Ульяновск: УлГУ, 2015. https://www.rfbr.ru/library/books/2641/
4. *Горбунов В.К., Львов А.Г.* Проблема верификации теории рыночного спроса // Сибирский журнал индустриальной математики. 2024. Т. 27. № 2. С. 43-65. DOI: 10.33048/SIBJIM.2024.27.2
5. *Горбунов В.К.* Холистическая теория экономического равновесия: модифицированная модель Касселя-Вальда // ДАН. 2018. Т. 482. № 3. С. 268–271. DOI: 10.31857/S013207690003111-4
6. *Горбунов В.К.* Цены как фактор экономической политики // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. науч. тр. / М.К. Кравцов (гл. ред). Минск: НИЭИ Минэкон. Респ. Беларусь. 2022. Вып. 16. С. 129–139.

Итерационные методы решения обратной коэффициентной задачи для модели динамики сорбции

Денисов А.М., Чжу Д.
МГУ, Москва, Россия
den@cs.msu.ru

Рассматривается математическая модель процесса динамики сорбции

$$u_x(x,t) + a_t(x,t) = 0, \quad 0 \le x \le l, \quad 0 \le t \le T, \tag{1}$$

$$a_t(x,t) = \gamma(t)(\varphi(u(x,t)) - a(x,t)), \quad 0 \le x \le l, \quad 0 \le t \le T, \tag{2}$$

$$u(0,t) = \mu(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$a(x,0) = 0, \quad 0 \le x \le l, \tag{4}$$

где $u(x,t)$ -концентрация вещества в порах сорбента, $a(x,t)$ -концентрация вещества в сорбенте $\mu(t)$-входная концентрация, $\varphi(s)$ - функция, характеризующая поглощающие свойства сорбента, $\gamma(t)$ - кинетический коэффициент.

Ставится следующая коэффициентная обратная задача. Пусть функции $\varphi(s)$, $\mu(t)$ заданы, а $\gamma(t)$ неизвестна. Требуется определить $\gamma(t)$, если задана дополнительная информация о решении задачи (1)-(4)

$$u(l,t) = g(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{5}$$

где $g(t)$ - заданная функция.

Показывается, что обратная задача (1)-(5) может быть сведена к операторным уравнениям для неизвестной функции $\gamma(t)$. Эти уравнения используются для построения итерационных методов решения обратной задачи. Доказывается сходимость итерационных методов к точному решению обратной задачи. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующие сходимость итерационных методов.

Численное определение зависящего от пространственных переменных конвективного члена параболического уравнения

Васильев В.И., Кардашевский А.М.
СВФУ, Якутск, Россия
vasvasil@mail.ru

В докладе рассматривается обратная задача определения зависящего от пространственной переменной коэффициента конвективного слагаемого параболического уравнения. Условие переопределения задано в виде значения решения задачи в финальный момент времени. Дискретизация обратной задачи проведена задачи методом конечных разностей. Для ее численной реализации использован итерационный метод сопряженных градиентов.

Представлены результаты численной реализации предложенного вычислительного алгоритма на модельных примерах на разных пространственных временных сетках. Расчеты показали достаточно высокую эффективность предлагаемого метода численного решения рассмотренной коэффициентной обратной задачи для параболического уравнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РНФ № 23-41-30013 и Минобрнауки РФ(Соглашение от 16.02.2023г.,проект 075-02-2023-947).

Устойчивые алгоритмы для обратных задач с дополнительными условиями на решение

Васин В. В., Гайнова И.А
ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Россия, ИМ СО РАН, Новосибирск, Россия
vasin@imm.uran.ru, gajnova@math.nsc.ru

Рассматривается обратная задача в форме условной квадратичной минимизации,

$$\min\{||Au = f||^2 : \, u \in Q\} \tag{1}$$

на выпуклом замкнутом подмножеств гильбертова пространства, которая отражает ситуацию, когда возможно отсутствует решение линейного операторного уравнения $Au = f$ или это уравнение имеет неединственное решение. Множество Q содержит дополнительную априорную информацию об искомом решении,соответствующему физической реальности. Наряду с общей постановкой исследуется задача, в которой множество ограничений задано системами линейных равенств и неравенств:

$$Q = u : \, l_i(u) = 0, i \in J_1, \, l_i(u) \leq 0, \, i \in J_2\}, \, l_i(u) =< a_i, u > -b_i. \tag{2}$$

Для решения задачи (1), (2) предлагается итерационный метод с корректирующими множителями

$$u^{k+1} = (1 - \gamma_{k+1})T(u^k) + (1 - \gamma_{k+1})v_0,$$

где оператор T образует выпуклую сумму проекций на гиперплоскость или полупространство, образованными равенствами или неравенствами. Для итерационного процесса устанавливается сходимость и устойчивость к возмущениям всех входных данных (A, F, a_i, b), приводятся результаты численных экспериментов, иддюстрирующие эффективность регулиризующих алгоритмов [1]. Результаты обобщаются на случай задачи услоной выпуклой минимизации.

Список литературы

1. *Васин В.В.* Итерационные процессы фейеровского типа в задаче условной квадратичной минимизации // Тр.ИММ УрО РАН. 2023. Т.29, № 3. С. 26–41.

Задача определения формы аберратора в медицинском УЗИ для корректировки аберраций на изображении

Васюков А.В., Беклемышева К.А., Станкевич А.С., Петров И.Б.
МФТИ, Москва, Россия
vasyukov.av@mipt.ru

В данном докладе рассматривается возможность корректировки аберраций на трёхмерном медицинском ультразвуковом изображении.

При транскраниальном ультразвуковом исследовании область, в которой распространяются волны, является гетерогенной. Костная ткань стенки черепа имеет реологические параметры, существенно отличающиеся от параметров мягких тканей. Это приводит к тому, что череп искажает волновые фронты, создавая артефакты и аберрации на изображении [1]. Даже небольшие неровности черепа могут исказить итоговое изображение до полной нераспознаваемости.

В рамках данной работы рассмотрены аберрации на ультразвуковом изображении при наличии акустически контрастного слоя и расположении интересующего объекта за границей раздела сред. Постановка соответствует задаче о транскраниальном УЗИ. В роли целевого объекта рассмотрены модельные яркие отражатели, которые могут быть штатно воспроизведены на медицинском фантоме в натурных экспериментах.

В работе используются методы прямого численного моделирования для получения синтетических расчётных ультразвуковых изображений высокого качества. Рассматривается распространение волн в среде, их отражение и преломление на границах раздела сред с разными реологическими параметрами, отражение от отдельных крупных акустически контрастных объектов, фоновый шум от большого количества слабых точечных отражателей. Для решения обратной задачи восстановления формы аберратора по сигналу с датчика используются нейронные сети 2D- и 3D-структуры, а также классические методы оптимизации.

