

«Современные проблемы обратных задач» Междунар. науч. конф.
70 лет проф. Алемдара Хасанова. (3-5 октября 2024, Новосибирск)

НАУЧНАЯ МЕТОДОЛОГИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИКИ

В.К. Горбунов

Ульяновский государственный университет

vkgorbunov@mail.ru

3 октября 2024

16:10-16:40 (GMT+7)

(Ул – 13:10-13:40) (GMT+4)

<https://us02web.zoom.us/j/82680294606?pwd=MzNZRVVvK2YwZGZhZThBUmIxM3BrUT09>

Идентификатор: 826 8029 4606

Код: 191624

Новосибирск, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

I. Конф. СПОЗ-2023 (Романов В.Г. – 85):

Обратная задача (верификация) теории рыночного спроса

1. Горбунов В.К., Львов А.Г. Проблема верификации теории рыночного спроса // Сиб. ЖИМ. 2024. Т. 27, № 2. С. 43-65 (Спецвыпуск "85 лет акад. В.Г. Романову").

II. Сем. им. Апарцина А.С. НЗВМ-2024:

Научная методология и математическое моделирование социально-экономических явлений

4. Горбунов В.К. Проблема потребительского рыночного спроса в экономической теории и её разрешение: методология, теория, верификация // MPRA Paper No. 114256, posted 20 Aug 2022. URL: <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/114256/>

План

1. Методологический индивидуализм и неоклассическая экономика	
1.1. Методологический индивидуализм.	4
1.2. Модель индивидуального спроса.	5
1.3. Проблема агрегирования потребителей.	7
2. Программа "Экономика как Наука"	
2.1. Науки естественные и социальные.	10
2.2. Экономика как объект и область знаний.	13
2.3. Общенаучная методология.	15
3. Научная теория рыночного спроса	
3.1. Объект теории.	16
3.2. Гипотезы и теория.	18
4. Холистическая модель общего экономического равновесия.	20

1. Методологический индивидуализм и неоклассическая экономическая теория

1.1. Методологический индивидуализм

Современная неоклассическая экономическая теория (Economics), составляющая основу экономического образования и исследований в большинстве стран мира и построенная в жёстких рамках *методологического индивидуализма*:

- 1) сложные экономические явления должны представляться через действия элементарных агентов – потребителей-индивидов / домохозяйств и фирм;
- 2) каждый агент рационален и независим от других;
- 3) частные теории основываются на экономически правдоподобных предположениях (аксиомах).

Hayashi T. *Microeconomic theory for the social sciences*. Singapore: Springer, 2021:

“Professional work in economic theory is presented as a sequence of definitions, assumptions and their implications.” <https://zbmath.org/?q=07406061>

1.2. Модель индивидуального спроса

Mas-Colell A., Whinston M., Green J. (1995) *Microeconomic Theory*. NY: OUP.

- **Рынок** n бесконечно делимых благ (товаров и услуг) с мерами $x \in R_+^n$;
- **Индивид** $h \in \overline{1, N}$: **доход** w_h , **предпочтения**, представляемые **полным, транзитивным и непрерывным** БО \succeq , индикатор БО = ФП $u_h : R_+^n \rightarrow R_+$, т.е.

$$x' \succeq x \Leftrightarrow u_h(x') \geq u_h(x).$$

- **Рациональность** – максимизация *возрастающей, квазивогнутой* ФП u_h при расходном ограничении, определяемом ценами $p \in R_{++}^{n*}$ и доходом w_h :

$$x^h(p, w_h) \in \text{Arg max} \{u_h(x) : \langle p, x \rangle \leq w_h, x \geq 0\}. \quad (\text{ID})$$

Регулярная модель (ID): $u_h \in C^2(R_+^n)$, \rightarrow **спрос** $x^h(p, w_h)$ – однозначный, непрерывный, дифференцируемый, $\lambda^h(p, w_h)$ – множитель Лагранжа задачи (ID) \Rightarrow аналитическая ТИС.

Модель (ID) : "**ФП** u_h **рационализует спрос** x^h ."

Модель (ID) – каждый **индивид / домохозяйство** умеет решать задачи:

- определения своей ФП u_h ,
- максимизации этой функции (ID).

