

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

## **МАРЧУКОВСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ–2020**

### **Тезисы**

**Международной конференции,  
посвященной 95-летию со дня рождения  
академика Г. И. Марчука**

19–23 октября 2020 г.  
Академгородок, Новосибирск, Россия

Новосибирск  
2020

УДК 519.6  
ББК 22.19  
М30

**М30** Марчуковские научные чтения 2020 : Тезисы Междунар. конф., посв. 95-летию со дня рождения акад. Г. И. Марчука Новосибирск, 19–23 октября 2020 г. / Ин-т вычислит. математики и матем. геофизики СО РАН. – Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2020. – 192 с.

ISBN 978-5-4437-1108-9

Конференция посвящена 95-летию со дня рождения основателя и первого директора Вычислительного центра СО АН СССР (н. ИВМиМГ СО РАН), Председателя Сибирского Отделения РАН, Председателя Госкомитета по науке и технике СССР, последнего Президента Академии наук СССР, Председателя МНС по космосу при АН СССР, Героя Социалистического труда академика Гурия Ивановича Марчука – крупнейшего ученого, признанного специалиста в области вычислительной математики и математического моделирования, физики атмосферы и геофизики, атомного и космического проектов, медицины и иммунологии.

Целью Международной конференции "Марчуковские научные чтения 2020" является привлечение специалистов по численному анализу, прикладной математике и вычислительным технологиям к обсуждению актуальных вопросов математики и математического моделирования, а также вопросов практического применения современных численных методов. Основные темы конференции: вычислительная алгебра и методы аппроксимации, численное решение дифференциальных уравнений, методы Монте-Карло и численное статистическое моделирование, математическое моделирование в задачах физики атмосферы, океана, климата и охраны окружающей среды, обратные задачи, математическое моделирование в задачах геофизики и электрофизики, математические модели и методы в науках о Земле, математическое моделирование в информационных технологиях, компьютерная биология, медицина и биотехнология.

УДК 519.6  
ББК 22.19

**Конференция проводится при финансовой поддержке**

Российского фонда фундаментальных исследований,  
проект № 20-01-20025

Новосибирского государственного университета  
Сибирского отделения Российской академии наук

**Информационная поддержка**  
Пресс-служба СО РАН

**Сайт конференции:** <http://conf.nsc.ru/msr2020>

ISBN 978-5-4437-1108-9

© Институт вычислительной математики  
и математической геофизики СО РАН, 2020

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

### Сопредседатели программного комитета:

акад. РАН В. П. Дымников (ИВМ РАН, Москва), чл.-корр. РАН Г. А. Михайлов (ИВМиМГ СО РАН), чл.-корр. РАН В. В. Шайдуров (ИВМ СО РАН, Красноярск)

### Заместители председателя программного комитета:

проф. В. П. Ильин (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. И. В. Оселедец (ИВМ РАН, Москва)

**Секретарь конференции** канд.физ.-мат. наук А. В. Пененко (ИВМиМГ СО РАН)

### Члены программного комитета

А. И. Аветисян	Москва, Россия	А. Г. Марчук	Новосибирск, Россия
В. И. Агошков	Москва, Россия	И. В. Марчук	Новосибирск, Россия
А. Е. Алоян	Москва, Россия	М. А. Назаралиев	Махачкала, Россия
А. А. Бакланов	Женева, Швейцария	А. Ю. Пальянов	Новосибирск, Россия
Е. А. Бондарь	Новосибирск, Россия	В. В. Пененко	Новосибирск, Россия
Г. А. Бочаров	Москва, Россия	И. В. Прохоров	Владивосток, Россия
Ю. В. Василевский	Москва, Россия	А. С. Родионов	Новосибирск, Россия
В. В. Васин	Екатеринбург, Россия	В. Г. Романов	Новосибирск, Россия
Е. П. Вдовин	Новосибирск, Россия	А. А. Романюха	Москва, Россия
В. В. Воеводин	Москва, Россия	Г. С. Ривин	Москва, Россия
Ю. С. Волков	Новосибирск, Россия	К. К. Сабельфельд	Новосибирск, Россия
А. В. Гасников	Долгопрудный, Россия	Т. А. Сушкевич	Москва, Россия
Б. М. Глинский	Новосибирск, Россия	М. А. Толстых	Москва, Россия
С. К. Годунов	Новосибирск, Россия	Е. Е. Тыртышников	Москва, Россия
С. В. Головин	Новосибирск, Россия	В. В. Учайкин	Ульяновск, Россия
С. С. Гончаров	Новосибирск, Россия	М. П. Федорук	Новосибирск, Россия
С. М. Ермаков	Санкт-Петербург, Россия	В. М. Фомин	Новосибирск, Россия
Ю. Л. Ершов	Новосибирск, Россия	А. И. Хисамутдинов	Новосибирск, Россия
В. Б. Залесный	Москва, Россия	В. А. Чеверда	Новосибирск, Россия
С. И. Кабанихин	Новосибирск, Россия	А. А. Черемисин	Новосибирск, Россия
Б. А. Каргин	Новосибирск, Россия	И. Г. Черных	Новосибирск, Россия
В. В. Ковалевский	Новосибирск, Россия	Б. Н. Четверушкин	Москва, Россия
Г. М. Кобельков	Москва, Россия	М. А. Шишленин	Новосибирск, Россия
А. Н. Коновалов	Новосибирск, Россия	В. П. Шутяев	Москва, Россия
Ю. А. Кузнецов	Houston, USA	Ю. И. Шокин	Новосибирск, Россия
В. Н. Крупчатников	Новосибирск, Россия	М. И. Эпов	Новосибирск, Россия
И. М. Куликов	Новосибирск, Россия	А. Г. Ягола	Москва, Россия
Ю. М. Лаевский	Новосибирск, Россия	В. П. Бакалов	Новосибирск, Россия
Г. Г. Лазарева	Москва, Россия	А. П. Карпик	Новосибирск, Россия
Б. Ю. Лемешко	Новосибирск, Россия	Ya. Efendiev	Texas, USA
В. Н. Лыкосов	Москва, Россия	R. Lazarov	Texas, USA
В. Э. Малышкин	Новосибирск, Россия	R. Makarov	Waterloo, Canada
М. А. Марченко	Новосибирск, Россия		

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

**Председатель организационного комитета** – проф. РАН М. А. Марченко (ИВМиМГ СО РАН)

**Заместители председателя организационного комитета (ИВМиМГ СО РАН):**

чл.-корр. РАН Г. А. Михайлов, д-р техн. наук В. В. Ковалевский, проф. Б. М. Глинский

**Секретарь организационного комитета** – канд. физ.-мат. наук В. Л. Лукинов (ИВМиМГ СО РАН)

Члены организационного комитета (ИВМиМГ СО РАН): канд. физ.-мат. наук М. А. Боронина,

О. Г. Заварзина, А. А. Иванов, И. Н. Иванова, канд. физ.-мат. наук Е. Г. Каблукова, канд. физ.-мат. наук

А. Е. Киреева, С. Н. Косова, М. В. Крайнева, канд. физ.-мат. наук И. Н. Медведев, канд. физ.-мат. наук

Э. А. Пьянова, Д. Д. Смирнов, К. В. Ткачёв, канд. физ.-мат. наук Н. В. Трачева, А. Г. Усов, канд. физ.-мат.

наук О. С. Ухинова, Е. В. Чимаева, М. С. Юдин, канд. физ.-мат. наук А. Н. Юргенсон

**Почта оргкомитета:** msr2020@sscc.ru

## Секция 1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

### Формулы обращения и их конечномерные аналоги для многомерных уравнений Вольтерра

#### I рода

Е. Д. Антипина<sup>1,2</sup>, С. В. Солодуша<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет

<sup>2</sup>Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН

Email: [solodusha@isem.irk.ru](mailto:solodusha@isem.irk.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10002

Рассмотрен специальный класс многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода, для которого характерна переменность всех пределов интегрирования. Эти уравнения введены в связи с проблемой восстановления несимметричных ядер в задаче моделирования нелинейных динамических систем типа вход – выход с помощью аппарата рядов Вольтерра [1]. В работе демонстрируется способ получения искомого решения, развивающий метод шагов [2] для одномерного случая. Установлены условия согласования, обеспечивающие нужную гладкость решения.

Работа выполнена в рамках государственного задания Ш.17.3.1 фундаментальных исследований СО РАН, рег. № АААА-А17-117030310442-8.

#### Список литературы

1. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1982.
2. Апарцин А. С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. Новосибирск: Наука, 1999.

### About boundary problem for essential loaded heat equations

D. M. Akhmanova, M. T. Kosmakova, N. K. Shamatayeva

Buketov Karaganda State University, Kazakhstan

Email: [danna.67@mail.ru](mailto:danna.67@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10001

The article presents the issues of strong solution for "essential" loaded differential equations of the parabolic type in bounded domains. This article describes the following features. For example, in the  $L_2(Q)$ -space the corresponding differential operators are not closing, because firstly, the load does not obey the corresponding differential part of the operator, i.e., for its differential part, the load is not a weak perturbation. Secondly, in the spaces  $L_2(0,1)$  and  $L_2(Q)$  load operators are not closing. These features indicate difficulties in directly investigating the problems of the strong solution to boundary value problems for nonclosed loaded differential equations. The loaded differential operator  $L_1$  in the space  $L_2(Q)$  is not closed, therefore, to solve the problems, we need to introduce an auxiliary problem  $L_3$  that closed in the  $L_2(Q)$  space. The study of equations [1-4] gives not only theoretical, but also applied character [5].

#### References

1. Akhmanova D.M., Dzhenaliev M.T., Ramazanov M.I. On a particular second kind Volterra integral equation with a spectral parameter // Siberian Mathematical Journal. 2011. 52,1. P. 1–10. DOI: 10.1134/S0037446606010010.
2. Amangaliyeva M.M., Akhmanova D.M., Dzhenaliev M.T., Ramazanov M.I. Boundary value problems for a spectrally loaded heat operator with load line approaching the time axis at zero or infinity // Differential Equations. 2011. 47, 2. P. 231–243. DOI: 10.1134/S0012266111020091.
3. Dzhenaliev M.T., Ramazanov M.I. On the boundary value problem for the spectrally loaded heat conduction operator // Siberian Mathematical Journal. 2006. 47, 3. P. 433-451. DOI: 10.1007/s11202-006-0056-z.
4. Akhmanova D.M., Ramazanov M.I., Yergaliyev M.G. On an integral equation of the problem of heat conduction with domain boundary moving by law of  $t = x(2)$  // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. 2018. 1 (89). P. 15-19. DOI: 10.31489/2018M1/15-19
5. Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I. On a homogeneous parabolic problem in an infinite corner domain // AIP Conference Proceedings. 2016. 1759. 020085. DOI: 10.1063/1.4959699.

**Coercive solvability conditions for an infinite second-order difference system with oscillating intermediate coefficients***D. R. Beisenova**The Karaganda State University of the name of academician E. A. Buketov, Kazakhstan**E-mail: dana\_68\_11@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10003

The following system of difference equations is considered in the work:  $\Delta^{(2)} + r\Delta_+ y + qy = f$ , where  $y = \{y_j, j \in \mathbb{Z}\}$ ,  $\Delta_+ y = \{y_{j+1}, j \in \mathbb{Z}\}$ ,  $\Delta^{(2)} y = \{y_{j+2}, j \in \mathbb{Z}\}$ ,  $\Delta^{(2)} y = \Delta_-(\Delta_+ y)$ ,  $r = \text{diag} \{r_j, j \in \mathbb{Z}\}$ ,  $q = \text{diag} \{q_j, j \in \mathbb{Z}\}$ ,  $f = \{f_j, j \in \mathbb{Z}\} \in l_2$ ;  $l_2$  – Hilbert space of the sequences.

By  $L$  we denote the closure in  $l_2$  of the expression  $L_0 y = \Delta^{(2)} + r\Delta_+ y + qy$  defined in the set of compactly supported sequences. The element  $y \in D(L)$  is called the solution of the system under discussion, if the equality  $Ly = f$  is valid.

As a result, the conditions for the existence and uniqueness of a solution to the infinite system under discussion of second-order difference equations with non-negative intermediate coefficients are obtained. Weighted estimates of the norms of the solution and the differences of its first and second order are obtained. The system under consideration is degenerate, since the intermediate coefficient grows independently and can fluctuate and disappear strongly.

## References

1. Otelbaev, M. O. Coercive estimates for the solutions of difference equations. (Russian) Translated in Proc. Steklov Inst. Math. 1989. No 4. P. 265–274.
2. Bulabaev A. T., Mustafina L. M. Some difference embedding theorems// Izv. AN KazSSR. Ser.: Fiz. math. 1989. No. 1. P. 16–17.