Для прямой задачи выполнено прямое сравнение расчётных и экспериментальных сканов для медицинских фантомов в постановках без помех и при наличии аберратора. Показано воспроизведение в расчётах искажений изображения, наблюдаемых в экспериментах [2]. В части обратной задачи показана возможность локализации границы аберратора в реальном времени с хорошим качеством. Показана возможность корректировки аберраций на трёхмерном ультразвуковом изображении.

Список литературы

1. *Beklemysheva K., Grigoriev G., Kulberg N., Petrov I., Vasyukov A., Vassilevski Y.* Numerical simulation of aberrated medical ultrasound signals // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018. V. 33. P. 277–288.
2. *Vassilevski Y., Beklemysheva K., Grigoriev G., Kulberg N., Petrov I., Vasyukov A.* Numerical modelling of medical ultrasound: phantom-based verification // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2017. V. 32. No. 5. P. 339–346.

Свойства и взаимосвязи разных способов аппроксимации

Зоркальцев В. И., Казазаева А.В.

Байкальский государственный университет, Иркутск, Россия

vizork@mail.ru

Представлены исследования свойств и взаимосвязей ближайших к началу координат точек выпуклого полиэдра (множество решений системы линейных неравенств) $Y \subset R^n$ при различных определениях понятия близости. Вид такой геометрической проблемы имеют линейные или линеаризованные задачи поиска ближайшего к заданному вектору решения систем неравенств или моделей оптимизации, поиск псевдорешений несовместных систем, в том числе задачи аппроксимации. В качестве наиболее общей постановки рассматривается поиск векторов полиэдра с парето-минимальными абсолютными значениями компонент. Пусть Q — множество таких векторов. Доказано, что это множество ограниченное, связное, замкнутое, в общем случае не выпуклое.

Пусть *x(f)* — точка минимума штрафной функции f на полиэдре Q . В докладе аксиоматически определяется множество штрафных функций, которые содержательно соответствуют обсуждаемой проблеме. Среди этих функций находятся гельдеровские нормы $\rho^p_{h,d}(x) = (\Sigma^n_1 (h_j x_{j+} - d_j x_{j-})^p)^{\frac{1}{p}}$. Символы +, - обозначают положительную и отрицательную срезки. Заданы $p{>}1$ — степенной коэффициент, h, d – векторы весовых коэффициентов из подмножества R^n_+ векторов с положительными коэффициентами. Целесообразность использования в некоторых случаях разных штрафных коэффициентов за отклонения в «положительную» и «отрицательную» стороны выявили доклады на семинаре по интервальной математике С. П. Шарого. Точка $x(\rho^p_{h,d})$ является гельдеровской проекцией начала координат на линейное многообразие. Частным случаем при $p = 2$ имеем евклидову проекцию (метод наименьших квадратов). В предельных случаях при $p = 1$ и $p = \infty$ получаем октаэдральные (метод наименьших модулей) и чебышевские нормы и проекции. Обозначим P, P_1, P_2 множества гельдеровских, октаэдральных и евклидовых проекций начала координат на R при варьировании весовых коэффициентов h, d в R^n_+. Задача поиска октаэдральных проекций может иметь не единственное решение. В приводимой ниже теореме в таких случаях учитываются все решения.

Теорема 1. *Множество P_2 связное, в общем случае не замкнутое, $P_2 = P, clP = Q = P_1$.*

Приводится алгоритм вычисления во всех случаях единственной чебышевской проекции (не нуждающейся в условии Хаара) путем поиска относительно внутренних точек оптимальных решений конечной последовательности задач линейного программирования. Пусть $x(\rho^{\infty}_{h,d})$ — указанная чебышевская проекция, P_∞ — множество таких чебышевских проекций при варьировании весовых коэффициентов в R^n_+. Доказана

Теорема 2. *$x(^{p}_{h,d}) \to x(^{\infty}_{h,d})$ при $p \to \infty$ для любых $h, d \in R^n_+$. $P_\infty = P_2$.*

Классы единственности решений обратных задач об источнике

Калинин А.В., Тюхтина А.А.
ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия
avk@mm.unn.ru

figure0

Рассматриваются обратные задачи об определении источников электромагнитных полей по результатам граничных наблюдений.

Для различных стационарных и квазистационарных постановок обратных задач для системы уравнений Максвелла в работе приводятся ортогональные разложения функциональных пространств источников на прямую сумму двух подпространств: составляющая источника из одного подпространства однозначно определяется по результатам данного типа измерений, составляющая источника из второго подпространства принадлежит классу неизлучающих источников. Приводятся формулировки корректных задач определения источника из соответствующего класса единственности.

Работа содержит строгие утверждения, обобщающие результаты работ [1]-[4]. Выделяются особенности рассматриваемых обратных задач, возникающих в теории атмосферного электричества.

Список литературы

1. *Bleistein N., Cohen J.* Nonuniqueness in the inverse source problem in acoustics and electromagnetics // Journal of Mathematical Physics, 1977. V. 18. P. 194–201.
2. *Marengo E.A., Devaney A.J.* Nonradiating sources with connections to the adjoint problem // Physical Review E, 2004. V. 70. Art. No. 037601.
3. *Albanese R., Monk P.B.* The inverse source problem for Maxwell's equations// Inverse Problems, 2006. V. 22. P. 1023–1035.
4. *Alonso Rodriguez A., Camano J., Valli A.* Inverse source problems for eddy current equations // Inverse problems,s 2012. V. 28. 15 pp.

Обратные задачи определения коэффициента поглощения в параболическом уравнении с финальным и интегральным наблюдением

Камынин В.Л.
НИЯУ МИФИ, Москва, Россия
vlkamynin2008@yandex.ru

В данном докладе изучаются обратные задачи определения коэффициента поглощения $\gamma(x)$ в параболическом уравнении

$$\rho(t,x)u_t - \Delta u + \langle \vec{b}(x), u_x \rangle + c(t,x)u + \gamma(x)u = f(t,x),\ (t,x) \in Q \equiv 0,T \times \Omega, \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$u(t,x)\Big|_{\Gamma} = \Psi(t,x)\Big|_{\Gamma}. \quad (2)$$

Здесь $Q = [0,T] \times \Omega$, Ω – ограниченная область в в $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей $\partial\Omega$, $\Gamma = \{0\} \times \bar{\Omega} \bigcup [0,T] \times \partial\Omega$ – параболическая граница цилиндра Q.

