

Обратные экстремальные задачи для модели магнитной гидродинамики-Буссинеска вязкой теплопроводной жидкости

Алексеев Г.В., Спивак Ю.Э.

ИПМ ДВО РАН, Владивосток, Россия

ДФУ, Владивосток, Россия

alekseev@iam.dvo.ru, uliyaspivak@gmail.com

В работе развивается математический аппарат исследования обратных экстремальных задач для стационарной модели магнитной гидродинамики вязкой теплопроводной жидкости в приближении Буссинеска, рассматриваемой при неоднородных граничных условиях для скорости, температуры и электромагнитного поля. Указанные задачи, на которые мы будем ссылаться ниже как на задачи управления, формулируются как задачи условной минимизации определенных функционалов качества на слабых решениях исходной краевой задачи. Основная модель состоит из уравнений Навье–Стокса, уравнений Максвелла без токов смещения, обобщенного закона Ома для движущейся среды и уравнения конвекции – диффузии для температуры, нелинейно связанных через силу Лоренца, силу плавучести в приближении Буссинеска и конвективный перенос тепла.

Рассматривается ситуация, когда роль управлений играют скоростные, магнитные или тепловые граничные источники, а минимизируемый функционал качества зависит от основного состояния и управлений. Мы доказали теоремы о существовании и единственности решений исходной краевой задачи и ее обобщенного линейного аналога и доказали разрешимость общей задачи управления. С использованием современной теории гладко-выпуклых экстремальных задач мы вывели систему оптимальности для общей задачи управления, описывающую условия оптимальности первого порядка. Затем, основываясь на анализе системы оптимальности, мы вывели конкретное неравенство для разности решений исходной и возмущенной задач управления. Последняя получается путем возмущения как функционала качества, так и одной из задаваемых функций, а именно: плотности сторонних токов, входящей в одно из уравнений состояния (обобщенный закон Ома для движущейся среды). Используя это неравенство, мы установили достаточные условия, имеющие смысл условий малости исходных данных, которые обеспечивают локальную устойчивость и единственность решений рассматриваемых задач управления в случае конкретных “tracking-type” функционалов качества.

Отметим, что слагаемые, входящие в условия малости, имеют смысл математических аналогов известных безразмерных физических параметров, таких как число Рейнольдса Re , магнитное число Рейнольдса Rm , число Хартмана Ha , число Рэлея Ra и магнитное число Прандтля Pr_m . Это позволяет придать наглядный физический смысл упомянутым выше условиям малости. Более подробно о разработанном математическом аппарате можно прочитать в [1, 2].

Благодарности. Работа выполнена в Дальневосточном центре математических исследований при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашение N 075-02-2024-1440 от 28.02.2024 по реализации программ развития региональных научно-образовательных математических центров.

Список литературы

1. *Alekseev G.* Analysis of control problems for stationary magnetohydrodynamics equations under the mixed boundary conditions for a magnetic field // *Mathematics*. 2023. V. 11. No. 12:2610.
2. *Alekseev G., Spivak Y.* Stability estimates of optimal solutions for the steady magnetohydrodynamics- Boussinesq equations // *Mathematics*. 2024. V. 12. No. 12:1912.