Эта *аксиоматическая* модель, очевидно, далека от реальности и должна рассматриваться лишь как *догма* теории *искусственной экономики*, предписывающей каким должно быть поведение людей. Однако, она до настоящего времени является краеугольным камнем Economics и, в соответствии с МИ, – **основой возможных (в рамках МИ) теорий рыночного спроса!**

1.3. Проблема агрегирования потребителей

В первой половине 20-го века многие экономисты-теоретики считали, что рыночный спрос может быть определен с помощью модели, подобной (ID), с заменой **ненаблюдаемых доходов** покупателей w_h на расходы e_h и введением *коллективной функции полезности* $u(x)$ и **наблюдаемых совокупных расходов** $e = e_1 + \dots + e_H$, где H – количество покупателей на рынке (!).

Согласно МИ, рыночный спрос является суммой

$$x(p, e_1, \dots, e_H) = \sum_{h=1}^H x^h(p, e_h). \quad (\text{SD})$$

Но распределение индивидуальных расходов e_h не наблюдаемо, и вопрос применения модели (ID) к суммарному спросу (SD) сводится к выяснению свойств ф-ций $u_h(x)$, при которых существует такая ФП $u(x)$, что рыночный спрос (SD) представляется как спрос, рационализируемый этой ф-цией:

$$x(p, e) = \arg \max \{u(x) : \langle p, x \rangle \leq e, x \geq 0\}, \quad h = \overline{1, H}, \quad (\text{MD})$$

т. е. является **рыночным**.

В упомянутых в начале докладов СПОЗ-2023 и НЗВМ-2024 были приведены результаты исследования этой проблемы У. Гормана (Gorman, 1953) и уточняющий результат П. Самуэльсона (1956), согласно которому

- *одинаковая модель спроса не может быть моделью как индивидуального (ID), так и коллективного (MD) спросов, кроме нереалистичных случаев выполнения "условий Самуэльсона" (Santa Claus hypothesis of homotheticity)*

$$x^h(p, e_h) = x(p)e_h, \quad h = \overline{1, H}; \quad x(p, e) = x(p)e. \quad (\text{GS})^1$$

(GS) означает однородность функций спроса по расходам, и **однородность (homotheticity) предпочтений** (Mas-Colell et al., 1995).

Эту дилемму Самуэльсон бездоказательно ‘разрешил’ в пользу индивидуального спроса, несмотря на его очевидную нереальность.

¹ Аналогичный результат был получен в 1997/2010 году **В.И. Зоркальцевым** – *Вестник Новосиб. гос. ун-та. Серия: Соц-экон. науки*. 2010. Т. 10, вып.1.

Зарубежная литература по "Агрегированию потребителей" (Aggregation over consumers):

Gorman W.M. (1953). Community preference fields // *Econometrica*, 21(1);

— // — —————(1961) On a class of preference fields // *Metroeconomica*, 13, 53-56.

Самуэльсон П.А. (1999/1956 eng.). Общественные кривые безразличия // Вехи экономической мысли. В шести томах. Под ред. В.М. Гальперина. СПб.: Экономическая школа. 1999. Т. 4.

Mas-Colell, A., Whinston, M. and Green, J. (1995, Ch. 4).

Deaton A. (1986). Demand Analysis. In: Z. Griliches, M.D. Intriligator (eds.) *Handbook of Econometrics*, Vol. 3. Chapter 30. Amsterdam: New-Holland.

Deaton указывает на приоритет результата Гормана 1953 (параллельность траекторий Энгеля) у Antonelelli (1886):

Antonelelli, G. B. (1886) *Sulla Teoria Matematica della Economia Politica*. Pisa: Tipografia del Folchetto.

Republished as "On the Mathematical Theory of Political Economy" // J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. K. Richter and H. F. Sonnenschein, eds., *Preferences, Utility, and Demand*. New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1971.

2. Программа "Экономика как Наука"

2.1. Науки естественные и социальные

Авторы "неоклассической революции" (в математизированном варианте) системы экономических учений конца 19 века **Уильям Джевонс** и **Леон Вальрас**, независимо, в своих "политических экономиях" (1871 и 1874 -77) поставили целью построение экономической науки (Economic Science) **по образцу физики и механики**. При этом основным **признаком научности они считали использование математики** как языка изложения теоретических положений и **доказательного вывода** следствий (теорем) принятых положений (**аксиом**). Вальрас понимал *науку* как познавательную деятельность, сущность которой – "*наблюдение, изложение, объяснение*" (Вальрас, 2000).