**Раздельное восстановление компонент решения с различными свойствами гладкости для линейных некорректных задач***В. В. Беляев**Институт математики и механики УрО РАН**Уральский федеральный университет**Email: beliaev\_vv@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10006

Исследуется некорректно поставленная задача в форме линейного уравнения на паре нормированных пространств  $U, F$  с непрерывным оператором  $A$ , для которого обратный оператор в общем случае разрывный; правая часть задана приближенно.

В работе изучаются линейные некорректные задачи и способы их регуляризации. При этом решение представляется в виде суммы нескольких слагаемых (компонент) с различными свойствами гладкости. Регуляризация проводится методом Тихонова с использованием нормы пространства Лебега, нормы пространства функций ограниченной вариации самой функции и ее первой производной в качестве стабилизаторов. Доказывается разрешимость регуляризованной задачи и сходимости приближенных решений. Также обоснована сходимость дискретных аппроксимаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-31-90014).

## Список литературы

1. R. Acar and C. R. Vogel, Analysis of bounded variation penalty method for ill-posed problems, Inverse Problems 10 (1994), 1217–1229.
2. Vasin V.V., Belyaev V.V., Modification of the Tikhonov method under separate reconstruction of components of solution with various properties, Eurasian J. of Mathematical and Computer Applications, Volume 5, Issue 2 (2017) 66–79.

### **Применение метода коллокации и наименьших квадратов к решению задач механики деформируемого твердого тела**

В. А. Беляев<sup>1</sup>, Л. С. Брындин<sup>1,2</sup>, С. К. Голушко<sup>2,3</sup>, В. П. Шапеев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН

Email: belyaevasily@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10004

Разработаны новые h-, p- и hp-варианты метода коллокации и наименьших квадратов, позволяющие находить высокоточные приближенные решения различных краевых задач для дифференциальных уравнений в канонических и нерегулярных областях [1, 2]. Для их реализации в нерегулярных областях применены два вида сеток с треугольными [2] и прямоугольными ячейками [1] с использованием их нерегулярных частей, которые, будучи рассеченными криволинейной границей области, образуют нерегулярные граничные ячейки. В докладе приведены результаты моделирования и анализа напряженно-деформированного состояния пластин, нелинейного деформирования композитных балок, разносопротивляющихся растяжению и сжатию [3].

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы (проекты АААА-А17-117030610136-3 и АААА-А19-119051590004-5), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-18029) и Российского научного фонда (код проекта 18-13-00392).

#### Список литературы

1. Shapeev V. P., Golushko S. K., Bryndin L. S., Belyaev V. A. The least squares collocation method for the biharmonic equation in irregular and multiply-connected domains // J. of Physics: Conf. Ser. 2019. V. 1268. P. 012076-1–012076-7.
2. Шапеев В. П., Брындин Л. С., Беляев В. А. Решение эллиптических уравнений в полигональных областях методом коллокации и наименьших квадратов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2019. Т. 12, № 3. С. 140–152.
3. Buznik V. M., Golushko S. K., Amelina E. V., Belyaev V. A., Bryndin L. S., Gorynin A. G., Shapeev V. P. Determining the law of ice deformation // J. of Physics: Conf. Ser. 2019. V. 1404. P. 012010-1–012010-7.

### **Решение дифференциальных и интегральных уравнений методом коллокации и наименьших квадратов**

В. А. Беляев<sup>1</sup>, Л. С. Брындин<sup>1,2</sup>, В. П. Шапеев<sup>1,2</sup>, С. К. Голушко<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН

Email: belyaevasily@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10005

Простой в применении и реализации проекционно-сеточный метод коллокации в сочетании с методом наименьших квадратов и различными способами ускорения итерационного процесса [1] существенно увеличивает свои возможности при решении дифференциальных и интегральных уравнений. В докладе приведены результаты численного решения краевых задач для эллиптических уравнений в канонических и нерегулярных областях [2], а также интегральных уравнений Фредгольма второго рода [3]. Рассмотрены примеры решения задач с разными особенностями.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы (проекты АААА-А17-117030610136-3 и АААА-А19-119051590004-5), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-18029) и Российского научного фонда (код проекта 18-13-00392).

#### Список литературы

1. Vorozhtsov E. V., Shapeev V. P. On the efficiency of combining different methods for acceleration of iterations at the solution of PDEs by the method of collocations and least residuals // Appl. Math. Comput. 2019. V. 363, № 124644. P. 1–19.

2. Shapeev V. P., Golushko S. K., Bryndin L. S., Belyaev V. A. The least squares collocation method for the biharmonic equation in irregular and multiply-connected domains // J. of Physics: Conf. Ser. 2019. V. 1268. P. 012076-1–012076-7.

3. Шапеев В. П., Ворожцов Е. В. Р-версия метода коллокации решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода в среде Mathematica // Вычислит. методы и программирование. 2019. Т. 20, № 1. С. 1–11.

### **Решение краевой задачи со смешанными условиями для уравнения Геллерстедта**

*А. С. Бердышев, А. Р. Рыскан*

*Казахский национальный педагогический университет им. Абая*

*Email: ryskan.a727@gmail.com*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10007*

Стационарные процессы различной физической природы описываются вырождающимися уравнениями эллиптического типа. Необходимость изучения таких уравнений обусловлена многочисленными их приложениями в газовой динамике, теории суперструн, теории упругости, космологии и т. д. [1–2].

Целью настоящей работы является исследование корректной разрешимости задачи со смешанными условиями Неймана – Дирихле для четырехмерного вырождающегося эллиптического уравнения Геллерстедта. При решении краевой задачи используется фундаментальное решение, построенное авторами в работе [3], выражающееся через многомерные гипергеометрические функции Лауричелла [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта КазНПУ им. Абая.

#### Список литературы

1. Франкль Ф. И. Избранные труды по газовой динамике. М.: Наука, 1973.
2. Candelas P., de la Ossa X., Greene P. and Parkes L. A pair of Calabi-Yau manifolds as an exactly soluble superconformal theory. Nucl. Phys. 1991. V. B539. P. 21-74.
3. Hasanov A., Berdyshev A. S., Ryskan A. Fundamental solutions for a class of four-dimensional degenerate elliptic equation/ Complex Variables and Elliptic Equations (GCOV). DOI: <https://doi.org/10.1080/17476933.2019.1606803>.
4. Appell P., Kampe de Fériet J. Fonctions Hypergeometriques et Hyperspheriques; Polynomes d’Hermite. P.: Gauthier-Villars, 1926.

### **Численный анализ стационарных течений полимерной жидкости**

*А. М. Блохин<sup>1,2</sup>, Б. В. Семисалов<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет*

*<sup>2</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: blokhin@math.nsc.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10349*

Исследуются стационарные течения несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости пуазейлевского типа с применением нелинейных реологических соотношений из [1]. Показано, что разработанная модель допускает три различных решения. С применением методов аппроксимации из [2,3] численно смоделирован процесс установления течения полимерной жидкости при скачкообразном изменении градиента давления в канале. Полученные результаты показывают, какое из трёх решений стационарной задачи реализуется на практике. При проведении расчётов в широком диапазоне значений физических параметров модели обнаружен эффект "переключения" предельного решения нестационарной задачи с одного решения стационарного уравнения на другое.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №20-71-00071)

#### Список литературы

1. Алтухов Ю. А., Гусев А. С., Пышнограй Г. В. Введение в мезоскопическую теорию текучести полимерных систем. Барнаул: Изд-во АлтГПА, 2012.
2. Бабенко К.И. Основы численного анализа. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
3. Семисалов Б. В. Быстрый нелокальный алгоритм решения краевых задач Неймана – Дирихле с контролем погрешности // Выч. мет. программирование. 2016. Т. 17, №4. С. 500–522.

### **Numerical solution of the integral equations of the electromagnetic field in geosteering problems**

*A. V. Bondarenko, N. N. Velker, D. Yu. Kushnir, G. V. Dyatlov and Yu. A. Dashevsky*

*Baker Hughes Novosibirsk Technology Center*

*Email: alexey.bondarenko@bakerhughes.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10008

Extra-deep azimuthal resistivity measurements improve the depth of investigation up to 30 m from the wellbore. Interpretation of electromagnetic logging data in the neighbourhood of a well becomes an important technical problem. We present an efficient parallel method for computation of induction tool responses with multiple transmitter–receiver configurations in 2D pixel-based anisotropic model crossed by an arbitrary well. The cornerstone of the approach is volume integral equation method. We consider the conductivity distribution as a sum of background and anomalous conductivities. Background conductivity is 1D-layered. Anomalous conductivity has arbitrary 2D distribution. Electromagnetic fields are the superposition of background and anomalous fields. Background fields are calculated exactly using rigorous analytical solution for 1D-layered background model. With this approach, the 2D pixel-based model is treated as an extension of the 1D-layered model. The anomalous fields are required only in pixels with a conductivity different from the conductivity of the 1D-layered model. Anomalous fields are calculated using convergent series of integral operators [1]. The approach takes into account conductivity anisotropy and allows obtaining both the exact solution and the fast approximate one. The convergence of approximate solution is investigated on some synthetic examples.

#### References

1. Zhdanov, M. S., Dmitriev V. I., Fang Sh., Hursan G., Quasi-analytical approximations and series in electromagnetic modeling, *Geophysics*, Vol. 65, No. 6, 1746-1757, 2000.

### **Моделирование течений плазмы в диамагнитной ловушке с помощью гибридных моделей**

*В. А. Вшивков, Л. В. Вшивкова, Г. И. Дудникова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: vsh@ssd.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10009

Для уменьшения требований к быстродействию и памяти ЭВМ по сравнению с полностью кинетическими моделями при моделировании плазменных процессов часто используются комбинированные (гибридные) модели. Гибридные модели основаны на гидродинамическом приближении для электронной компоненты плазмы и кинетическом приближении для ионов. В докладе будут рассмотрены двумерные нестационарные течения плазмы в диамагнитной ловушке, которые возникают при инъекции плазмы в центре ловушки. Для численного решения кинетического уравнения используется метод частиц-в-ячейках в связи с его универсальностью для широкого диапазона физических параметров. Гидродинамические уравнения для электронной компоненты и уравнения Максвелла решаются конечно-разностными методами на равномерной прямоугольной сетке. Предложена новая, более устойчивая гибридная модель и рассмотрены особенности модели, связанные с цилиндрической геометрией.

Проведена серия предварительных численных экспериментов для параметров плазмы, инжектируемого пучка и начальной конфигурации магнитного поля, соответствующих условиям лабораторных экспериментов. Выполнены тестовые расчеты, продемонстрировавшие накопление плазмы, вытеснение магнитного поля из занятой плазмой области и формирование стационарной конфигурации диамагнитной ловушки в режиме с непрерывной инъекцией ионного пучка в приосевую область ловушки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-21025-мк).

### **О точности аппроксимации консервативного полулагранжева метода**

*А. В. Вяткин<sup>1,2</sup>, Е. В. Кучунова<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН*

*<sup>2</sup>Сибирский федеральный университет*

*Email: vyatkin@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10910

Рассмотрена задача поиска численного решения двумерного уравнения неразрывности консервативным полулагранжевым методом [1, 2] на равномерной квадратной сетке. Для обеспечения

консервативности метода без использования поправочных (весовых) коэффициентов выписан интеграл по криволинейному четырехугольнику от функции численного решения задачи на нижнем слое по времени. Исследована проблема точности вычисления этого интеграла по криволинейному четырехугольнику с помощью аппроксимации области интегрирования прямолинейным четырехугольником.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00090).

Список литературы

1. V. Shaydurov, A. Vyatkin The semi-Lagrangian algorithm based on an integral transformation // AIP Conference Proceedings. – 2015. – Vol. 1648. – ID. 850041. DOI: 10.1063/1.4913096.

2. A. Iske, M. Käser Conservative semi-Lagrangian advection on adaptive unstructured meshes // Numerical Methods for Partial Differential Equations. – 2004. – Vol. 20(3). – P. 388-411. DOI:10.1002/num.10100.

### **Моделирование течения несжимаемой жидкости в переменной во времени области**

*В. А. Галкин<sup>1</sup>, А. О. Дубовик<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Обособленное подразделение ФБУ ФНЦ НИИСИ РАН, г. Сургут

<sup>2</sup>Сургутский государственный университет

*Email: alldubovik@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10011

В рамках модели слоистого течения [1] жидкости исследуется задача моделирования течения вязкой проводящей жидкости в области, изменяющейся во времени. Данный класс задач актуален в контексте решения проблемы управления параметрами несжимаемой жидкости при изменении во времени области течения, что связано с созданием отечественной технологии "цифровое месторождение" [2]. Предложенный класс точных решений уравнений МГД в переменной во времени области может при этом быть использован для верификации подобного программного обеспечения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00343, 18-47-860004).

