Оптимальное управление сложным теплообменом

Амосова Е.В., Кузнецов К.С.
ИПМ ДВО РАН, ДВФУ, Владивосток, Россия
el_amosova@mail.ru

В данном докладе рассматривается задача оптимального управления радиационного конвективного и кондуктивного теплообмена в двумерной области. Изучается процесс распространения тепла в несжимаемой теплопроводной жидкости когда характеристики внешней среды должны регулироваться так, чтобы в заданный момент времени значение температуры жидкости было возможно близко к заданному. В нашем исследовании мы считаем, что коэффициенты теплоотдачи и отражения стенки не изменяются по времени, но зависят от изменения температуры жидкости и могут принимать различные значения вдоль всей границы. По этой причине мы считаем температурный режим в начальный момент времени неизвестным.

В качестве управления теплообменом выбираются начальное состояние температуры, коэффициенты теплоотдачи и отражения на стенке. Контроль будет учитывать финальное значение температуры и замеры температуры в точках управляемой боковой поверхности области, начиная с некоторого момента времени.

Нормализованная диффузионная модель, описывающая радиационный теплообмен в ограниченной области $\Omega \subset R^2$ имеет следующий вид [1]:

$$\partial\theta/\partial t + \mathbf{u}\cdot\nabla\theta = a\Delta\theta - bk_a(|\theta|\theta^3 - \varphi),$$

$$-\alpha\Delta\varphi + k_a(\varphi - |\theta|\theta^3) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t \in (0, T).$$

где θ – нормализованная температура, φ – нормализованная интенсивность излучения, усредненная по всем направлениям, $\mathbf{u}$ – заданное поле скоростей, и k_α – коэффициент поглощения. Постоянные a, b, и α зависят от характеристик среды.

Считаем, что функции θ, φ, описывающие процесс сложного теплообмена, удовлетворяют следующим условиям на границе $\Gamma = \partial\Omega$, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$:

$$\theta|_{\Gamma_1} = \theta_{b1}, \quad \alpha\nabla\varphi\cdot\mathbf{n} + \gamma_0\varphi = 0, \quad x \in \Gamma_1,$$

$$a\nabla\theta\cdot\mathbf{n} + \beta(\theta - \theta_{b2}) = 0, \quad \alpha\nabla\varphi\cdot\mathbf{n} + \gamma(\varphi - \theta_{b2}^4) = 0, \quad x \in \Gamma_2,$$

$$\nabla\theta\cdot\mathbf{n} = 0, \quad \alpha\nabla\varphi\cdot\mathbf{n} + \gamma_0\varphi = 0, \quad x \in \Gamma_3$$

и в начальный момент времени

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(x), \quad x \in \Omega.$$

Здесь θ_{b1}, θ_{b2} γ_0 — заданы. При постановке задачи оптимального управления неизвестными считаются функции θ_0, β, γ на части границы Γ_2, функционал качества определяется следующим выражением:

$$I_\varepsilon(\theta_0, \beta, \gamma) = \|\theta(x,T) - \theta_T\|^2_{L^2(\Omega)} + \sum_{k=1}^{K}\int_0^T\int_{\Gamma_2} \delta(x - x_k)\chi(t - t^\star)|\theta - \theta_d|^2\, d\sigma\, dt +$$

$$+\varepsilon_1\|\theta_0\|^2_{L^2(\Omega)} + \varepsilon_2\|\beta\|^2_{L^2(\Gamma_2)} + \varepsilon_3\|\gamma\|^2_{L^2(\Gamma_2)},$$

где θ_T, θ_d — заданные функции наблюдения. Под решением обратной задачи будем понимать функции θ_0, β, γ и соответствующее им решение θ, φ прямой задачи такое, что

$$I_\varepsilon = \min I_\varepsilon(\theta_0, \beta, \gamma).$$

В работе установлена корректность экстремальной задачи на полусильном решении прямой задачи. Для численного решения используется нейросетевая аппроксимация.

Список литературы

1. *Modest M.F.* Modest M.F. Radiative heat transfer. New York: Academic Press, 2003.