Однако оба заложили основы модели индивидуального потребительского выбора, аналогичные модели (ID).

В английской академической терминологии экономические теории не относятся к **Наукам-Sciences**, отождествляемым с **Естественными Науками** (Natural Sciences), а относятся к **Социальным Наукам** (Social Sciences / Humanities). Но в определениях и методологии Естественных и Социальных Наук должна быть общность, соответствующая корневому понятию:

• Наука – это система нетривиальных теорий о некотором классе реальных объектов, выводимых логически из гипотез, выдвигаемых на основе наблюдений объектов, и обоснованных сопоставлением теоретических выводов и данных эмпирических наблюдений.

Данное определение науки кратко характеризуется свойствами ***объективность, доказательность и верифицируемость.***

В уточнениях определений частных наук должны проявляться особенности, отражающие различия объектов этих наук.

Особенности естественных наук (физика, химия, биология*): *идентичность и поведенческая предопределённость элементарных объектов, повторяемость явлений и возможность экспериментов.*

Особенности исследований экономических объектов/явлений:

1) *наличие у людей психики → интересов, предпочтений (потребительских, идеологических);*

2) *индивидуальность и поведенческая неопределённость людей;*

3) *неповторяемость внешних условий функционирования макро и мезо (отрасли, регионы)-экономических объектов;*

4) *сложность оценивания погрешностей агрегированных данных;*

5) *сложность/невозможность экспериментов;*

6) *необходимость решения как проблем объективного анализа наблюдаемых явлений, так и субъективного синтеза вариантов организации экономической системы и её функционирования в соответствии с поставленными целями, определяемыми интересами и предпочтениями.*

2.2. Экономика как объект и область знаний

В русском образовательном и научном контекстах слово *экономика* используется в двух смыслах, соответствующих разным английским словам:

1) *объект исследования (economy) – производство и распределение благ производственного, личного и общественного потребления;*

2) *область знаний – economics.*

Аналитическое направление экономических исследований, изучающее общественное явление ‘как оно есть’, называется позитивным, и синтетическое, предлагающее, ‘каким оно должно быть’, – нормативным.

Соответственно, *экономику – область знаний* определим как

- *совокупность образовательных дисциплин и познавательных теорий, объясняющих экономические явления и/или предлагающих принципы и методы организации экономической системы ‘наилучшим’ образом относительно эффективности и справедливости.*

Позитивные теории, представляющие экономику *'как она есть'*, это **научные теории** (*объективность, доказательность и верифицируемость*).

Выдающийся экономист 20-го века Мориса Алле (1911-2010), инженера-физик по образованию, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1988 года «за вклад в теорию рынков и эффективного использования ресурсов» за работу 1943 года (!) "A la recherche d'une discipline économique – Première partie - L'économie pure." 1943:

“Констатация объективной возможности превращения экономики в настоящую науку, естественно, не означает, что экономику, взятую в целом и в ее нынешнем состоянии, можно уже рассматривать как науку. Может быть, и это мы увидим чуть ниже, таковой она и не станет в полной мере, поскольку ее исходный материал тесно связан с интересами и идеологиями.”²

² Алле М. **Экономика как наука**. – М.: Наука для общества, РГГУ, 1995 (с. 28; Лекция, 1967 г.).

2.3 Общенаучная методология

Приведенные в подразделе 2.1 общие характеристики науки определяют **общенаучную методологию** как

- *принципы исследования реальных объектов природы и общества с целью получения о них объективных и обоснованных логически и эмпирически научных знаний (теорий).*

Реализация этих принципов предполагает выполнение следующих условий:

- 1) *основные характеристики объекта исследования должны иметь количественные меры, доступные наблюдениям/измерениям;*
- 2) *исследуемый объект может быть представлен формализованной моделью, представляющей функциональные взаимосвязи характеристик;*
- 3) *исходные предположения об объекте исследования являются гипотезами, подлежащими верификации, т. е. проверке на соответствие известным фактам о различных состояниях изучаемого объекта, представляемым соответствующей 'статистикой' числовых данных.*

3. Научная теория рыночного спроса

The raison d'être of the following observations lies not in the originality of the formulae but in their economic interpretation.