Список литературы

1. Бетелин В. Б., Галкин В. А., Дубовик А. О. Об управляемом слоистом течении вязкой несжимаемой жидкости в модели МГД // ДАН. 2016. Т. 470. № 2. С. 150-152.

2. Бетелин В. Б., Галкин В. А. Задачи управления параметрами несжимаемой жидкости при изменении во времени геометрии течения // ДАН. М.: Изд-во Академиздатцентр "Наука". 2015. Т.463. №2. С. 149-151.

### **О равновесии в пространственно-временных диссипативных структурах**

*А. П. Герасев*

*Институт катализа СО РАН*

*Email: a.gerasev@ngs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10912

Теория диссипативных структур базируется на следующих основных положениях [1]: удаленности нелинейной динамической системы от состояния равновесия, неустойчивости однородного состояния распределенной кинетической системы и флуктуациях, "запускающих" образование структур.

В данной работе анализируются условия возникновения и существования автоволен (пространственно-временных диссипативных структур) ламинарного горения газов [2], фильтрационного горения газов, тепловых волн в слое катализатора, которые не согласуются с основными положениями теории диссипативных структур [3, 4]. Определенное внимание уделяется быстрым автоволнам в неподвижном слое катализатора, в которых осуществляется переход (динамическая перестройка) из одного состояния термодинамического равновесия в другое, при этом любые флуктуации в системе подавляются обратной химической реакцией [3, 4].

Работа выполнена в рамках государственного задания Института катализа СО РАН (проект АААА-А17-117041710076-7).

## Список литературы

1. Пригожин И. УФН. 1980. Т. 131. № 2. С. 185; Prigogine I. Nobelprize.org, (1977), [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/chemistry/laureates/1977/prigogine-lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1977/prigogine-lecture.pdf).
2. Gerasev A. P. J. Non-Equilib. Thermodyn. 2011. V. 36. № 1. P. 55.
3. Герасев А. П. УФН. 2004. Т. 174. № 10. С. 1061.
4. Gerasev A. P. J. Non-Equilib. Thermodyn. 2018. V. 43. № 3. P. 221.

**Комплекс программ по решению систем ОДУ**

*С. В. Гололобов, Ю. М. Лаевский*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: laev@labchem.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10913

Библиотека предназначена для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и разработана на основе многостадийных методов Е. А. Новикова. Основная подпрограмма библиотеки осуществляет автоматическое переключение между явным и неявным методом в зависимости от оценки текущей жесткости системы ОДУ. В явной схеме используется 9-стадийный метод первого порядка с расширенной областью устойчивости [1]. Контроль глобальной ошибки совместно с контролем устойчивости позволяет методу работать на оптимальном количестве стадий. Как только точность начинает ограничивать 9-стадийный метод, он переключается на метод Мерсона 4-го порядка. В качестве неявного метода используется L-устойчивый метод с адаптивным шагом на основе контроля глобальной ошибки [2]. Этот метод имеет 4-й порядок и использует 2 вычисления правой части, одно вычисление матрицы Якоби, одно LU-разложение матрицы Якоби и 5 решений системы линейных алгебраических уравнений с матрицей Якоби на каждый шаг. Библиотека может использовать вычисление матрицы Якоби как с помощью подпрограммы, предоставленной пользователем, так и самостоятельно. Библиотека совместима с языками Си и Фортран. Хотя она написана на Си, для совместимости с Фортраном сделаны некоторые изменения в интерфейсе, которые не являются стандартными для программ, написанных на Си.

Для проверки возможностей библиотеки ode\_solver взят набор достаточно сложных тестов, предложенных Э. Хайрером [3]. Там же находятся правильные ответы для рассматриваемых систем ОДУ и программы для решения этих систем ОДУ с помощью неявного 3-стадийного метода Рунге – Кутты типа Радо, метода типа Розенброка и экстраполяционного метода на основе неявного метода Эйлера. В тестах 6, 8–10, 12 рассмотрены начально-краевые задачи для уравнений с частными производными. При этом дискретизация по пространству (переход к системе ОДУ) осуществляется как разностным методом (тесты 6, 8, 9), так и с использованием преобразования Фурье (тест 10).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00048).

## Список литературы

1. Новиков Е. А. Явные методы для жестких систем. Новосибирск: Наука, 1997.
2. Новиков Е. А. Исследование (m,2) методов решения жестких систем // Вычислительные технологии. 2007. Т. 12. № 5. С. 103–115.
3. Хайрер Э. <http://www.unige.ch/~hairer/testset/testset.html>

**Асимптотический анализ в задачах нелинейного теплообмена и его приложения**

*М. А. Давыдова, С. А. Захарова*

*Московский государственный университет*

*Email: m.davydova@physics.msu.ru, sa.zakharova@physics.msu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10014

В настоящей работе предлагается новый подход к исследованию многомерных нелинейных задач теплообмена, основанный на использовании современных методов асимптотического анализа в многомерных нелинейных сингулярно возмущенных задачах (см. [1–2]). Исследуется вопрос о существовании устойчивых по Ляпунову классических стационарных и периодических решений с пограничными и внутренними переходными слоями в сингулярно возмущенных задачах нелинейной теплопроводности путем построения асимптотических приближений таких решений произвольного порядка точности с последующим обоснованием формальных построений на основе принципа сравнения [3].

Результаты работы могут быть использованы для описания процессов в нагретых нелинейных средах, связанных с задачами управляемого разогрева и межфазовых переходов, с целью определения теплофизических характеристик среды, восстановления параметров источника по заданной конфигурации области разогрева и величине скачка температуры; с целью создания эффективных численных алгоритмов решения прямых и коэффициентных обратных задач теории управляемого разогрева и межфазовых переходов, а также для создания тестовых численных алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-10080).

#### Список литературы

1. Davydova M. A., Nefedov N. N. Existence and stability of contrast structures in multidimensional singularly perturbed reaction-diffusion-advection problems // *Lecture Notes in Computer Science*. 2017. Vol. 10187. P. 277–285.
2. Nefedov N. N., Sakamoto K. Multi-dimensional stationary internal layers for spatially inhomogeneous reaction-diffusion equations with balanced nonlinearity // *Hiroshima Mathematical Journal*. 2003. Vol. 33. No. 3. P. 391–432.
3. Wang J. Monotone method for diffusion equations with nonlinear diffusion coefficients // *Nonlinear Analysis*. 1998. No. 34. P. 113–142.

### **Конечно-элементная аппроксимация граничного условия на бесконечности для задачи срочного американского опциона**

*А. А. Ефремов, Л. В. Гилева, В. В. Шайдуков*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

*Email: efremov@ict.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10015

В области стохастической финансовой математики одна из важных задач – моделирование ценообразования срочного американского опциона. Поскольку получить аналитическое решение для модели срочного американского опциона на ограниченном временном интервале не представляется возможным в силу нелинейности задачи, к решению задачи применяются различные численные методы [1]. Наряду с классами древовидных методов и методов Монте-Карло, активно используются детерминистические методы, основанные на решении обратной начально-краевой задачи специального вида [2, 3]. В работе рассматривается решение задачи со свободной границей комбинированным конечно-элементным полулагранжевым методом с использованием конечных элементов специального вида для аппроксимации правого граничного условия на бесконечности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00090 А).

#### Список литературы

1. Merton, R. C. Theory of Rational Option Pricing / R. C. Merton // *The Bell J. of Economics and Management Science*. 1973. Vol. 4, no. 1. P. 229–288.
2. Jiang, L & Li, C. (2005). Mathematical modeling and methods of option pricing. 10.1142/5855.
3. А. А. Ефремов, В. В. Шайдуков Комбинированный численный метод решения задачи о ценообразовании срочного американского опциона // *Материалы XXIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика Михаила Федоровича Решетнева (11-15 ноября 2019 г., г. Красноярск) в 2 частях. Часть 2. 2019. С. 163–164.*

### **Проблема получения решения уравнений в окрестности оси цилиндрической системы координат при использовании конечно-разностных методов**

*В. П. Жуков*

*Институт вычислительных технологий СО РАН*

*Новосибирский государственный технический университет*

*Email: zukov@ict.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10016

При решении уравнений конечно-разностными методами в цилиндрической системе координат в окрестности оси нередко возникают существенные отклонения от точного решения. В работе показано, что они связаны не только с проблемами устойчивости схем (шаг сетки по углу около оси пропорционален

радиальной координате узлов сетки), но и аппроксимацией. Предложено простое решение этой проблемы в случае МГД уравнений с учетом эффекта Холла для задачи о тиринг неустойчивости. Задача имеет непосредственное отношение к установкам "токамак". Предложенный подход может быть использован для других уравнений и обобщен для других систем координат с особенностями.

#### Список литературы

1. Жуков В. П. Э Конечно-разностная схема для решения двухжидкостных МГД-уравнений в цилиндрической системе координат // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2005, Т. 45, № 1, С. 156–169.
2. Zhukov V. P. A Finite Difference Scheme for Solving Two-Liquid Magnetohydrodynamic Equations in Cylindrical Coordinates // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2005. V. 45. N 1. P. 149–162.

#### **Варианты решения вырожденной 3D задачи линейной упругости методом конечных элементов**

*М. И. Иванов<sup>1</sup>, И. А. Кремер<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: ivanov@sscc.ru, igor.a.kremer@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10017

Решения краевых задач линейной теории упругости с заданными граничными нагрузками определены с точностью до множества жестких перемещений, в 3D случае его размерность равна 6. В работе [1] приводятся и обосновываются варианты условий однозначной разрешимости такой краевой задачи. В работах [2, 3] показан способ получения обобщенных постановок краевых задач, базирующийся на разложении жестких перемещений в сумму поступательного и вращательного движений. В качестве альтернативного подхода и по аналогии с методом, изложенным в работе [4], нами получена невырожденная расширенная постановка задачи упругости, решение которой автоматически удовлетворяет ограничениям на циркуляцию поля перемещений. Описана конечноэлементная технология получения соответствующей СЛАУ, предложен алгоритм ее решения, на примерах решения модельных задач исследованы свойства этого алгоритма.

#### Список литературы

1. Михлин С. Г. Проблема минимума квадратичного функционала. М.-Л.: Гостехиздат, 1952, 216 с.
2. Оганесян Л. А., Руховец Л. А. Вариационно-разностные схемы для решения плоской задачи теории упругости // В сб.: Вариационно-разностные методы в математической физике, ВЦ СО АН СССР, С. 15–33, Новосибирск, 1974.
3. Bochev P., Lehoucq R. Energy Principles and Finite Element Methods for Pure Traction Linear Elasticity // Computational Methods in Applied Mathematics, Vol. 11 (2011), № 2, pp. 173–191.
4. Ivanov M. I., Kremer I. A., Urev M. V. Solving the Pure Neumann Problem by a Finite Element Method // Numerical Analysis and Applications. – 2019. – Vol. 12. – №4. – pp. 359–371. <https://doi.org/10.1134/S1995423919040049>.

#### **Моделирование процесса фильтрации двухфазной жидкости на основе законов сохранения в интегральной форме**

*М. И. Иванов, И. А. Кремер, Ю. М. Лаевский*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: laev@labchem.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10018

В докладе описан подход к построению монотонных численных схем для решения задачи фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости с использованием модели Баклея – Леверетта [1]. Главной особенностью этой модели является наличие разрывных решений, причем течение в окрестности разрыва адекватно описывается законами сохранения в интегральном виде. Фазовые насыщенности аппроксимируются постоянными в ячейках сетки разрывными функциями. Для каждой ячейки интегральные законы сохранения, аппроксимирующие потоки, записываются на основе противопотоковой схемы. В этом случае полная скорость и давление рассчитываются с использованием уравнений смешанного метода конечных элементов с элементами Равьяра – Тома наименьшей степени и диагонализированной матрицей масс для суммарной скорости. Также рассмотрены вопросы учета нагнетательных и эксплуатационных скважин в этой дискретной модели. В частности, предложен подход, основанный на

методе фиктивных областей, для задачи с заданными интегральными дебитами. Предложенная дискретная модель иллюстрируется численными экспериментами с различными геометриями расположения скважин, анизотропными тензорами абсолютной проницаемости, трещиновато-пористыми средами и проч. Кроме того, даны некоторые рекомендации для решения вырожденных седловых систем, возникающих при моделировании.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00048).

Список литературы

1. Buckley, S. E., and Leverett, M. C. Mechanism of fluid displacement in sands // Transactions of the A. I.M. E. 1942. V. 146. P. 107–116.