В качестве дополнительного условия используется либо условие финального наблюдения

$$u(T,x) = \varphi(x),\ x \in \bar{\Omega}, \quad (3)$$

либо условие интегрального наблюдения

$$\int_0^T u(t,x)\chi(t)\,dt = \varphi(x),\ x \in \Omega. \quad (4)$$

В условиях (3) и (4) $\chi(t)$ $\varphi(x)$ известные функции.

В случае задачи с интегральным наблюдением (4) допускается вырождение старшего коэффициента $\rho(t,x)$ вида $0 \le \rho(t,x) \le \rho_1,\ 1/\rho(t,x) \in L_q(Q), q > 1$.

Установлены достаточные условия, при которых обобщенные решения обратных задач (1),(2),(3) и (1),(2),(4) существуют и единственны.

Алгоритмы решения задач по опрделению геоэлектрических свойств дорожной одежды

Искаков К.Т., Узакызы Н., Татин А.А, Оралбекова Ж.О, Сайтова Р.Б.
Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева, г Астана, Казахстан
kazizat@mail.ru

В работе нами рассматриваются алшгоритмы решения прямой и обратных задач подповерхностной радиолокации в дискретной постановке по определению геоэлектрического разреза дорожного полотна автомобильных трасс. Для решения обратных задач используются реальные данные полученные георадаром серии Око-2. Проведены экспериментальные исследования с помощью прибора серии «ОКО-2» для различных типов дорожной одежды. Экспедиция в составе: профессора Искакова К.Т., нс Татина А.А., и участии ведущего эксперта отдела диагностики, мониторинга безопасности дорожной инфраструктуры К.Б. Калменова Национального центра качества дорожных активов, провели экспериментальные исследования. Предмет исследования: георадарные исследования на участках автомобильных дорог по маршруту: Астана – Макинка, Макинка – Кокшетау. Задача экспериментального исследования, сбор и анализ информации о состоянии элементов дорожной одежды проводилась на участке Республиканской автомобильной дороги Астана – Кокшетау и обратно. Дорожная полоса в одну сторону Астана-Макинка-Кокшетау сканировался с антеннами АБ – 1000Р и антенной АБ – 400Р. Затем по достижению конечной точки в обратном направлении Кокшетау – Макинка – Астана сканировалось также двумя указанными антеннами, так это трасса 6 полосная автобан. Получено 1886 файлов георадарных данных. Географические координаты каждого измерения фиксировались с помощью GPS приемника. При этом местоположение арок, мостов, ВЭБ записывались по показанию датчиков перемещения пройденного пути системы «ДорогаПРО» в километрах, относительно от точки начала исследования. Данные георадара ОКО-2, предварительно обработано от различных шумов и помех. Для качественной интерпретации радарограмм необходимо сопоставлять расчетные данные математической модели с реальными данными, что позволит разработать методику интерпретации радарограмм инженерно-техническими методами.е приемы. С другой стороны, существуют иное направление интерпретации радарограмм, основанное на математическом и компьютерном моделировании процесса распространения и отражения электромагнитных волн в среде. Вопросы решения обратных и некорректных задач, изложены в работе [1]. Численные алгоритмы решения такого класса обратных задач, изложены [2]. Описанные алгоритмы впоследствии заложены для применения нейронных сетей для указанного класса задач.

Работа поддержана в рамках грантового финансирования МОН РК 2023-2025 по проекту АР 19680361

Список литературы

1. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск. Издательство СО РАН.
2. *Кабанихин С.И., Искаков К.Т.* Оптимизационный метод решения коэффициентных обратных задач. Новосибирск. Издательство НГУ. 2001, 316с.

О новой теории оптимального налогообложения

Колокольцов В.Н.
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
kolokoltsov59@mail.ru

Исследование научно-обоснованых стратегий оптимального налогообложения является актуальной задачей, активно обсуждаемой в научной литературе. В современной России она преобретает особенно важное значение в связи с активно обсуждаемыми проектами изменения законодательства РФ от привычного (со времен Советского Союза) линейного налогообложения к прогрессивному. Отметим, что, несмотря на многочисленные глубокие теоретические работы, известная теория оптимального налогообложения, основы которой были заложены около 50 лет назад Мирлисом (получившим за нее Нобелевскую премию по экономике), до сих пор не дала окончательных осмысленных результатов, полезных для практического применения. В докладе предлагается новое развитие этой теории за счет использования многокритериальной оптимизации, более отвечающей реальной ситуации, чем однокритериальный утилитарный подход Мирлиса и всех его последователей. Доклад основан на результатах работы студенческой научной группы, поддержаной Фондом содействия развитию науки «Институт Вега».

Обратные коэффициентные задачи для вырождающихся дифференциальных уравнений в частных производных

Кожанов А.И.
ИМ СО РАН, г. Новосибирск, Россия
kozhanov@math.nsc.ru

Доклад посвящен изложению результатов о разрешимости обратных коэффициентных задач для различных классов дифференциальных уравнений с вырождением. Изучаются как линейные коэффициентные обратные задачи - то есть задачи с неизвестным внешним воздействием, так и нелинейные - то есть задачи, в которых неизвестной величиной является тот или иной коэффициент самого уравнения. Во всех случаях доказываются теоремы существования и единственности регулярных решений - именно, решений, имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в соответствующее дифференциальное уравнение.

Доклад подготовлен в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, проект FWNF-20222-0008.

Современные математические методы обработки колебательных спектров многоатомных молекул

Курамшина Г.М.
МГУ имени М.В. Ломоносова, химический факультет, Москва, Россия
kuramshi@phys.chem.msu.ru

Повседневная практика спектроскопии и структурных исследований любого соединения или ряда родственных соединений предполагает использование разнообразных физических методов, привлечение результатов квантово-механических расчетов, анализ имеющихся в литературе данных и в ряде случаев решения обратных задач с использованием специализированных инструментов, направленных на извлечение или корректировку молекулярных параметров в соответствии с доступными экспериментальными данными. Спектроскопические и структурные исследования часто требуют серии симуляций типа «что, если», необходимых для выбора подходящей молекулярной модели или грубого предсказания свойств неизвестного химического соединения. Автоматизация физико-химических исследований на основе эксперимента колебательной спектроскопии придает особую значимость проблемам корректной обработки и интерпретации экспериментальных данных с использованием баз данных по молекулярным константам. При решении обратных задач, возникающих при обработке молекулярных спектров многоатомных молекул, в частности, при решении т.н. обратной колебательной задачи определения молекулярного силового поля помимо проблем, связанных с некорректностью математической задачи, возникают трудности, связанные с высокой размерностью задач (биологические молекулы могут включать от десятков до сотен и тысяч атомов), а также сложности, связанные с необходимостью учета динамического поведения рассматриваемых систем, характеризующихся сложным конформационным составом, наличием внутримолекулярных и межмолекулярных взаимодействий и т.д.