(Ragnar Frisch, 1992/1929)

3.1. Объект теории

1) **Объект исследования ТРС – рынок**, представляемый *торговой статистикой* цен $p^t \in E_+^n$, **количеств продаж** $x^t \in E_+^n$ и **совокупных расходов**:

$$\left\{ p^t, x^t : t = \overline{0, T} \right\}, \quad e_t = \langle p^t, x^t \rangle. \quad (1)$$

2) **Множество потребителей** (покупателей), формирующих статистику (1), является ‘*нечётким*’ (Лотфи Заде) и называется ‘*Статистическим ансамблем потребителей*’ (САП) данного рынка.

Определение (Zadeh L. A. Fuzzy sets. *Inform. and Control*. 1965. V. 8):

- Подмножество C универсального множества U называется его **‘нечётким подмножеством’**, если принадлежность $u \in U$ к C характеризуется некоторой **‘функцией принадлежности’** $\mu_C : U \rightarrow [0, 1]$ со значениями $\mu_C(u)$, представляющими **‘степень принадлежности’** элемента u к C .

Для теории рыночного спроса:

Универсальное множество U – население города/региона/страны/Земли.

САП – это нечёткое подмножество покупателей из U , степень принадлежности каждого к САП равна отношению стоимости его покупок на данном рынке к его общим потребительским расходам.

3.2. Гипотезы и теория

- на исследуемом рынке сохраняется статистическая стабильность рыночного спроса $x(p, e)$, определяемого ценами p и общими расходами e ;
- большинство людей хотят быть рациональными, эти желания определяют доминанту их рыночного поведения – **коллективную рациональность**, представляемую **коллективной ФП (КФП) $u(x)$** аналогично микроэкономической модели (ID) с заменой *индивидуального дохода w_h* на *общие расходы e* покупателей САП:

$$x(p, e) \in \text{Arg max} \{u(x) : \langle p, x \rangle \leq e, x \geq 0\}. \quad (2)$$

Формальная ТИС (Mas-Colell et al., Ch. 3), переносится на **ТРС** :

- 1) **Горбунов В.К.** (2004). Математическая модель потребительского спроса: Теория и прикладной потенциал. М. Экономика (РГНФ, № 03-02-16025).
- 2) **Горбунов В.К.** (2015). Потребительский спрос: Аналитическая теория и приложения. Ульяновск: УлГУ. (РФФИ, № 15-06-07-018)
<https://www.rfbr.ru/library/books/2641/>

Верификация:

- 3) **Горбунов В.К., Козлова Л.А., Львов А.Г.** (2020). К проблеме построения аналитических индексов рыночного спроса: вариативный подход // Вопросы статистики. 27 (3). (10 групп продтоваров, 2006-2017 гг.)
- 4) **Горбунов В.К., Львов А.Г.** (2022). Анализ потребительского спроса России, 2012-2017: двухэтапное построение аналитических индексов // Вопр. стат. 29 (4). (468 благ: продовольственные, непродовольственные, услуги).
- 5) **Горбунов В.К., Львов А.Г.** Проблема верификации теории рыночного спроса // *Сиб. ЖИМ*. 2024. Т. 27, № 2.
- 6) **Gorbunov, V.** (2021). Market demand: a holistic theory and its verification (August 21, 2021). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3963940> or MPRA Paper 109154.

4. Холистическая модель экономического равновесия³

4.1. Экономика

Экономика производит n *благ* и использует t *факторов производства* (ресурсов). Потребителями являются *население, производство и государство*. **Население** потребляет *товары (продукты и услуги)* как домохозяйства, и *общественные блага* – совместно.

Валовой выпуск продуктов за некоторый период времени обозначим $z = (x, y) \in E_+^n$, где $x \in E_+^{n_1}$ – **товары** и $y \in E_+^{n_2}$ – **прочие продукты: производственного потребления, общественные блага и государственные расходы**. Вектор **ресурсов** – $r \in E_{++}^m$.

³ Горбунов В.К. (ДАН, 2018, 482, №3) – развитие модели из [Моришима М.](#) Равновесие, устойчивость, рост (Многоотраслевой анализ). М.: Наука. 1972 (англ. 1964).

4.2. Производственная система

Представляется консолидировано *технологической* $(n \times n)$ матрицей $A \geq 0$ и $(m \times n)$ матрицей *ресурсных потребностей* $B \geq 0$. Эти матрицы неявно отражают также **климатические** и **географические** особенности территории.