### **Собственные функции Коссера для первой краевой задачи теории упругости в шаре**

С. Г. Казанцев<sup>1</sup>, В. Б. Кардаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева

<sup>2</sup>Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин),

Email: kazan@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10020

В основе данной работы лежат исследования С. Г. Михлина [1], который систематизировал результаты по спектру пучка операторов теории упругости, полученные в работах Эжена и Франсуа Коссера, в 1898–1901 гг., см. также [2–4]. С. Г. Михлиным были доказаны основные свойства собственных функций спектра, такие как полнота и ортогональность. В настоящей работе построены собственные функции Коссера для первой краевой задачи теории упругости в шаре. Ранее они были известны только частично.

Список литературы

1. Михлин С. Г. Спектр пучка операторов теории упругости // Успехи мат. наук. 1973. Т. 28, № 3(171). С.43– 82.

2. Михлин С. Г., Морозов Н. Ф., Паукшто М. В. Интегральные уравнения в теории упругости. СПб.: 1994. 272 с.

3. Алгазин С. Д. О спектре Коссера первой краевой задачи теории упругости // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54, № 2. С. 138–147.

4. Ерофеев В. И. Братья Коссера и механика обобщенных континуумов // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, № 4. С. 5–10.

### **Алгоритмы расщепления в методе конечных объемов при численном решении уравнений вязкой несжимаемой жидкости**

В. М. Ковеня<sup>1,2</sup>, Д. Тарраф<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: kovenuya@ict.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10019

В работе рассмотрены неявные консервативные численные алгоритмы решения уравнений Навье-Стокса вязкой несжимаемой жидкости [1] на основе метода конечных объемов. Этот подход позволяет находить решение уравнений в геометрически сложных областях, не прибегая к преобразованиям координат, что приводит к существенному снижению затрат ресурсов ЭВМ. Схемы обладают свойством полной аппроксимации, они пригодны для решения стационарных и нестационарных задач любой размерности. Для реализации алгоритмов апробированы различные формы расщепления, что позволяет свести их к решению отдельных расщепленных уравнений и решению уравнения Пуассона

Предложенный алгоритм апробирован на решении ряда задач, в том числе на задачах, имеющих точные решения. Приведены результаты расчетов, получены оценки сходимости, даны оценки затрат на решение задач, что позволяет сделать вывод об эффективности предложенного алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-20-00168).

## Список литературы

1. Ковеня В. М. Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогидродинамики. Рос. акад. наук, Сиб. отд. - ние, 2014, 280 с.

**Развитие метода САВАРЕТ в задачах неизэнтропической газовой динамики**

*В. А. Колотилов*

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*Email: kolotilov1992@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10252

Методы конечных разностей для решения систем газодинамических законов сохранения имеют богатую историю [1]. Одним из перспективных методов на сегодняшний день является схема САВАРЕТ. В настоящий момент существует обобщение метода на задачи газовой динамики, однако текущий вариант не исследован на сохранение монотонности разностного решения [2].

В настоящей работе рассмотрена коррекция потоковых переменных для обеспечения монотонности разностного решения. Показана необходимость выбора инвариантов решения с учетом особенностей уравнения состояния системы. Исследовано влияние коррекций для схемы Кабаре, предложенных в работе [3] с целью снижения осцилляций базовой схемы без потери текущих качеств схемы.

## Список литературы

1. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1992.

2. Головизнин В. М., Зайцев М. А., Карабасов С. А., Короткин И. А. Новые алгоритмы вычислительной газовой гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М.: Издательство Московского университета, 2013.

3. Ковыркина О. А., Остапенко В. В., О монотонности схемы КАБАРЕ, аппроксимирующей гиперболическую систему законов сохранения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 58:9 (2018), 1488–1504.

**Задача Г. А. Гринберга на отрезке**

*М. Е. Коржова<sup>1</sup>, Б. А. Марков<sup>2</sup>, А. С. Фадеева (Аникина)<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Южно-уральский государственный университет*

*<sup>2</sup>Челябинское высшее военное авиационное училище штурманов*

*Email: smrx1969@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10021

В работе предлагается постановка задачи движения пучка заряженных частиц для одномерного диода. Сложность решения задачи состоит в ее нелинейности, поэтому, несмотря на решение задачи Г. А. Гринбергом [1] на полупрямой, решение подобных задач требует применения численных методов (например, [2]).

Для решения нелинейной задачи было использовано преобразование В. А. Флорина (Коула – Хопфа [4]) и метод динамической регуляризации [3].

Для задачи приведена оценка погрешности приближенного решения, построенного методом динамической регуляризации.

## Список литературы

1. Г. А. Гринберг "Избранные вопросы математической теории электрических магнитных явлений". Изд-во АН СССР. 1948. 728 с.

2. Б. А. Марков, А. Д. Поезд "Нестационарная самосогласованная модель автоэлектронной эмиссии из металлического катода". Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1992. № 4. С. 15-18.

3. Ю. С. Осипов, Ф. П. Васильев, М. М. Потапов "Основы метода динамической регуляризации". М.: Изд-во МГУ. 1999 г. 240 с.

4. В. А. Флорин "Некоторые простейшие нелинейные задачи консолидации водонасыщенной земляной среды". Известия АН СССР. Отд. Тех. Наук. 1948. № 9. 1389-1402.

**Робастные апостериорные оценки погрешности для приближенных решений сингулярно возмущенных уравнений реакции-диффузии с имеющим большие скачки коэффициентом реакции**

*В. Г. Корнеев*

*Санкт-Петербургский государственный университет*

*Email: vad.korneev2011@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10022

В качестве модельной рассматривается задача Дирихле для сингулярно возмущенного уравнения реакции–диффузии, с постоянным на каждой подобласти (конечном элементе) разбиения области неотрицательным коэффициентом реакции. Как правило ранее в этом случае удавалось получить только апостериорные оценки погрешности приближенных решений, существенно зависящие от величин скачков коэффициента реакции. Часто изначально предполагалось достаточно медленное изменение этого коэффициента по области и ставились соответствующие ограничения на его скачки между конечными элементами. В данном докладе выводятся гарантированные, робастные, вычисляемые апостериорные оценки погрешности в предположении, что коэффициент реакции может хаотически изменяться между конечными элементами в широких пределах. Для методов конечных элементов на квазиоднородных сетках допускаются скачки и значения этого коэффициента обратно пропорциональные квадрату характерного шага сетки. Коэффициенты перед типичными нормами в правых частях наших оценок лишь незначительно хуже полученных ранее в случае постоянных коэффициентов реакции [1–3], они могут быть вычислены без предварительного использования процедур уравнивания тестовых вектор-функций потоков и являются точными по порядку, например, для схем с линейными симплицальными конечными элементами. Более того, при постоянных коэффициентах реакции они превращаются в точные согласованные оценки, полученные в [1,2,4] для этого случая.

Техника вывода сходна с использованной в [1, 2] для получения апостериорных оценок погрешности, согласованных по порядку с неулучшаемыми априорными оценками.

Список литературы

1. Корнеев В. Г. О точности апостериорных функциональных мажорант погрешности приближенных решений эллиптических уравнений. Доклады Академии наук, Математика. 2017. Т. 475, № 6. С. 605-608.
2. Корнеев В. Г. О контроле погрешности при численном решении уравнений реакции-диффузии. Журнал вычислительной математики и математической физики, 2019. Т. 59, № 1, С. 3–20.
3. Korneev, V. G. On a renewed approach to a posteriori error bounds for approximate solutions of reaction-diffusion equations. Proceedings of 30th Chemnitz FEM Symposium-2017. Springer, 2019. pp. 207-228.
4. Korneev, V. G. A note on a posteriori error bounds for numerical solutions of elliptic equations with piece wise constant reaction coefficient having large jumps. arXiv:submit/2987998 [math.NA] 30 Dec 2019, pp. 1–9

**Конечно-разностное решение задачи планирования для выхода на заданное состояние**

*В. С. Корниенко<sup>1,2</sup>, В. В. Шайдулов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

<sup>2</sup>*Сибирский федеральный университет*

*Email: vika-svetlakova@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10023

В работе представлен конечно-разностный аналог дифференциальной задачи, сформулированной в терминах теории "игр среднего поля" для решения задачи о приближении к заданному состоянию. Задачи оптимизации такого типа формулируются как связанные системы параболических дифференциальных уравнений в частных производных типа Фоккера – Планка и Гамильтона – Якоби – Беллмана [1, 2]. Предложенный конечно-разностный аналог обладает основными свойствами оптимизационной дифференциальной задачи непосредственно на дискретном уровне. В итоге он может служить как приближение, сходящееся к исходной дифференциальной задаче при стремлении шагов дискретизации к нулю, так и самостоятельная оптимизационная задача с конечным набором исходных данных. Для предложенного аналога построен алгоритм монотонной минимизации функционала стоимости, проиллюстрированный на модельной экономической задаче.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00090).

#### Список литературы

1. Achdou Y., Camilli F., Capuzzo-Dolcetta, I. Mean field games: numerical methods for the planning problem // SIAM J. Control Optim. 2012. V. 50(1). P. 77–109.
2. Porretta A.. On the planning problem for the mean field games system. Dyn. Games Appl. 2014. V. 4(2). P. 231–256.

#### **К решению уравнения теплопроводности с дробной нагрузкой**

*М. Т. Космакова<sup>1</sup>, Л. Ж. Касымова<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Карагандинский государственный университет им. акад. Е. А. Букетова*

<sup>2</sup>*Карагандинский государственный технический университет*

*Email: svetlanamir578@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10025

Исследуются проблемы разрешимости неоднородной краевой задачи в первом квадранте для дробно-нагруженного уравнения теплопроводности. Нагруженное слагаемое представлено в форме дробной производной Капуто по временной переменной, порядок производной в нагруженном слагаемом меньше порядка дифференциальной части, и точка нагрузки является движущейся.

Обращением дифференциальной части задача сведена к интегральному уравнению Вольтерра второго рода, ядро которого содержит функцию параболического цилиндра. Произведена оценка ядра полученного интегрального уравнения и показано, что ядро уравнения имеет слабую особенность (при определенных ограничениях на нагрузку), что является основанием для утверждения, что нагруженное слагаемое в уравнении является слабым возмущением его дифференциальной части.

Кроме того, исследованы предельные случаи порядка дробной производной. Доказано, что по порядку дробной производной имеет место непрерывность справа. Непрерывность слева нарушается.

Результаты работы согласуются с результатами исследования, приведенными в монографии [1]: в случае, если порядок производной в нагруженном слагаемом равен или выше порядка дифференциальной части уравнения (такие уравнения в [1] названы "существенно" нагруженными), нагруженное слагаемое в уравнении не является слабым возмущением его дифференциальной части. В работе было получено похожий результат.

В работах [2, 3] исследованы нагруженные дифференциальные уравнения, которые содержат дробные производные от следов искомой функции по временной переменной, но порядок производной в нагруженном слагаемом строго меньше соответствующего порядка дифференциальной части уравнения и точка нагрузки фиксирована, т. е. неподвижна.

#### Список литературы

1. Дженалиев М. Т., Рамазанов М. И. Нагруженные уравнения - как возмущения дифференциальных уравнений. Алматы: ГЫЛЫМ, 2010. 334с.
2. Геккиева С. Х. Краевые задачи для нагруженных параболических уравнений с дробной производной по времени: автореф. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.02. Нальчик: НИИ ПМА Каб.-Балк. научн. Центра РАН, 2003. 14 с.
3. Кереев А. А., Шхануков-Лафишев М. Х., Кулиев Р. С. Краевые задачи для нагруженного уравнения теплопроводности с нелокальными условиями типа Стеклова // Неклассические уравнения математической физики: труды семинара, посвященного 60-летию профессора В. Н. Врагова. Новосибирск: Изд-во ИМ, 2005. С. 152–159.

#### **К решению уравнения теплопроводности в вырождающейся двумерной области**

*М. Т. Космакова<sup>1</sup>, Ж. М. Тулеутева<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Карагандинский государственный университет им. акад. Е. А. Букетова*

<sup>2</sup>*Карагандинский государственный технический университет*

*Email: svetlanamir578@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10024

Рассмотрены две вспомогательные начально-краевые задачи, которые впоследствии будут использованы для решения краевой задачи теплопроводности с осевой симметрией в вырождающейся области. Одна из задач с однородными граничными условиями поставлена для построения фундаментального

решения, которое используется для определения тепловых потенциалов в представлении решения поставленной задачи. Начальное условие содержит функцию Дирака. Решение задач найдено в явном виде с помощью интегрального преобразования Лапласа. Также рассматривается краевая задача при отсутствии осевой симметрии. Показано, что эта задача разбивается на два семейства краевых задач, аналогичных рассмотренным выше. Приводится постановка краевой задачи теплопроводности с осевой симметрией в вырождающейся области. Ее фундаментальное решение, построенное ранее, выписывается в явном виде.

