

Обобщённая разрешимость существенно нелокальной по времени параболической обратной задачи с граничным условием Неймана

Абдукаримов Ф. А.¹, Старовойтов В. Н.², Титова А. А.²

¹ ИМ СО РАН, Новосибирск, Россия

² ИГиЛ СО РАН, Новосибирск, Россия
abdukarimovfarhod8@gmail.com

В докладе рассматривается обратная задача для существенно нелокального по времени параболического уравнения с граничным условием Неймана. Существенная нелокальность означает, что в уравнении присутствует интеграл от решения по всему интервалу времени, на котором решается задача. Такие уравнения встречаются при описании хаотичной динамики полимерной молекулы в жидкости [1] и при моделировании динамики популяций [2]. В первом случае роль времени в уравнении играет параметр длины дуги вдоль полимерной цепочки, во втором — возраст индивидуума.

Существенная нелокальность по времени вносит в исследуемую задачу несколько особенностей. Во-первых, присутствие в уравнении интеграла от решения по всему интервалу времени означает, что нужно знать «будущее» для определения коэффициента в уравнении. Это не согласуется с принципом причинности, который характерен для параболических задач. Во-вторых, при исследовании разрешимости нелинейное параболическое уравнение часто сначала решается на малом промежутке времени, а затем полученное решение продолжается на весь интервал. В данной ситуации такой подход невозможно применить.

Предложенная в [1] задача о хаотичной динамике полимерной цепочки сводится к коэффициентной обратной задаче для определения плотности вероятности того, что звено цепи находится в точке пространства. При этом ставится естественное условие переопределения, заключающееся в том, что интеграл от плотности вероятности по пространству равен единице. Доказана обобщённая разрешимость описанной выше обратной задачи. Доказательство проведено с помощью теоремы Шаудера о неподвижной точке, с применением принципа сжимающих отображений.

Список литературы

1. Starovoitov V. N., Starovoitova B. N. Modeling the dynamics of polymer chains in water solution. Application to sensor design. Journal of Physics: Conference Series. 2017. V. 894, Article 012088. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/894/1/012088>
2. Webb G. F. Population Models Structured by Age, Size, and Spatial Position. In “Structured population models in biology and epidemiology”, pp. 1-49. Berlin: Springer, 2008.