Конечный выпуск $c = (x_c, y_c) \in E_+^n$, где $x_c \in E_+^{n_1}$ – количества **товаров**, и $y_c \in E_+^{n_2}$ – количества **прочих продуктов**. Эти объекты связаны условиями

$$(I - A)z = c, \quad Bz \leq r, \quad z \geq 0. \quad (4.1)$$

Цены: товаров $p_x \in E_+^{n_1} *$ (сопряжённое пространство), прочих продуктов $p_y \in E_+^{n_2} *$, всех продуктов $p = (p_x, p_y) \in E_+^n *$ и **ресурсов** $v \in E_+^m *$.

Рациональность производства – максимизация стоимости конечного выпуска $\langle p, c \rangle$ при условиях (4.1) – предложение производственной системы:

$$C(p) = \text{Arg max}_c \{ \langle p, c \rangle : (4.1) \}. \quad (4.2)$$

Предполагается: Матрица A неразложима и **продуктивна**, и матрица B не имеет нулевых строк и столбцов \rightarrow существует матрица Леонтьева

$$H = (I - A)^{-1} > 0,$$

$h_{ij} > 0$ – полные затраты продукта i для производства единицы продукта j .

Введём матрицу $D=BH$. Тогда (4.2) представляется решением задачи ЛП :

$$C(p) = \text{Arg max}_c \{ \langle p, c \rangle : Dc \leq r, \quad c \geq 0 \}. \quad (4.3)$$

Связь цен p и v устанавливается двойственной к (4.3) задачей

$$V(p) = \text{Arg min}_v \{ \langle r, v \rangle : D^T v \geq p, \quad v \geq 0 \}. \quad (4.4)$$

Согласно теореме двойственности решение (v, c) пары задач (4.3) и (4.4) эквивалентно решению системы

$$Dc \leq r, \quad c \geq 0, \quad D^T v \geq p, \quad v \geq 0, \quad \langle p, c \rangle = \langle r, v \rangle. \quad (4.5)$$

Решение (4.5) определяет оптимальные значения (v, c) при заданных ценах продуктов p , и **стоимость ресурсов** $e = \langle r, v \rangle =$ *совокупный доход экономики*.

4.3. Спрос агентов

Рыночный спрос домохозяйств на товары x_c определяется ценами p_x и общими расходами e_x : $x_c = x_c(p_x, e_x)$. В данном варианте стационарной экономики считается, что e_x представляет **бюджет населения**, составляющий долю $\theta \in (0, 1)$ совокупного дохода: $e_x = \theta e \equiv \theta \langle r, v \rangle$.

Рыночный спрос представляется регулярной моделью

$$x_c(p_x, e_x) = \arg \max \{u(x) : \langle p_x, x \rangle \leq e_x, x \geq 0\}. \quad (4.6)$$

Решение x_c задачи (4.6) при каждом наборе параметров (p_x, e_x) определяется системой Госсена-Вальраса

$$p_{x1} \frac{\partial u(x_c)}{\partial x_{ci}} = p_{xi} \frac{\partial u(x_c)}{\partial x_{c1}}, \quad i = \overline{2, n_1}; \quad \langle p_x, x_c \rangle = e_x. \quad (4.7)$$

Спрос производства и государства на прочие продукты y_c определяется также в зависимости от цен и совокупных расходов $e_y = (1 - \theta)e$ с закреплённой (на данном этапе) структурой y_0 :

$$y_c(p_y, e_y) = \frac{e_y}{\langle p_y, y_0 \rangle} y_0. \quad (4.8)$$

Модель исследована в Горбунов В.К. (ДАН, 2018, 482, №3), где доказана *теорема существования и единственности* относительно системы равновесия – объединение системы (4.5), характеристической системы задачи рыночного спроса (4.7), и системы спроса на прочие продукты (4.8). Эта система определяет равновесные цены (p^*, v^*) и выпуск $c^* = \bar{c}(p^*, v^*)$, который является полным спросом агентов модели и одновременно предложением производства: $c^* \in C(p^*)$. Эти цены, учитывают её технологические, ресурсные, географические, ресурсные особенности, а также потребительские предпочтения населения.

* * *

Спасибо !