В работах [1]–[4] исследовались краевые задачи теплопроводности в вырождающихся областях в одномерном случае. В этой работе, предполагая, что выполняется свойство изотропности по угловой координате (осевая симметрия), мы исследуем задачу для уравнения теплопроводности в полярных координатах, к которой сводится поставленная двумерная задача по пространственным переменным.

#### Список литературы

1. Amangaliyeva, M. M., Jenaliyev, M. T., Kosmakova, M. T., Ramazanov, M. I. On one homogeneous problem for the heat equation in an infinite angular domain. *Siberian Mathematical Journal*. - 2015, 56, No. 6, 982–995. [doi: 10.1134/s0037446615060038].
2. Amangaliyeva, M. M., Jenaliyev, M. T., Kosmakova, M. T., Ramazanov, M. I., Uniqueness and non-uniqueness of solutions of the boundary value problems of the heat equation. *AIP Conference Proceedings*. - 2015, 1676, 020028; [doi: 10.1063/1.4930454].
3. Amangaliyeva, M. M., Jenaliyev, M. T., Kosmakova, M. T., Ramazanov, M. I. About Dirichlet boundary value problem for the heat equation in the infinite angular domain. *Boundary Value Problems*. 2014, 213, 1–21. DOI: 10.1186/s13661-014-0213-4.
4. Kosmakova, M. T. On an integral equation of the Dirichlet problem for the heat equation in the degenerating domain. *Bulletin of the Karaganda University-Mathematics*. - 2016, 1(81), 62–67.

#### **Априорные оценки для локально одномерных сеточных аппроксимаций квазилинейных параболических уравнений с дробными производными по времени**

*А. В. Лапин*

*Институт вычислительной математики и информационных технологий Казанского федерального университета*

*Email: avlapine@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10341

Рассмотрены начально-краевые задачи для двумерного субдиффузионного уравнения с квазилинейным монотонным эллиптическим оператором и дробной производной по времени в различных определениях (производные Капуто, Капуто – Фабрицио, Грюнвальда – Летникова). Эллиптический оператор представим в виде суммы локально одномерных операторов. Сформулированные задачи аппроксимированы локально одномерными сеточными схемами [1–5]. Для построенных схем доказаны априорные оценки в сеточных нормах  $L_2$  и  $C$ . Они использованы для вывода оценок точности в предположении достаточной гладкости решений и входных данных задач. Теоретические выводы подтверждены результатами вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00431).

#### Список литературы

1. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1967.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
3. Дьяконов Е.Г. Разностные методы решения краевых задач. Вып.2. Нестационарные задачи. М.: Изд-во МГУ, 1972.
4. Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988
5. Гордезиани Д.Г., Меладзе Г.В. О моделировании третьей краевой задачи для многомерных параболических уравнений в произвольной области одномерными уравнениями // ЖВМ и МФ. 1974. Т. 14. С. 246-250.

**Сеточная схема для однофазной задачи Стефана с дробной производной по времени**

А. В. Лапин

*Институт вычислительной математики и информационных технологий Казанского федерального университета*

Email: avlapine@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10026

Рассматривается дробно-временная однофазная задача Стефана, которая включает в себя память о накоплении скрытой теплоты. Она ставится в энтальпийной форме (см. [1, 2]), в которой память накопления распределена по жидкой фазе. Сформулированная задача со свободной границей (границей фазового перехода) аппроксимируется неявной сеточной схемой. Для сеточной задачи установлены оценки скорости движения границы фазового перехода. Эти оценки дают возможность выделить "узкую" полосу на расчетном временном слое, которая содержит свободную границу, и в которой требуется решать нелинейную задачу. В оставшейся, большей подобласти, решение удовлетворяет сеточной аппроксимации линейного уравнения теплопроводности. Различные методы декомпозиции области могут быть использованы для решения сеточной задачи с использованием этой информации. Представленные результаты по оценке скорости движения свободной границы обобщают результаты работ [3, 4] для задач Стефана с целочисленными производными. Ряд предложенных итерационных методов является новым и для задач с целочисленным производными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00431).

## Список литературы

1. Voller V. R., Falcini F., and Garra R. Fractional Stefan problems exhibiting lumped and distributional latent-heat memory effects // Physical Review E, 2013. 87:042401.
2. Cerentani A. N. A note on models for anomalous phase-change processes // Frac. Calc. Appl. Anal. 2020. V. 23, No. 1, P. 167-182.
3. Kuznetsov Yu. A., Lapin A. V. Domain decomposition method to realize an implicit difference scheme for one-phase Stefan problem // Sov. J. Numer. Anal. Math. Model. 1988. V.3, P. 487-504.
4. Lapin A. V. Domain decomposition method for grid approximation of two-phase Stefan problem // Sov. J. Numer. Anal. Math. Model. 1991. V.6, P. 25-42.

**Безитерационные методы решения ДАУ индекса 2**А. И. Левыкин<sup>1,2</sup>, А. Е. Новиков<sup>3</sup>, Е. А. Новиков<sup>4</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный университет<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН<sup>3</sup>Сибирский федеральный университет<sup>4</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН

Email: lai@osmf.sccc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10027

Представлена форма записи безитерационных  $(m, k)$ -схем решения задачи Коши для дифференциально-алгебраических систем индекса 2. Исследованы условия согласованности и устойчивости. Приведены формулы преобразования параметров  $(m, k)$ -схем для двух канонических форм записи и нахождения вида функции устойчивости схем.

Разработан L-устойчивый  $(3, 2)$ -метод второго порядка, для которого требуются два вычисления функции, одно вычисление матрицы Якоби и одна LU-декомпозиция на шаге. На базе метода сформулирован алгоритм интегрирования переменного шага, позволяющий решать как явные, так и неявные системы ОДУ индекса не выше двух. Приведены численные результаты, подтверждающие работоспособность нового алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-07-01513 А) и поддержке первого автора в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002).

## Список литературы

1. E. Hairer, G. Wanner. Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems – Berlin : Springer-Verlag, 1996. – 614 p.
2. Levykin, A. I., Novikov, A. E. & Novikov, E. A. Schemes of (m, k)-Type for Solving Differential-Algebraic and Stiff Systems. Numer. Analys. Appl. 13, 34–44 (2020).
3. Novikov, A. E., Levykin A. I., Novikov E. A. (m, k)-Methods for Control Theory Problems.// 15th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems, OPCS 2019, P. 120-124

**Сопряженно операторный дискретный аналог третьей граничной задачи статики упругого тела**

*А. Г. Максимова<sup>1,2</sup>, С. Б. Сорокин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: sorokin@sscc.ru, maks-nastya@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10028

Основную трудность при дискретизации третьей основной задачи статики упругого тела [1] представляет построение аппроксимации краевых условий, заданных в терминах напряжений. Необходимость сохранения основных свойств оператора дифференциальной задачи на дискретном уровне требует громоздких и далеко не очевидных построений. Предложенная в работе схема [2–4] построения дискретного аналога третьей граничной задачи статики упругого тела достаточно проста в реализации и заведомо приводит к самосопряженным положительно определенным аппроксимациям статической задачи теории упругости в постановке "перемещения". При этом краевые условия, заданные в терминах напряжений, аппроксимируются автоматически.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-19-00272), Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-31-00303).

## Список литературы

1. Амензаде Ю. А. Теория упругости. Учебник для университетов. Изд. 3-е, доп. М.: Высшая школа, 1976.
2. Коновалов А. Н. численные методы для статических задач упругости. Sib Math J 36, 491-505 (1995). <https://doi.org/10.1007/BF02109837>.
3. Sorokin S. B. Justification of a Discrete Analog of the Conjugate-Operator Model of the Heat Conduction Problem J. of Applied and Industrial Mathematics, 2015, Vol. 9, No. 1, pp. 119–131.
4. Sorokin S. B. A difference scheme for a conjugate-operator model of the heat conduction problem in the polar coordinates Numerical Analysis and Applications July 2017, Volume 10, Issue 3, pp. 244–258.

**Numerical solution of Maxwell fluid flow near critical point**

*N. P. Moshkin*

*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of SB RAS*

*Novosibirsk State University*

*Email: nikolay.moshkin@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10376

An unsteady incompressible viscoelastic stagnation point flow (plane and axisymmetric) at a solid wall is studied. The simplest differential viscoelastic fluid model (i.e., the upper-convected Maxwell model) is used. A front or rear stagnation point on a plane boundary is considered, and a wide range of possible behavior is revealed when the solution at infinity is modulated in time by a specified factor. The solutions of governing equations are found in assumptions that components of extra stress tensor are polynomials of spatial variable along solid wall. The velocity profiles are obtained by numerical integration of a nonlinear ordinary differential equation.

This work was (partially) supported by Russian Foundation for Basic Research (grant No. 19-01-00096 A).

**Сингулярное интегральное уравнение Гильберта в пространстве непрерывных функций**

М. А. Очилова<sup>1</sup>, Э. М. Мухамадиев<sup>2</sup>, С. Байзаев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Худжандский государственный университет, Республика Таджикистан

<sup>2</sup>Вологодский государственный университет

<sup>3</sup>Таджикский государственный университет права бизнеса и политики, Республика Таджикистан

Email: [ochilova-1997@mail.ru](mailto:ochilova-1997@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10029

Рассматривается задача разрешимости сингулярного интегрального уравнения Гильберта в пространстве непрерывных функций. Вводятся понятия несимметрических частичных сумм ряда Фурье и равномерной сходимости этого ряда. Установлена полнота пространства равномерно сходящихся рядов Фурье непрерывных функций по несимметрическим частичным суммам. Доказано, что сингулярный интегральный оператор Гильберта действует в этом пространстве. Найдено необходимое и достаточное условия разрешимости сингулярного интегрального уравнения Гильберта в этом пространстве.

**Течение тонкого слоя жидкости по наклонной подложке с испарением: численное моделирование**

Е. В. Резанова

Алтайский государственный университет

Email: [katerезanova@mail.ru](mailto:katerезanova@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10013

Исследуется нестационарное течение тонкого слоя вязкой несжимаемой жидкости по наклонной неравномерно нагреваемой подложке с учетом испарения на термокапиллярной границе раздела в двумерном случае. Для описания конвективного течения применяется система уравнений Навье – Стокса и переноса тепла или система уравнений Обербека – Буссинеска. На границе раздела выполнены кинематическое, динамическое и энергетическое условия, обобщенные для случая ненулевого потока массы [1]. Величина локального потока массы пара на границе раздела определяется с помощью уравнения Герца – Кнудсена [2].

В рамках длинноволнового приближения получены точные решения для главных и первых членов разложений искомых функций по степеням малого параметра задачи. Для определения положения границы раздела имеет место эволюционное уравнение. Построен численный алгоритм решения задачи о периодическом стекании слоя жидкости, исследовано влияние различных физических параметров системы на динамику слоя. В рамках исследуемой задачи проведено сравнение математических моделей, исследовано влияние дополнительных слагаемых в энергетическом условии на характер течения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки (код проекта 18-41-242005).

## Список литературы

1. Гончарова О. Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе // Известия АлтГУ. 2012. № 73. С. 12-18.

2. Miladinova S., Lebon G., Slavtchev S., Legros J.-C. Long-wave instabilities of non-uniformly heated falling films // J. of fluid mechanics. 2002. V. 453. P. 153-175.

**Mathematical analysis of a bonded Kirchhoff-Love's plates with a thin soft adhesive**

Е. М. Рудой

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

Новосибирский государственный университет

Email: [rem@hydro.nsc.ru](mailto:rem@hydro.nsc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10030

In the work, we consider a composite structure consisting of two plates glued together by a third one (adhesive layer) along some common interface. The structure is in equilibrium under the action of applied forces. The equilibrium of each of the three plates is described by biharmonic equations. At the same time on the common boundaries the condition of equality of the deflections and their normal derivatives is satisfied.

It is assumed that the elastic properties of the adhesive layer depend on its thickness  $\alpha$ , which is a small parameter of the problem. But the elastic properties of the glued plates do not depend on  $\alpha$  and remain constant.

The main goal of the work is to strictly mathematically justify the passage to the limit when  $\alpha$  tends to zero in the case of a soft layer (when the elastic properties of the adhesive layer is  $\sim \alpha^3$ ).

The limit problem in the form of a variational equality is obtained. An equivalent differential formulation of the problem is derived, from which it can be seen that the deflections of the limit problem satisfy the so-called spring-type condition on the gluing interface [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-10007).

Список литературы

1. Geymonat G., Krasucki F., Lenci S. Mathematical analysis of a boneded joint with a soft thin adhesive. Mathematics and Mechanics of Solids, Vol. 4, 1999.
2. Serpilli M. On modelling interfaces in linear micropolar composites. Mathematics and Mechanics of Solids, Vol. 22, 2017.