Предложенные в наших работах устойчивые алгоритмы для решения обратной колебательной задачи в рамках теории регуляризации нелинейных некорректных задач [1, 2, 3] позволяют учитывать специфику сложных молекулярных систем с помощью физически обоснованных ограничений на структуру матрицы силовых постоянных (вторых производных потенциальной энергии) на основе анализа результатов квантово-химических расчетов. Оригинальные алгоритмы расчета силовых полей многоатомных молекул в декартовых системах координат позволили преодолеть проблемы неоднозначности выбора систем обобщенных координат при анализе силовых полей сложных молекулярных систем.

Список литературы

1. *Yagola A.G., Kochikov I.V., Kuramshina G.M., Pentin Yu.A.* Inverse problems of vibrational spectroscopy. Walter de Gruyter GmbH Berlin, Boston, 2014.
2. *Kuramshina G.M., Weinhold F.A., Kochikov I.V., Pentin Yu.A., Yagola A.G.* Joint treatment of ab initio and experimental data in molecular force field calculations with tikhonov's method of regularization // AJ. Chem. Phys. 1994. V. 100. No. 2. P. 1414.

3. *Kochikov I., Stepanova A., Kuramshina G.* Some journal publication in English // Molecules. 2022. V. 27. No. 2. P. 427.

Применение локально регуляризованного экстремального сдвига в задаче реализации предписанного движения

Максимов В.И.
ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Россия
maksimov@imm.uran.ru

Рассматривается управляемая система дифференциальных уравнений, на которую действует неизвестное возмущение. Обсуждаемая в работе задача заключается в создании алгоритмов построения управления, обеспечивающих реализацию предписанного движения при любом допустимом возмущении, а именно, обеспечивающего близость в метрике пространства дифференцируемых функций фазовой траектории заданной управляемой системы к эталонной траектории аналогичной системы, функционирующей в условиях отсутствия каких либо внешних воздействий. В качестве допустимых возмущений берется пространство измеримых функций суммируемых с квадратом евклидовой нормы. Рассматриваются случаи неточных измерений фазовых траекторий обеих систем как во все моменты времени их функционирования, так и в дискретные моменты времени. Указываются два ориентированных на компьютерную реализацию алгоритма решения указанной задачи. Алгоритмы основаны на известном в теории гарантированного управления методе экстремального сдвига. При этом осуществляется его локальная (в каждый момент коррекции управления) регуляризация по методу сглаживающего функционала (методу Тихонова). Также приводятся оценки скорости сходимости алгоритмов.

Математические модели межотраслевого баланса с учетом замещения факторов и ограниченных мощностей производства

Обросова Н.К., Шананин А.А.
ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия
nobrosova@ya.ru

Предлагается нелинейная сетевая модель межотраслевого баланса с учетом экономических ограничений. Сетевая модель учитывает возможное изменение поведения экономических агентов в условиях шоков и допускает явную интерпретацию входных и выходных показателей в терминах официальной статистики национальных счетов. Модель является обобщением традиционной линейной модели межотраслевого баланса Леонтьева [1],[2] и формализована в виде задачи оптимального распределения ресурсов с неоклассическими производственными функциями и ограничениями на производственные мощности отраслей.

Поставлена и исследована задача поиска конкурентного равновесия в пространстве товаров и цен. Методика исследования задачи основана на применении подхода двойственности по Янгу, предложенного в [3] и развитого в работах [4], [5]. Построена двойственная по Янгу задача, описывающая формирование равновесных цен в модели с учетом дополнительных издержек, возникающих в результате дефицита мощностей в сети. Проанализированы возможные режимы функционирования открытой производственной сети с ограниченными производственными мощностями. Разработанный подход позволяет вычислять смещение экономического равновесия в пространстве межотраслевых поставок и цен в условиях шоков в реальной производственной сети с учетом ограничений на мощности производства. Для случая производственных функций с постоянной эластичностью замещения построено явное решение задачи, позволяющее рассчитывать смещенное состояние равновесия межотраслевых потоков и цен при изменении сценарных условий. Разработанная модель идентифицирована и калибрована на основе официальных данных российской статистики. С помощью модели проведен анализ среднесрочных инфляционных рисков в российской экономике и влияния на эти риски ограничений, связанных с недостаточной развитостью инфраструктурного комплекса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект N23-21-00429).

Список литературы

1. *Leontief W.W.* The Structure of American Economy, 1919-1939: An Empirical Application of Equilibrium Analysis // Oxford University Press, 1951, 264p.
2. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984. 293 с.
3. *Шананин А. А.* Двойственность по Янгу и агрегирование балансов // Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр. 2020. Т. 493, С. 81–85. DOI: 10.31857/S2686954320040177
4. *Шананин А. А.* Задача агрегирования межотраслевого баланса и двойственность // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2021. Т. 61, вып. 1, С. 162–176. DOI: 10.31857/S0044466921010087
5. *Обросова Н. К., Шананин А.А.* Двойственность по Янгу вариационных неравенств. Приложение для анализа взаимодействий в производственных сетях // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2023. Т. 29, № 3. С. 88–105.

Обратная задача восстановления поля электронной концентрации в ионосфере с использованием данных о TEC

Останин П. А.
МФТИ, Москва, Россия
ИПГ РАН, Москва, Россия
ostanin.pavel.@phystech.edu

В данном докладе рассматривается задача восстановления поля электронной плотности в модели ионосферы Земли INM-IM, а также система вариационного усвоения данных о полном электронном содержании вдоль заданного набора лучей «станция-спутник».

Модель INM-IM [1] основана на решении уравнения неразрывности в стандартных для ионосферы предположениях (квазинейтральность плазмы, одноионная формулировка модели, а также рассмотрение амбиполярной диффузии вдоль магнитных силовых линий как основного динамического процесса). Уравнение модели имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial n}{\partial t} - \nabla\big(K\nabla n\big) - \dfrac{\partial}{\partial z}\big(u \cdot n\big) - \dfrac{\partial}{\partial y}\big(v \cos\varphi \cdot n\big) + Tr(n) + kn = P_0 + U, \\ n\Big|_{t=0} = n_0, \\ \left(K_1^2 \dfrac{\partial n}{\partial z} - K_1 K_2 \dfrac{\partial n}{\partial y} - un\right)\Bigg|_{z=z_t, z_b} = 0, \end{cases}$$

где n – электронная концентрация, $K = \begin{pmatrix} K_1^2 & -K_1K_2 \\ -K_1K_2 & K_2^2 \end{pmatrix}$ – матрица эффективных коэффициентов диффузии, z и φ – высота и широта, t – время, P – функция фотоионизации, k – коэффициент рекомбинации, Tr – оператор трёхмерного переноса нейтральным ветром и электромагнитным дрейфом, u и v – скорости, отвечающие гравитационному оседанию, U – управление. Задача решается в сферическом слое $\Omega = \{(z, \varphi, \lambda) \mid z \in [z_b, z_t]\}$, где $z_b = 100$ км, $z_t = 500$ км.