### **Алгоритм автоматизированного построения явных методов первого порядка с расширенными областями устойчивости**

*М. В. Рыбков, Л. В. Кнауб*

*Сибирский федеральный университет*

*Email: mixailrybkov@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10031

Проблема решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности заключается в том, что явные методы требуют проводить декомпозицию матрицы Якоби, что определяет основные вычислительные затраты. В то же время явные методы не требуют обращения матрицы, но имеют достаточно малые области устойчивости. Поэтому актуальной является задача использования явных одношаговых схем с расширенными областями устойчивости с контролем точности и устойчивости [1].

В работе разработаны методы и построен алгоритм автоматизирования конструирования явных методов типа Рунге – Кутты первого порядка точности [2]. Приведенный алгоритм реализован программно и позволяет в зависимости от заданных параметров построить алгоритм интегрирования, а затем с помощью его произвести расчет дифференциальной задачи. Приведены результаты расчетов, показывающие более высокую эффективность предлагаемых методов в сравнении с наиболее широко применяемыми.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-31-00375). Участие в Международной конференции "Марчуковские научные чтения 2020" (МНЧ-2020), посвященной 95-летию со дня рождения акад. Г. И. Марчука, проведено при поддержке Красноярского краевого фонда науки

Список литературы

1. Новиков Е. А., Шорников Ю. В. Компьютерное моделирование жестких гибридных систем. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012.
2. Rybkov M. V., Novikov A. E., Knaub L. V., Litvinov P. S. Solving Problems of Moderate Stiffness Using Methods of the First Order with Conformed Stability Domains // Университетский научный журнал, 2016. №22. С. 49–58.

### **Магнитный момент сверхпроводящего шара в неоднородном магнитном поле**

*А. О. Савченко*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: savch@ommafao1.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10321

Определен магнитный момент шарового сверхпроводника, расположенного на оси внешнего осесимметричного магнитного поля. Доказано, что магнитный момент зависит только от значения внешнего поля в центре шара.

### **О численном решении многомерных дифференциально-алгебраических систем уравнений первого порядка**

*С. В. Свинина*

*Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН*

*Email: svinina@icc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10032

Доклад посвящен численному решению линейных многомерных неклассических уравнений первого порядка с тождественно вырожденными матричными коэффициентами при производных искомой вектор-функции. Такие системы в современной литературе называют дифференциально-алгебраическими системами уравнений в частных производных. Они возникают при описании процессов гидродинамики, газовой динамики, теории малых колебаний жидкости и многих других. Важной характеристикой дифференциально-алгебраических уравнений является индекс. Под индексом понимается числовой параметр, указывающий на максимальный порядок производных от исходных данных поставленной задачи, входящих в структуру ее общего решения.

Представленные в докладе результаты являются продолжением работ автора [1-3], выполненных в рамках проекта СО РАН "Качественная теория и численный анализ дифференциально-алгебраических уравнений" № 0348-216-0009.

Список литературы

1. Svinina S. V. Stability of Spline Collocation Difference Scheme for a Quasi-Linear Differential Algebraic System of First-Order Partial Differential Equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2018. Vol. 58, №11. pp. 1775-1791.
2. Svinina S. V., Svinin A. K. Stability of a Difference Scheme for a Quasi-Linear Partial Differential Algebraic System of Equations of Index  $(k, 0)$  // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2019. Vol. 59, №4. pp. 513-528.

### **Optimization in scatterers cross-polarization masking problems**

*M. S. Soppa*

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering*

*Email: Soppa@ngs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10033

Methods of computational diagnostics in location problems of electromagnetic waves diffraction theory are actively used in the construction of means for material bodies masking. In this paper, we propose a solution to cross-polarization masking of impedance scatterers taking into account the change of incident wave E-polarization by the transverse H-polarization. A transition has been made to the system of integral equations, followed by the application of the boundary element method. Dual coatings are found, characterized by the fact that the scattering diagram does not change with simultaneous change of coating and polarization of the incident wave. Approaches to optimizing and controlling the structure of the synthesized impedance in order to ensure its physical and technological feasibility are considered.

### **Об оптимальном управлении потоком тепла**

*В. П. Танана<sup>1</sup>, Б. А. Марков<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Южно-уральский государственный университет*

<sup>2</sup>*Челябинское высшее военное авиационное училище штурманов*

*Email: tupa@susu.ac.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10034

В работе предлагается постановка задачи управления потоком тепла. Задача имеет практическую направленность и призвана заменить решение обратной граничной задачи теплопроводности композитных материалов для полупрямой. Впервые обратная граничная задача для уравнения теплопроводности была рассмотрена в [1].

Новизна подхода состоит в том, что можно отказаться от непосредственного нахождения температуры на границе раздела сред. Возможно построить шаблон, в соответствии с которым проводить

управление потоком тепла. Управление при этом должно быть таким, что непосредственно измеряемая на разделе сред температура не превысила бы критического значения.

Для задачи приведена оценка погрешности [2–4] приближенного решения.

Список литературы

1. Тихонов А. Н., Гласко В. Б. К вопросу о методах определения температуры поверхности тела. 1967 ЖВМиМФ. Т. 7. № 4. С. 267-273.
2. Иванов В. К., Васин В. В., Танана В. П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М.: Наука, 1978.
3. Танана В. П. Об оптимальности методов решения нелинейных неустойчивых задач // ДАН СССР. 1975. Т. 220. № 5. С. 1035-1037.
4. Иванов В. К., Королук Т. И. Об оценке погрешности при решении линейных некорректно поставленных задач // ЖВМиМФ. 1969. Т. 9. № 1. С. 30–41.

### **Reliable a posteriori error estimation for Cosserat elasticity for 2D and 3D problems**

*M. E. Frolov*

*Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University*

*Email: frolov\_me@spbstu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10035

Functional approach [1-2] is implemented to construction of a posteriori error estimates for problems in Cosserat elasticity for plane and spatial domains. This rigorous mathematical approach guarantees the reliability property of error bounds. For 2D problems, recent results of mesh adaptations with MATLAB [3] are considered. A new error estimate for 3D problems is proposed.

References

1. Repin S. A posteriori estimates for partial differential equations. Berlin: de Gruyter, 2008.
2. Mali O., Neittaanmaki P., Repin S. Accuracy Verification Methods. Theory and algorithms. Springer, 2014, Vol. 32.
3. Frolov M. Reliable a posteriori error control with mesh adaptations for Cosserat elasticity theory. ENUMATH 2019. [Electronic resource]. URL: [https://www.enumath2019.eu/program/show\\_slot/83](https://www.enumath2019.eu/program/show_slot/83).

### **Разностная схема метода Шварца для сингулярно возмущенного параболического уравнения в двусвязной области**

*И. В. Целищева, Г. И. Шишкин*

*Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН*

*Email: tsi@imm.uran.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10036

Объектом исследования является начально-краевая задача для сингулярно возмущенного параболического уравнения реакции–диффузии с возмущающим параметром  $\varepsilon$ , принимающим произвольные значения из полуинтервала  $(0,1]$ . Задача Дирихле рассматривается в пространственно-временной области  $\bar{G} = \bar{D} \times (0,T]$ , где  $\bar{D}$  – двусвязная область, представляющая собой прямоугольник с вырезанным кругом. При стремлении параметра  $\varepsilon$  к нулю в окрестностях гладких частей боковой границы и боковых ребер возникают пограничные слои различного типа. Погранслои экспоненциально убывают с удалением от внешней и внутренней боковых границ. С использованием техники работ [1–4] строится  $\varepsilon$ -равномерно сходящаяся итерационная схема метода Шварца на перекрывающихся областях, содержащих или границу параллелепипеда, или границу цилиндра. Используются сетки типа сеток Шишкина, сгущающихся в окрестности пограничных слоев, кусочно-равномерные по нормали к гладким частям границ подобластей. При построении сеток вблизи внешней и внутренней границ предлагается использовать, соответственно, прямоугольную и цилиндрическую системы координат.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00650).

## Список литературы

1. Шишкин Г. И. Сеточные аппроксимации сингулярно возмущенных эллиптических и параболических уравнений. Екатеринбург: УрО РАН, 1992.
2. Shishkin G. I., Shishkina L. P. *Difference Methods for Singular Perturbation Problems*. Chapman & Hall/CRC Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, V. 140. Boca Raton: CRC Press, 2009.
3. Шишкин Г. И., Целищева И. В. Параллельные методы решения сингулярно возмущенных краевых задач для эллиптических уравнений // Математическое моделирование. 1996. Т. 8, № 3. С. 111–127.
4. Целищева И. В., Шишкин Г. И. Разработка надежного численного метода решения краевой задачи Дирихле для сингулярно возмущенного эллиптического уравнения реакции–диффузии в двусвязной области // Труды Международной конференции "Марчучковские научные чтения – 2017" [Электрон. ресурс]. Новосибирск: Ин-т вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 2017. С. 961–967.

### **Повышение точности разностных решений уравнения конвекции-диффузии методом экстраполяции Ричардсона**

*В. В. Шайдулов<sup>1,2</sup>, Л. В. Гилева<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

<sup>2</sup>*Сибирский федеральный университет*

*Email: shaidurov04@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10037

Экстраполяция Ричардсона – это прием, который позволяет достичь более высокую точность численного решения путем комбинации решений стандартных разностных схем с более низкой точностью [1, 2]. В докладе мы рассмотрим экстраполяцию Ричардсона на пространственно-временной сетке для уравнения конвекции-диффузии. В ранее применяемых монотонных разностных схемах использовалось переключение шаблона при изменении направления конвекции для обеспечения устойчивости. Это вызывало скачок в погрешности аппроксимации, что мешало применению экстраполяции Ричардсона. Нами построены монотонные разностные схемы без скачка в погрешности аппроксимации, обладающие первым порядком точности по времени и вторым порядком точности по пространству. При наличии достаточной гладкости данных задачи и искомого решения обосновано повышение точности комбинации численных решений этих разностных схем на несколько порядков. Увеличение порядка точности иллюстрируется численными экспериментами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00090).

## Список литературы

1. Марчук Г. И., Шайдулов В. В. Повышение точности решений разностных схем. М.: Наука, 1979.
2. Marchuk G. I., Shaidurov V. V. *Difference methods and their extrapolations*. Springer: New York, 1983.

### **Полулагранжева аппроксимация и метод конечных элементов для решения уравнений Навье – Стокса вязкого теплопроводного газа**

*В. В. Шайдулов, М. В. Якубович*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

*Email: yakubovich@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10038

В работе предлагается алгоритм численного решения уравнений Навье – Стокса вязкого теплопроводного газа, записанных для выполнения законов сохранения массы и полной энергии. Для аппроксимации конвективной части уравнений используется полулагранжев подход. Дискретизация по пространству остальных слагаемых уравнений на каждом слое по времени осуществляется методом конечных элементов с кусочно-билинейными базисными функциями и применением простых квадратурных формул [1]. Построенная разностная схема имеет первый порядок точности по времени и пространству. Численный эксперимент подтверждает устойчивость схемы и первый порядок сходимости численного решения [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00090).

## Список литературы

1. Shaydurov V. V., Shechepanovskaya G. I., Yakubovich M. V. Semi-Lagrangian Approximation of Conservation Laws in the Flow around a Wedge // Lobachevskii J. of Mathematics. 2018. V. 39. P. 936–948.
2. Shaydurov V. V., Yakubovich M. V. Semi-lagrangian approximation of conservation laws of gas flow in a channel with backward step // Smart Modeling for Engineering Systems. GCM50 2018. Smart Innovation, Systems and Technologies. 2019. V. 133. P. 246-265.

**Разностная схема улучшенного порядка точности для сингулярно возмущенной начально-краевой задачи конвекции-диффузии**

Г. И. Шишкин, Л. П. Шишкина

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН

Email: shishkin@imm.uran.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10039

Рассматривается начально-краевая задача для сингулярно возмущенного параболического уравнения конвекции-диффузии с достаточно гладкими данными; старшая пространственная производная в уравнении умножена на возмущающий параметр  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$  из  $(0, 1]$ . Когда параметр  $\varepsilon$  стремится к нулю, в решении такой задачи, как правило, появляется пограничный слой, что создает трудности при использовании классических методов дискретизации. Применение специальной разностной схемы с использованием "сетки Шишкина", сгущающейся в окрестности пограничного слоя, позволяет найти решение, сходящееся в равномерной норме независимо от значений параметра  $\varepsilon$ , т. е.  $\varepsilon$ -равномерно, с порядком скорости сходимости не выше первого. Метод дефект-коррекции (коррекции невязки) позволяет строить разностные схемы с улучшенным порядком скорости сходимости: по пространственной переменной до второго с точностью до логарифмического множителя и по временной переменной до второго и третьего [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00650).

## Список литературы

1. Shishkin G. I., Shishkina L. P. Difference Methods for Singular Perturbation Problems. Chapman & Hall/CRC Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, V. 140. Boca Raton: CRC Press, 2009.