Рассматривается обратная задача следующего вида: найти электронную концентрацию n и управление U, удовлетворяющие уравнению модели, а также условиям наблюдений – известны интегралы от n вдоль заданного набора прямолинейных лучей, соединяющих спутники со станциями на поверхности Земли:

$$\int_{\Omega_k} n(z, \varphi, t) d\Omega = Tec_k(t) \quad \forall t \in (0, T), k = 1, \ldots, N.$$

Построен итерационный алгоритм решения регуляризованной по Тихонову задачи, на каждом шаге которого решается система прямых и сопряжённых уравнений. В ходе итерационного процесса минимизируется функционал

$$J(U) = \alpha \|U\|^2_{\mathbb{L}_2(\Omega\times(0,T))} + \|Cn(U) - Tec\|^2_{\mathbb{L}_2(0,T)},$$

где C – оператор наблюдений, Tec – векторная функция, имеющая компоненты Tec_k, $\alpha \geq 0$ — параметр регуляризации. Помимо модельных экспериментов [2] рассмотрены первые результаты численных экспериментов по восстановлению поля электронной концентрации на основе данных глобальных навигационных систем.

Список литературы

1. *Kulyamin D. V., Dymnikov V. P., Ostanin P. A.* INM-IM: INM RAS Earth ionosphere F region dynamical model // Rus. J. of Num. Analys. and Math. Model. 2022, V. 37, № 6, P. 349–362.
2. *Дымников В. П., Кулямин Д. В., Останин П. А., Шутяев В. П.* Усвоение данных для двумерного уравнения амбиполярной диффузии в модели ионосферы Земли // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2023, Т. 63, № 5, С. 803–826.

Об одной коэффициентной обратной задаче для нелинейного параболического уравнения

Полынцева С.В.

Красноярск, Россия

svpolyntseva@gmail.com

В данном докладе рассматривается задача определения двух коэффициентов нелинейного параболического уравнения.

Рассмотрим в полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x,z)|\, 0 \leqslant t \leqslant T, x \in E_1, z \in E_1\}$ задачу Коши

$$u_t = a_0(t,x)u_{xx} + a_1(t,x)u_x +$$

$$+a_2(t,x)u_{zz} + a_3(t,x)u_z + a_4(t,x)(u_{zz})^2 + a_5(t,x)u + a_6(t,x)f(t,x,z), \qquad (1)$$

$$u(0,x,z) = u_0(x,z),\ x \in E_1, z \in E_1. \qquad (2)$$

Функции $f(t,x,z), u_0(x,z)$ заданы в $G_{[0,T]}$ и E_2 соответственно, коэффициенты $a_j(t,x)$, $j = \overline{0,4}$, $-$ непрерывные действительнозначные функции переменных t, x, $0 \leqslant t \leqslant\ T$, $T > 0, T = const$, причем $a_0(t,x) \geq b_0 > 0$, $a_2(t,x) \geq b_1 > 0$, $a_4(t,x) \geq b_2 > 0$, $b_i - const$, $i = \overline{0,2}$. E_n- $n-$мерное евклидово пространство, $n \in N$.

Неизвестными в задаче являются коэффициенты $a_5(t,x)$, $a_6(t,x)$ и решение $u(t,x,z)$ задачи (1), (2).

Предполагается, что выполняются условия переопределения

$$u(t,x,d_1(t)) = \varphi(t,x),\ u(t,x,d_2(t)) = \psi(t,x), \qquad (3)$$

где $(t,x) \in \Pi_{[0,T]}$, $\Pi_{[0,T]} = \{(t,x)|\ 0 \leqslant t \leqslant T,\ x \in E_1\}$; $d_l(t)$, $l = 1,2$, - различные действительнозначные функции переменной t, причем $d_l(t) \in C^1[0,T]$; $\varphi(t,x)$, $\psi(t,x)$ - заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования

$$\varphi(0,x) = u_0(x,d_1(0)), \quad \psi(0,x) = u_0(x,d_2(0)), \quad x \in E_1.$$

Под решением задачи (1)-(3) в полосе $G_{[0,t^*]}, 0 < t^* \leqslant T$, понимается тройка функций $a_5(t,x)$, $a_6(t,x)$, $u(t,x,z)$, которые удовлетворяют соотношениям (1) – (3).

В работе доказана теорема существования и единственности классического решения обратной задачи (1)-(3) в классе гладких ограниченных функций. Доказательство теоремы было проведено с помощью перехода от коэффициентной обратной задачи (1)-(3) к прямой вспомогательной задаче Коши для нагруженного уравнения. Разрешимость прямой задачи доказана методом слабой аппроксимации [1], [2].

Список литературы

1. *Белов Ю.Я., Кантор С.А.* Метод слабой аппроксимации. Красноярск: КрасГУ, 1999.
2. *Яненко Н.Н.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1967.

Обратные задачи об определении коэффициента теплопередачи и близкие задачи

Пятков С.Г.

ЮГУ, Ханты-Мансийск, Россия

s_pyatkov@ugrasu.ru

Мы рассматриваем параболическое уравнение второго порядка вида

$$Mu = u_t - Lu = f(x,t), \quad (x,t) \in Q = G \times (0,T), \tag{1}$$

где $Lu = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} u_{x_i x_j} - \sum_{i=1}^{n} a_i u_{x_i} - a_0 u$, $G \in \mathbb{R}^n$ – ограниченная область с границей Γ. Уравнение (1) дополняется начально-краевыми условиями:

$$Ru|_S = g, \; u(x,0) = u_0(x), \tag{2}$$

где $Ru = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i} \nu_j + \sigma_0(x,t)u$ и ν_i – координаты внешней единичной нормали к Γ. Предполагается, что коэффициент σ_0 (коэффициент теплопередачи) имеет вид $\sigma_0 = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i(t)\Phi_i(t,x)$, где функции $\alpha_i(t)$ подлежат определению а функции $\{\Phi_i\}$ известны и по сути это некоторый базис. Рассматриваются три вида дополнительных условий для определения функций $\{\alpha_i\}$ (см. некоторые постановки в [1]):

$$\int_{\Gamma} u(t,x)\varphi_i(x)\, d\Gamma = \psi_i(t), \; i = 1,2,\ldots,r. \tag{3}$$

$$\int_{G} u(t,x)\varphi_i(x)\, d\Gamma = \psi_i(t), \; i = 1,2,\ldots,r. \tag{4}$$

$$u(t,y_j) = \psi_j(t), \; i = 1,2,\ldots,r, \tag{5}$$

где $\{y_j\}$ – некоторый набор точек лежащих в области G или на ее границе. Таким образом, задача состоит в нахождении решения уравнения (1) и функций

$\{\alpha_i\}$, удовлетворяющего краевым условиям (2) и одному из условий переопределения (3)-(5). Мы приводим условия, когда эти задачи корректны в классах Соболева и $u \in W_p^{1,2}(Q)$, $\alpha_j \in W_p^{1/2-1/2p,1-1/p}(S)$ $(j = 1, 2, \dots, r, S = (0,T) \times \Gamma)$.

Список литературы

1. *Pyatkov S.G., Soldatov O.A.* Identification of the heat transfer coefficient from boundary integral data // Siberian Mathematical Journal. 2024. T. 65. № 4. C. 824-839.

Обратные задачи в механике композитных материалов

Хлуднев А.М.

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск, Россия

khlud@hydro.nsc.ru

В докладе рассматриваются обратные задачи, возникающие в механике композитных материалов. При формулировке обратных задач предполагается, что наряду с полем перемещений необходимо найти неизвестные параметры модели при наличии дополнительной информации. Соответствующие прямые задачи описывают состояние равновесия упругих тел с тонкими включениями, которые отслаиваются от окружающего упругого материала, что приводит к наличию межфазных трещин. Граничные условия на берегах трещин описывают непроникание противоположных берегов и имеют вид системы равенств и неравенств. Анализ обратных задач опирается на уже полученные результаты о разрешимости соответствующих прямых задач.

Список литературы

1. *Khludnev A. M.* Inverse problems for elastic body with closely located thin inclusions // Z. Angew. Math. Phys. 2019. 70:134.
2. *Khludnev A. M.* Inverse problem for elastic body with thin elastic inclusion // J. Inverse Ill-posed Problems. 2020. 73:54.
3. *Khludnev A. M., Corbo Esposito A., Faella L.* Optimal control of parameters for elastic body with thin inclusions // J. Opt. Theory Appl. 2020. v. 184, N 1. P. 293–314.
4. *Khludnev A. M., Fankina I.V.* Equilibrium problem for elastic plate with thin rigid inclusion crossing an external boundary // Z. Angew. Math. Phys. 2021. 72:121.
5. *Khludnev A. M., Rodionov A. A.* Elastic body with thin nonhomogeneous inclusion in non-coercive case // Math. Mech. Solids. 2023. v. 28, N 10. P. 2141–2154.
6. *Khludnev A. M., Rodionov A. A.* Elasticity tensor identification in elastic body with thin inclusions: non-coercive case // J. Opt. Theory Appl. 2023. v. 197, N 3. P. 993–1010.

Методы глубокого обучения в нелинейных обратных задачах геофизики

Шимелевич М.И.[1], Оборнев Е.А.[1], Родионов Е.А.[1], Оборнев И.Е.[2]
[1]*МГРИ, Москва, Россия*, [2]*НИИЯФ МГУ, Москва, Россия*
shimelevichmi@mgri.ru

Стандартные методы обучения полносвязных нейронных сетей (MLP) позволяют решать обратные задачи геофизики небольшой размерности. Опыт показал, что для нелинейных обратных задач с числом искомых параметров $N \sim 100$ и более необходимо использовать многослойные сверточные нейронные сети, для обучения которых применяются методы глубокого обучения [1].

В работе представлена авторская сверточная нейронная сеть, включающая ряд дополнительных специальных преобразований (сжатие данных, подавление влияния неизвестной фоновой среды и др.), предшествующих обучению классической MLP и адаптированных к решаемой обратной задаче. Это позволяет формализованно решать нелинейные обратные задачи размерности $N \sim 10^3$ и более без задания первого приближения. Скорость инверсии измеренных данных составляет первые десятки секунд и не зависит от физической размерности задачи (2D или 3D). Найденное с помощью обученной нейросети решение обратной задачи, при необходимости, может уточняться методом случайного поиска. Приводятся численные результаты решения 3D задач геоэлектрики на модельных и полевых данных, подтверждающие эффективность предлагаемой нейросети.

Работа выполнена с использованием вычислительных ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН) и с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-11-00266,
https://rscf.ru/project/24-11-00266/.

Список литературы

1. *Шимелевич М.И., Родионов Е.А., Оборнев И.Е., Оборнев Е.А.* Нейросетевая 3D инверсия полевых данных геоэлектрики с расчетом апостериорных оценок // Физика Земли. 2022. № 5. С. 3–13. DOI: 10.31857/S0002333722050246.

Некоторые обратные задачи для серии моделей динамики популяций с возрастным структурированием

Щеглов А.Ю., Нетесов С.В.
МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай; МГУ, Москва, Россия
shcheg@cs.msu.ru

Исследованные в докладе обратные задачи сформированы на основе нескольких моделей.

Линейная модель известна благодаря [1] как «квазистабильная»:

$$\begin{cases} u_x(x,t)+u_t(x,t)=-(b(x)+\eta(t))\,u(x,t), \quad x\in[0,l], \quad t\in[0,T], \\ u(0,t)=2\int_0^l b(\xi)u(\xi,t)\,d\xi, \quad t\in[0,T]; \quad u(x,0)=\varphi(x), \quad x\in[0,l]. \end{cases}$$

В этой модели клеточной популяции рождение пар особей нулевого возраста ($x=0$) связано с делением клетки, а смертность – с двумя коэффициентами $b(x)$ и $\eta(t)$.