**Численное исследование разностных схем улучшенного порядка точности для сингулярно возмущенных начально-краевых задач**

Л. П. Шишкина, Г. И. Шишкин

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН

Email: Lida@convex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10040

Рассматриваются результаты численных экспериментов для модельной начально-краевой задачи для сингулярно возмущенного параболического уравнения конвекции-диффузии с достаточно гладкими данными; старшая пространственная производная в уравнении умножена на возмущающий параметр  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$  из  $(0, 1]$ . При малых значениях параметра  $\varepsilon$ , в решении такой задачи появляется пограничный слой, что создает трудности при использовании стандартных численных методов. Показано, что применение специальной разностной схемы с использованием "сетки Шишкина", сгущающейся в окрестности пограничного слоя, позволяет найти решение, сходящееся в равномерной норме независимо от значений параметра  $\varepsilon$ , то есть  $\varepsilon$ -равномерно, с порядком скорости сходимости не выше первого. Также показано, что разностные схемы, построенные на основе метода дефект-коррекции, позволяют получить сеточное решение с улучшенным порядком скорости сходимости: по пространственной переменной до второго с точностью до логарифмического множителя и по временной переменной до второго и третьего. Результаты численных экспериментов согласуются с теоретическими результатами [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00650).

## Список литературы

1. Shishkin G. I., Shishkina L. P. Difference Methods for Singular Perturbation Problems. Chapman & Hall/CRC Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, V. 140. Boca Raton: CRC Press, 2009.

## Секция 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ АЛГЕБРА И МЕТОДЫ АППРОКСИМАЦИИ

### Кубическая сплайн-интерполяция функций с особенностями типа пограничного слоя на сетке Н. С. Бахвалова

*И. А. Блатов<sup>1</sup>, Н. В. Добробог<sup>1</sup>, Е. В. Китаева<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики*

<sup>2</sup>*Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С. П. Королева*

*Email: blatow@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10041

Рассматривается задача кубической сплайн-интерполяции сеточных функций, имеющих области больших градиентов. Ранее для кусочно-равномерных сеток Шишкина получены асимптотически точные двусторонние оценки погрешности на классе функций с экспоненциальным погранслоем [1]. В настоящем докладе рассматриваются оптимальные сетки Н. С. Бахвалова [2]. Доказано, что оценки погрешности традиционной сплайн-интерполяции не являются равномерными по малому параметру, а сама погрешность может неограниченно возрастать при стремлении малого параметра к нулю при фиксированном числе узлов. Предложен модифицированный интерполяционный кубический сплайн, для которого получены равномерные по малому параметру оценки погрешности четвертого порядка относительно числа узлов расчетной сетки. Приводятся результаты численных экспериментов, подтверждающие теоретические выводы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00650).

#### Список литературы

1. Блатов И. А., Задорин А. И., Китаева Е. В. Об интерполяции кубическими сплайнами функций с большими градиентами в пограничном слое // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57, № 1. С. 9–28.

2. Бахвалов Н. С. К оптимизации методов решения краевых задач при наличии пограничного слоя // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1969. Т. 9, № 4. С. 841–890.

### О выборе управляющих параметров при выпуклой интерполяции обобщенными кубическими сплайнами

*В. В. Богданов<sup>1,2</sup>, Ю. С. Волков<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: bogdanov@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10334

Предлагается простой метод прямого определения параметров натяжения в задаче о выпуклой интерполяции нелокальными обобщенными кубическими сплайнами. Выбор этих параметров подходящим способом позволяет контролировать форму интерполяции, чтобы следовать форме данных. Процедура выбора подходящих параметров очень важна, однако в настоящее время нет другого способа прямого определения управляющих параметров для воспроизведения желаемой геометрической формы, известны только эвристические или итерационные схемы выбора параметров натяжения.

Численные эксперименты показывают, что алгоритм надежен, и полученные значения параметров натяжения близки к оптимальным.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект № 0314-2016-0013) и при частичной финансовой поддержке РФФИ и ННИО (проект № 19-51-12008).

**О погрешности простейшей локальной сплайн-аппроксимации**

В. В. Богданов<sup>1,2</sup>, Ю. С. Волков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: bogdanov@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10335

Рассматривается простейшая формула локальной аппроксимации полиномиальными сплайнами порядка  $n$  (сплайны Шёнберга [1]). Сам сплайн и все производные (за исключением старшей) приближают заданную функцию и её соответствующие производные со вторым порядком. Ранее приближение производных функции скачком производных (величина разрыва, деленная на шаг сетки) в случае интерполяционного сплайна изучалась в работах [2, 3]. Показано, что скачок старшей производной порядка  $n-1$  в случае простейшей локальной аппроксимации приближает  $n$ -ю производную исходной функции. Найден главный член асимптотики скачка.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект № 0314-2016-0013) и при частичной финансовой поддержке РФФИ и ННИО (проект № 19-51-12008).

Список литературы

1. Schoenberg I. J. On spline functions // Inequalities / Proc. Sympos. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1965/ Ed. O. Shisha. New York: Academic Press, 1967. P. 255–291.

2. Киндалев Б. С. Об асимптотике скачка старшей производной полиномиального сплайна // Матем. труды. 2002. Т. 5, № 1. С. 66–73.

3. Волков Ю. С., Мирошниченко В. Л. О приближении производных скачком интерполяционного сплайна // Матем. заметки. 2011. Т. 89, № 1. С. 127–130.

**Оценка производных функций через сеточные значения**

Ю. С. Волков

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Email: volkov@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10397

Хорошо известно, что для численного решения дифференциальных уравнений используются разностные схемы. Производные функций заменяются конечными и разделенными разностями. Для изучения сходимости разностных схем требуются хорошие оценки производных функций, интерполирующих полученные разностные решения через конечные и разделенные разности полученных сеточных значений в результате решения разностных уравнений. В 1940 г. Ж. Фавар [1] рассмотрел такую задачу и предложил процедуру построения интерполянта, у которого  $n$ -я производная будет не сильно превышать соответствующие разделенные разности. В 60-е годы Н. Н. Яненко и С. Б. Стечкин обсуждали необходимость подобных для теории разностных схем, в результате чего в 1965 г. Ю. Н. Субботин [2] решил такую задачу в экстремальной постановке и нашел минимальную константу в оценке производных через конечные разности на всей прямой. Позже он рассмотрел ряд обобщений этой задачи, выписав точные решения, правда не всегда в явном виде. В докладе на основе изучения многочленов Эйлера и констант Фавара выписывается явный вид констант для некоторых случаев [3–4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (совместный проект РФФИ и ННИО 19-51-12008).

Список литературы

1. Favard J. Sur l'interpolation // J. Math. Pures Appl. 1940. V. 19, n. 3. P. 281–306.

2. Субботин Ю.Н. О связи между конечными разностями и соответствующими производными // Тр. МИАН СССР. 1965. Т. 78. С. 24-42.

3. Волков Ю.С. Об одной задаче экстремальной функциональной интерполяции и константах Фавара // ДАН. Математика, информатика, процессы управления. 2020. (в печати).

4. Волков Ю.С. Многочлены Эйлера в задаче экстремальной функциональной интерполяции в среднем // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2020. Т. 26, № 4.

**Numeric modeling non-stationary heat problem in two-phase medium***V. S. Gladkikh<sup>1</sup>, V. P. Ilin<sup>1,2</sup>, A. V. Petukhov<sup>1</sup>, A. M. Krylov<sup>1</sup>*<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет**Email: gladvs ru@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10358

Simulation of thermal fields and melting permafrost is important step for engineering construction in many region of Russia. Water-ice phase transitions in 3-D complicated computation domain should be taken into account. Enthalpy statement with implicit finite volume method were used to create good discretization and local mesh refinement to focus area near oil well. System of linear algebraic equations is solved using the iterative method of conjugate residuals or conjugate gradients in Krylov subspaces using the incomplete factorization algorithm in Eisenstat's modification as a preconditioner. Special high-parallel version of matrix generation and solver of system of linear algebraic equations code has been developed and efficiency has been estimated. Performance results of developed codes and temperature fields for different wells configuration (1 well and 4 wells placed as squared) during 5 years has been presented in article. Validation of results were based on comparison with previous articles with another algorithms. The results of simulations are close to presented other authors.

The work was carried out using the resources of the Siberian Supercomputer Center (CKP SSCC ICM&MG SB RAS), supported by RFBR grant 18-01-00295 in theoretical part and RSF grant 19-11-00048 in computational experiments part.

**Параллельные переменнo-треугольные методы вложенных факторизаций***С. В. Гололобов<sup>1,2</sup>, В. П. Ильин<sup>1,2</sup>, А. М. Крылов<sup>1</sup>, А. В. Петухов<sup>1</sup>*<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский национальный исследовательский государственный университет**Email: gololobov@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10048

Рассматриваются итерационные предобусловленные методы в подпространствах Крылова для решения трехмерных сеточных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), основанные на параллельных реализациях сверхнеявных вложенных факторизаций. Для ускорения итераций используется обобщенный принцип компенсации, или факторизации. Повышение производительности алгоритмов осуществляется путем распараллеливания встречных блочных и скалярных прогонок на трех уровнях реализации с помощью технологий многопоточковых вычислений и векторизации операций. Математическая эффективность и быстродействие предобусловленных таким образом методов сопряженных направлений для решения СЛАУ демонстрируется результатами численных экспериментов на представительной серии методических задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00295).

**Двумерная интерполяция функций с большими градиентами***А. И. Задорин, Н. А. Задорин**Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН**Email: zadorin@ofim.oscsbras.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10043

Исследуется вопрос интерполяции функции двух переменных с известной с точностью до множителя сингулярной составляющей по каждой переменной, отвечающей за большие градиенты функции в пограничном слое. Такая функция, в частности, соответствует решению эллиптической задачи с регулярными пограничными слоями. Вопрос построения интерполяционной формулы, погрешность которой не зависит от больших градиентов функции в пограничных слоях, актуален. Сначала в одномерном случае обоснована интерполяционная формула, точная на сингулярной составляющей. Затем эта формула обобщена на двумерный случай. Доказано, что построенная интерполяционная формула с произвольно заданным числом узлов интерполяции в каждом направлении обладает погрешностью, равномерной по сингулярным составляющим функции. В одномерном случае интерполяционная формула была построена в [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 20-01-00650, 19-31-60009).

Список литературы

1. Zadorin A. I., Zadorin N. A. Interpolation formula for functions with a boundary layer and its application to derivatives calculation // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2012. V. 9. P. 445–455.

### **Чебышевской аппроксимации не нужно условие Хаара**

*В. И. Зоркальцев*

*Лимнологический институт СО РАН*

*Email: zork@isem.irk.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10044

Излагается алгоритм вычисления во всех случаях однозначной чебышевской проекции начала координат на линейное многообразие, который может использоваться для чебышевских аппроксимаций и при невыполнении условия Хаара. Алгоритм основан на поиске относительно внутренних точек оптимальных решений конечной последовательности задач линейного программирования. Доказано, что такая чебышевская проекция (при любом наборе положительных весовых коэффициентов при компонентах векторов в рассматриваемой чебышевской норме) находится среди векторов линейного многообразия с Парето-минимальными абсолютными значениями всех компонент. Доказано, что множества чебышевских и евклидовых проекций (образуемых в результате варьирования положительных весовых коэффициентов в чебышевских и евклидовых нормах) совпадают. В третьих, доказана сходимость к данной чебышевской проекции гильбертовских проекций начала координат на линейное многообразие при возрастающем к бесконечности степенном коэффициенте гильбертовских норм (с тем же набором весовых коэффициентов как и в чебышевской норме). Обсуждаются полученные теоретические результаты и их практическое значение.

Исследования выполняются при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №190700322) и в рамках проекта РАН № 0279-2019-0003.

### **Two-level iterative methods for solving the saddle point problem**

*V. P. Ilin*

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

*Novosibirsk State University*

*Email: ilin@sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10337

Iterative processes in the Krylov subspaces for solving large ill conditioned saddle-type SLAEs with sparse matrices arising in finite difference, finite volume, and finite element approximations of multidimensional boundary value problems with complex geometric and functional properties of the initial data, characteristic of many relevant applications are studied. Combined two-level iterative algorithms using efficient Chebyshev acceleration and variational the conjugate directions methods, as well as the Golub-Kahan bi-diagonalization algorithms in the Krylov subspaces are considered. Examples of two-dimensional and three-dimensional filtration problems are used to study the resource consumption and computational performance of the proposed algorithms, as well as their scalable parallization on the multiprocessor systems with distributed and hierarchical shared memory.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant N 18-01-00295) and Russian Science Foundatio (grant N 19-11-00048).