Другая модель получила ([2], p.73) название «открытой» из-за эмиграционного и иммиграционного потоков:

$$\begin{cases} u_x(x,t)+u_t(x,t)+\mu(x)u(x,t)=m(x)\eta(t)-e(x)u(x,t), \quad x\in[0,l], \quad t\in[0,T], \\ u(0,t)=\int_0^l \beta(\xi)u(\xi,t)\,d\xi, \quad t\in[0,T]; \quad u(x,0)=\varphi(x), \quad x\in[0,l]. \end{cases}$$

Ещё одна, нелинейная модель ([2], § 5.4, p. 153–155), ([3],p. 160) учитывает влияние перенаселения популяции:

$$\begin{cases} u_x(x,t)+u_t(x,t)+\mu_0(x)\eta(t)u(x,t)=-\,\mu_1(x)\Psi(S(t))u(x,t), \quad x\in[0,l], \quad t\in[0,T], \\ u(0,t)=\Phi(S(t))\int_0^l \beta(\xi)u(\xi,t)\,d\xi, \quad t\in[0,T], \\ u(x,0)=\varphi(x), \quad x\in[0,l]; \quad S(t)=\int_0^l \gamma(\xi)u(\xi,t)\,d\xi, \quad t\in[0,T]. \end{cases}$$

Здесь функция $u(x,t)$ задаёт число особей возраста x (их плотность) в популяции в момент t; функции $\mu_0(x)\eta(t)$ и $\mu_1(x)$ характеризуют интенсивность смертности особей возраста x в момент времени t, естественной и от перенаселения, соответственно; функции $\beta(x)$ и $\gamma(x)$ - плотности рождаемости и активности по возрасту x; функции $\Phi(s)$ и $\Psi(s)$ характеризуют влияние численности всей популяции на рождаемость и смертность через интегральную характеристику $S(t)$ общей численности популяции.

В рамках решения обратной задачи для последней модели две функции $\eta(x)$, $u(x,t)$ могут быть восстановлены в виде

$$\eta(t)\in C[0,T], \qquad \eta(t)\geqslant 0 \quad \forall t\in[0,T], \qquad u(x,t)\in C^1([0,l]\times[0,T]),$$

по заданному значению $x^*\in(0,l]$ и известным функциям $\beta(x)$, $\gamma(x)$, $\varphi(x)$, $\mu_0(x)$, $\mu_1(x)$, $\Psi(s)$, $\Phi(s)$, $g(t)$ таким, что

$$g(t)=u(x^*,t), \qquad t\in[0,l].$$

Дифференциальные уравнения, входящие в обратные задачи, редуцируются к системе интегральных уравнений. Анализ получаемой системы позволяет сформировать условия единственности решения обратных задач, а также предложить итерационные алгоритмы численного решения обратных задач.

Работа выполнена при частичной поддержке National Natural Science Foundation of China (No. 12171036) и Beijing Natural Science Foundation (Key Project No. Z210001).

Список литературы

1. *Coale A.J.* The growth and structure of human populations. Princeton: Princeton University Press, 1972.
2. *Iannelli M., Milner F.* The basic approach to age-structured population dynamics. Berlin: Springer, 2017.
3. *Inaba H.* Age-structured population dynamics in demography and epidemiology. N-Y.: Springer, 2017.

Совместная инверсия гравитационных и магнитных полей в геофизике

Ягола А.Г.[1], Ван Я.[2], Леонов А.С.[1,3], Лукьяненко Д.В.[1], Степанова И.Э[1,4], Чурбанов Д.В.[1]

[1] *МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия*
[2] *Институт геологии и геофизики Китайской академии наук, Пекин, Китай*
[3] *МИФИ, Москва, Россия*
[4] *Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта РАН yagola@physics.msu.ru*

В данном докладе рассматриваются вопросы разработки теории, алгоритмов, численных методов и программного комплекса для решения обратной задачи по совместному определению трёхмерных гравитационных и магнитных характеристик подземных геологических структур (например, распределений плотности вещества и его магнитной восприимчивости) с использованием совокупности экспериментальных данных гравиразведки и магниторазведки.

Обсуждаются конкретные результаты инверсии таких потенциальных полей.

1. Проведены расчеты по определению толщины марсианской коры по топографическим и гравиметрическим данным с использованием построения S-аппроксимаций соответствующих сигналов (см. работу [1]).

2. С использованием разработанных методов обработаны реальные экспериментальные данные, полученные с помощью автоматической межпланетной станции MESSENGER (см. работу [2]).

3. С использованием алгоритма, основанного на преобразовании Фурье уравнений, связывающих поля и распределение их источников, обработаны реальные данные аэромагнитной съемки (см. работу [3]).

4. За счет совместного использования нейросетевых алгоритмов (см. работу [4]) и методов вариационной регуляризации Тихонова реализована обработка экспериментальных гравитационных данных в районе Эльбруса.

Исследование поддержано Российским научным фондом (проект RSF-NSFC 23-41-00002) и Национальным естественнонаучным фондом Китая (гранты № 12261131494, 12171455).

Список литературы

1. *Stepanova I.E., Yagola A.G., Lukyanenko D.V., Kolotov I.I.* On constructing of magnetic and gravity images of Mercury from satellite data // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2024. V. 60. No. 3. P. 441–458.
2. *Kolotov I., Lukyanenko D., Stepanova I., Wang Y., Yagola A.* Recovering the near-surface magnetic image of mercury from satellite observations // Remote Sensing. 2023. V. 15. No. 8, 2125.
3. *Леонов А.С., Лукъяненко Д.В., Ягола А.Г.* «Быстрый» алгоритм решения некоторых трехмерных обратных задач магнитометрии // Математическое моделирование. 2024. V. 36. No. 1. C. 41–58.
4. *Bai Z., Wang Y., Wang C., Yu C., Lukyanenko D., Stepanova I., Yagola A.* Joint gravity and magnetic inversion using CNNs' deep learning // Remote Sensing. 2024. V. 16. No. 7, 115.

AI-based solution to the optimization problem of the microfluidic geometry design

GrigorevG.V.[1], *NikitinN.O.*[2], *HvatovA.*[2], *KalyuzhnayaA.V.*[2],
[1]*Shenzhen International Graduate School, Tsinghua University, Shenzhen, China*
[2]*NSS Lab, ITMO University, 197101 Saint-Petersburg, Russia*
gvgrigorev@sz.tsinghua.edu.cn

This paper outlines a generative design approach for developing a microfluidic single-red blood cell trap for applications in single-cell analysis. A key challenge in single-cell microfluidic traps is achieving the required flow velocities through the trapping slits to capture cells while satisfying implicit design constraints. In this work, the cell-trapping design, validated by experimental data, was developed using a generative design methodology, and an evolutionary algorithm. Without the generative design, the cell-trapping slits exhibited low flow velocities, rendering them incapable of trapping single cells.

A complex integrated system was developed, combining MATLAB, COMSOL Multiphysics, and Python, to implement the evolutionary algorithm, design randomization and sorting, fluid velocity gradient simulation, and a constraint equation framework. After evaluating 28,271 design solutions, the optimal geometry demonstrated a 42.38% improvement in through-slit velocities. Fabricated and tested prototypes successfully trapped cells, and this evolutionary algorithm and design can be applied to several microfluidic optimization problems. The convergence speed of the algorithm could be further enhanced by incorporating expert-generated initial assumptions or pre-existing solutions, and the integration of deep learning and generative adversarial networks may build more effective hybrid algorithms further enhanced by integration of the Lattice Boltzmann based particle tracing.

References

1. *Kallioras, N.A.; Lagaros, N.D. DzAIN:* Deep learning based generative design. Procedia Manuf. (2020), 44, 591вЂ“598.
2. *Wu, J.; Qian, X.; Wang, M.Y.* Advances in generative design. Comput.-Aided Des. 2019, 116, 102733.
3. *Grigorev GV, Nikitin NO, Hvatov A, Kalyuzhnaya AV, Lebedev AV, Wang X, Qian X, Maksimov GV, Lin L.* Single Red Blood Cell Hydrodynamic Traps via the Generative Design. Micromachines (Basel). (2022) Feb 26;13(3):367.

Numerical solution of the 3d poisson equation: an application of gravimetry in geophysics

Chandragiri S.

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk

srilathasami@math.nsc.ru

In this paper, we solve the ill-posed Cauchy problem for the three-dimensional Poisson equation with the data given on a part of the boundary (continuation problem) in a cube using Finite difference method. The solution of Poisson's equation is the potential field caused by a mass density distribution; with the potential field known, one can calculate the corresponding gravitational (force) field. Gravimetry is associated with analysis of the gravitational field. Direct gravimetry problems involve the determination of the potential of the gravitational field in a given region. The inverse problems of gravimetry imply the restoration of the structure of a given area from the results of measuring the characteristics of the gravitational field. Such studies are needed to assess on the basis of gravimetric geodynamic events occurring in oil and gas fields. The relevance of the inverse problems of gravimetry needs to be considered because in the process of long-term operation of deposits of different minerals, significant changes occur which may lead to negative consequences.

The Finite difference method is the most widely known numerical technique for solving Elliptic PDEs by discretizing the given domain into finite number of regions. The basic idea behind the method is that the governing equations are turned into a system of linear algebraic equations. Simple implementation, less complexity and computational inexpensiveness are some of the main advantages of the scheme. A MATLAB code is developed to implement numerical solution of this approach and discuss about efficient solution of dense system of equations using the Jacobi, Gauss-Seidel and SOR(w_{opt}) iterative methods to improve computational efficiency and establish the convergence properties of the proposed method. Finally, numerical examples have demonstrated high accuracy, stability, and efficiency of our method.

This motivates the use of numerical methods in order to provide accurate results for real-world systems.

The work has been supported by Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS in Akademgorodok, Novosibirsk, Russia under contract no: 10-3/439.

References

1. *Kabanikhin S.I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problems // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, Vol. 16(4), 2008, P. 317-357.
2. *Serovajsky S., Azimov A., Kenzhebayeva M., Nurseitov D., Nurseitova A., Sigalovskiy M.* Mathematical problems of gravimetry and its applications // International Journal of Mathematics and Physics, Vol. 10(1), 2019, P. 29-35.

Mathematical modeling of the consumer loan market in Russia

Trusov N.V., Shananin A.A.
Federal Research Center "Computer Science and Control"of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119333 Russia
trunick.10.96@gmail.com, alexshan@yandex.ru

In this talk we present the mathematical description of the economic behavior of a rational household in consumer loan market. The modeling of the economic behavior of households is based on the concept of a rational representative economic agent and arises to F. Ramsey. The model is formalized as an optimal control problem on a finite time horizon. The household maximizes discounted consumption with constant risk aversion, managing the dynamics of its expenditures depending on the current parameters of the economic situation and the behavioral characteristics of the household itself. We consider an imperfect market when the interest rate on loans differs from the interest rate on deposits. The difference in interest rates on loans and deposits leads to non-smoothness of the right-hand side of the differential equation for the phase variable. This motivates to use the Pontryagin maximum principle in the form of F. Clark. Applying it, we obtain an area where the household does not interact with the banking system, the special regimes arise. If we tend the time horizon of an optimal control problem to infinity, it is possible to construct a synthesis. The synthesis allows us to determine an optimal control depending on the current value of the phase variable and the parameters of the economic situation. It depends on current interest rates and on the behavioral characteristics of a representative household. We develop and investigate a new model for the formation of interest rates on consumer loans based on an analysis of commercial interests and the logic of behavior of commercial banks. The model assumes that the borrowersвЂ™ incomes are described by a geometric Brownian motion. The commercial banks assess the default risk of borrowers. According to the Feynman–Kac formula, the assessment is reduced to solving a boundary value problem for partial differential equations. An analytical solution to this problem is constructed. It is possible to reduce the solution of the boundary value problem to the Cauchy problem for the heat equation with an external source and obtain a risk assessment in analytical form with a help of the Abel equation. The models of economic behavior of households in the consumer loan market and behavior of commercial banks are identified based on Russian statistics. A specialized software has been developed to analyze the demand for consumer credit. With its help, the problems of the consumer lending market in Russia are analyzed.

The research is supported by RSF, project No. 24-11-00329.

Could the Chandler wobble, LOD, and Atlantic Multidecadal Oscillation be influenced by the lunar tide?

Zotov L.V., Sidorenkov N.S., Bizouard Ch., Marchukova O.
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia, wolftempus@gmail.com, HSE University, Hydrometcenter of Russia, SYRTE, Paris Observatory, Tumen State University

We analyze long-term decadal trends in Global Earth Temperature and Earth rotation. LOD reached minimum in 2020-2024. Chandler wobble disappeared in 2017-2020 [1], then started again with phase shifted by 180 degrees, as in 1920-30s [3]. Simultaneously Atlantic Multidecadal Oscillation (AMO) seems have reached maximum positive phase and started to decrease. All mentioned processes represent 90-year long-term cycles. We propose that the lunar orbit, whose perigee and ascending node meet in vernal equinox in 2024, designating the end of the 186-year cycle of orbital revolution, could be responsible for decadal geophysical cycles in Earth rotation and climatology [2]. Inverse problem solution for Chandler wobble of the pole contains indication toward this.

References

1. *Zotov L.*, Earth rotation and climate processes, Monography (in Russian), 306 p., MIEM HSE, 2022, ISBN:978-5-600-03155-5
2. *Zotov L., L. Zotov, N. Sidorenkov, Ch. Bizouard,* Anomalies of the Chandler Wobble in 2010s,// Moscow University Physics Bulletin, Vol. 77, N. 3, pp.55-58, 2022, DOI:10.3103/S0027134922030134
3. *Zotov L.*, Anomalies in the Earth rotation and Syzygies in Perigee,// Industry 4.0 VIII, Iss. 5, p. 166-168, 2023 WEB ISSN 2534-997X; PRINT ISSN 2534-8582

Список авторов