### **Методы решения седловых задач с оптимальным предобуславливанием**

*Г. Ю. Казанцев*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: kig@ooi.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10322

Рассматриваются итерационные предобусловленные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с большими разреженными матрицами седлового типа, возникающими при сеточных аппроксимациях (алгоритмы конечных разностей, конечных элементов, конечных объемов,

разрывных схем Галеркина) многомерных краевых задач в смешанных постановках, актуальных во многих приложениях из электромагнетизма, тепломассопереноса, напряженных деформированных состояний и т. д.

Для решения вещественных симметричных седловых СЛАУ предлагаются итерационные методы с использованием оптимального параметризованного предобуславливателя, предложенного в работах Ч. Грейфа с коллегами, на основе которого конструируется предобусловленная СЛАУ с конечным числом обусловленности, не зависящим от характерного шага сетки  $h$ . Построенный двухуровневый итерационный процесс является оптимальным по порядку, то есть обеспечивающим общий объем вычислений, пропорциональный размерности СЛАУ. Обсуждаются результаты численных экспериментов, демонстрирующих эффективность предложенных методов.

### **О параллельных решателях в подобластях 3D краевых задач на подсетках квазиструктурированных параллелепипедальных сеток**

*И. А. Климонов<sup>1</sup>, В. М. Свешников<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: victor@lapasrv/sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10045

При распараллеливании решения 3D краевых задач на квазиструктурированных параллелепипедальных сетках большое значение имеет выбор решателей в подобластях. От этого существенно зависит время решения задачи в целом. В работе предлагается строить квазиструктурированные сетки из ограниченного вида подсеток, которые можно назвать кирпичиками. Подсетки-кирпичики имеют сравнительно малое число узлов, но решение на них осуществляется многократно. С данных позиций проведено экспериментальное исследование параллельных решателей, на основании которых сделаны выводы по их применению

Работа выполнена в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН № 0315-2019-0008.

### **О решателях в подобластях 2D краевых задач на подсетках квазиструктурированных прямоугольных сеток**

*А. Н. Козырев<sup>1</sup>, В. М. Свешников<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: victor@lapasrv/sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10046

Проведено экспериментальное исследование эффективности решателей 2D краевых задач на подсетках квазиструктурированных прямоугольных сеток. Рассмотрены три решателя: один прямой – метод циклической редукции Бунемана и два итерационных: метод продольно-поперечных прогонок Писмана – Рэчфорда и метод последовательной верхней релаксации. Характерными особенностями проводимых исследований являются: 1) подсетки содержат малое число узлов, а именно  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$ ,  $32 \times 32$ ,  $64 \times 64$ ; 2) эффективность оценивается не только для одиночных расчетов, но и преимущественно для серий расчетов, в каждой из которых проводится несколько повторов решения задачи с различными граничными условиями на одной и той же подсетке. На основе серийных расчетов предложен комбинированный метод и даны рекомендации по использованию решателей.

Работа выполнена в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН № 0315-2019-0008.

### **Размещение двух многоугольников в многоугольнике при параллельном переносе**

*А. И. Куликов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: kulikov@nmsf.sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10049

В работе рассматривается задача размещения двух многоугольников, которые могут перемещаться путем параллельного переноса в неподвижном многоугольнике без наложения. Эти многоугольники могут быть многосвязными, но не обладают свойством самопересечения и самокасания.

Считаем, что каждый из двух подвижных многоугольников может быть размещен внутри неподвижного. Требуется определить, можно ли разместить их оба без взаимного наложения и найти все варианты такого размещения.

При решении этой задачи использовался аппарат характеристических множеств, который сводит задачу о нахождении одного многоугольника внутри или вне другого к задаче геометрического поиска в характеристическом многоугольнике. Получено полное точное решение поставленной задачи.

Рассмотрено обобщение предложенного метода для трехмерного случая.

Этот метод можно использовать в компьютерных играх, программных тренажерах и логистике.

Список литературы

1. Стоян Ю. Г. Размещение геометрических объектов. Киев: Наукова Думка, 1975. 249 с.
2. Куликов А. И. Некоторые задачи вычислительной геометрии. Изогометрическое сглаживание и геометрический поиск. International Conference Graphicon, Novosibirsk Akademgorodok, 2005.

### **О повышении устойчивости компактных разностных схем повышенного порядка слабой аппроксимации**

*В. В. Остапенко<sup>1,2</sup>, Е. И. Полунина<sup>2</sup>, Н. А. Хандеева<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: ostapenko\_vv@ngs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10371

Изучается устойчивость и точность трехпараметрического семейства трехслойных по времени компактных разностных схем с искусственными вязкостями четвертого порядка дивергентности, которые добавляются во все временные слои. Показано, что эти схемы имеют третий порядок как классической аппроксимации на гладких решениях, так и слабой аппроксимации на разрывных решениях. В результате спектрального анализа устойчивости этих схем в линейном приближении получены оптимальные значения их коэффициентов вязкости, при которых схема является устойчивой при числах Куранта меньше 1,5. Приведены тестовые расчеты, демонстрирующие существенные преимущества новой компактной схемы по сравнению с TVD и WENO схемами при расчете разрывных решений с ударными волнами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 16-11-10033-П).

### **Preconditioning methods based on spanning tree algorithms**

*D. V. Perevozkin<sup>1,2</sup>, G. A. Omarova<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University*

*Email: foxillys@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10010

The work continues researching tree-based preconditioners introduced in [1, 2]. The authors evaluate their own implementation based on the original ideas. Its convergence rate and performance are compared with that of some well-known solvers and preconditioners. The comparison is performed using a set of SLAEs arising in diverse real-world applications, which leads to a conclusion about the likely limits of the method's applicability.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant 18-01-00295 A).

References

1. Pravin M. Vaidya. Solving linear equations with symmetric diagonally dominant matrices by constructing good preconditioners. Unpublished manuscript. A talk based on the manuscript was presented at the IMA Workshop on Graph Theory and Sparse Matrix Computation, October 1991, Minneapolis.
2. Chen D, Toledo S. Implementation and evaluation of Vaidya's preconditioners. Preconditioning 2001. 2001.

**Алгебраические многосеточные методы для решения разреженных СЛАУ**

Д. В. Перевозкин<sup>1,2</sup>, Г. А. Омарова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: foxillys@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10911

Рассматриваются алгебраические многосеточные методы для решения СЛАУ с разреженной квадратной вещественной матрицей. Упомянутые алгоритмы основаны на анализе структуры графа, построенного на матрице системы. Результатом их работы является приведение исходной системы к СЛАУ меньшей размерности, решение которой затем экстраполируется. Сравнение эффективности разработанных алгоритмов иллюстрируется результатами численных экспериментов по решению различных алгебраических задач.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 18-01-00295 А).

Список литературы

1. Napov, A., & Notay, Y. (2011). Algebraic analysis of aggregation-based multigrid. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 18(3), 539-564.
2. Notay, Y., 2012. Aggregation-based algebraic multigrid for convection-diffusion equations. *SIAM journal on scientific computing*, 34(4), pp.A2288-A2316.

**Кубатурные формулы на сфере, инвариантные относительно группы вращений диэдра D4**

А. С. Попов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: popov@labchem.sscs.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10012

Кубатурные формулы на сфере, инвариантные относительно преобразований различных диэдральных групп симметрии, рассматривались в работах [1–3]. В частности, в [3] был предложен алгоритм построения наилучших (в некотором смысле) кубатур на сфере, инвариантных относительно преобразований группы вращений диэдра с инверсией D4h. В данной работе будет описан аналогичный алгоритм построения наилучших кубатур, инвариантных относительно преобразований общей группы вращений диэдра D4. Будут проведены расчеты по этому алгоритму с целью определить параметры всех наилучших кубатур данной группы симметрии до 35-го порядка точности.

Список литературы

1. Казаков А. Н., Лебедев В. И. Квадратурные формулы типа Гаусса для сферы, инвариантные относительно группы диэдра // Труды МИРАН. М.: Наука, 1994. Т. 203. С. 100–112.
2. Popov A. S. Cubature formulae for a sphere invariant under cyclic rotation groups // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*. 1994. Vol. 9, No. 6. P. 535–546.
3. Попов А. С. Кубатурные формулы на сфере, инвариантные относительно группы вращений диэдра с инверсией D4h // *Сибирские электронные математические известия*. 2015. Т. 12. С. 457–464.

**Zero degree spline multiwavelets and parallel computing**

B. M. Shumilov

Tomsk State University of Architecture and Building

Email: sbm@tsuab.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10917

Haar-like multiwavelets of zero degree splines are considered [1-2]. In contrast to the use of wavelet transforms based on Hermitian spline-multiwavelets [3], the proposed approach does not require the calculation of approximate values of derivatives. On the other hand, the parallelization effect is not rigidly related to the degree of a spline. This can lead to a significant acceleration of calculations due to parallel processing of the measured values by several (instead of one) filters. The results of numerical experiments are given in comparison with the known analogues [4].

This work was (partially) supported by the Russian Foundation For Basic Research and the Administration of Tomsk Region (grant 16-41-700400 r\_a).

References

1. Kopenkov V. N. Efficient algorithms of local discrete wavelet transform with Haar-like bases // Pattern Recognition and Image Analysis. 2008. V. 18, N. 4, P. 654-661.
2. Podkur P. N., Smolentsev N. K. About construction of orthogonal wavelets with compact support and with scaling coefficient N // arXiv:0705.4150v1 [math.FA] 29 May 2007.
3. Shumilov B. M. A splitting algorithm for wavelet transforms of the Hermite splines of the seventh degree // Numerical Analysis and Applications. 2015. V. 8, N. 3, P. 365-377.
4. Strang G., Nguyen T. Wavelets and filter banks. Wellesley, MA: Wellesley-Cambridge Press, 1996.

## Секция 3. ЧИСЛЕННОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО

### Статистический алгоритм оценивания состояний систем со случайной структурой

Т. А. Аверина<sup>1,2</sup>, К. А. Рыбаков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Email: [ata@osmf.sccc.ru](mailto:ata@osmf.sccc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10919

В работе построен алгоритм оценивания состояний стохастических систем со случайной структурой на основе метода статистического моделирования [1]. Работа является продолжением исследований в области статистических методов и алгоритмов оценивания состояний динамических систем [2, 3].

Работа выполнена в рамках госзадания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-08-00530).

#### Список литературы

1. Аверина Т. А. Статистическое моделирование решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019.
2. Рыбаков К. А. Статистические методы анализа и фильтрации в непрерывных стохастических системах. М.: Изд-во МАИ, 2017.
3. Аверина Т.А., Рыбаков К.А. Применение метода "максимального сечения" в задачах оценивания случайных процессов // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики 2019 (АПВМ-2019), Новосибирск, 1–5 июля 2019 г.: Материалы конф. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2019. С. 9–13.

### Численное исследование алгоритмов моделирования векторных стационарных гауссовских процессов

М. С. Акентьева<sup>1</sup>, В. А. Огородников<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: [marina-akenteva@mail.ru](mailto:marina-akenteva@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10060

В докладе приводятся результаты численного исследования методов регуляризации скалярных и векторных алгоритмов численного стохастического моделирования гауссовских стационарных последовательностей с корреляционными функциями из специального класса, для которых эти алгоритмы неустойчивы. Приведены результаты сравнительного анализа различных методов регуляризации [1] и их модификаций, учитывающих специфику алгоритмов моделирования (зашумление процесса, специальные модификации алгоритма с целью повышения устойчивости вычислений и др.). Векторные алгоритмы будут использованы для моделирования нестационарных процессов из класса периодически коррелированных процессов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-01-00149-а).

#### Список литературы

1. Ogorodnikov V.A. and Prigarin S.M. Numerical Modelling of Random Processes and Fields: Algorithms and Applications. VSP. Utrecht. The Netherlands. 1996. 240 p.

**Генерация анизотропного турбулентного поля на базе рандомизированного спектрального метода для моделирования течения**

А. В. Александров<sup>1</sup>, Л. В. Дородницын<sup>2</sup>, А. П. Дубень<sup>1</sup>, Д. Р. Колохин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

<sup>3</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН

Email: dorodn@cs.msu.su

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10066

В настоящее время при моделировании сложных турбулентных течений при высоких числах Рейнольдса набирают популярность численные генераторы синтетической турбулентности. Одно из перспективных направлений связано с рандомизированным спектральным методом [1]. При задании условий интерфейса между зонами осредненного (RANS) и вихререзающего (LES) описаний турбулентного поля важно учитывать анизотропный характер турбулентности.

Метод, успешно апробированный в [2] для моделирования трехмерного однородного изотропного турбулентного течения, обобщен на анизотропный случай. Генерируемое поле скоростей обеспечивает заданный тензор турбулентных напряжений Рейнольдса и удовлетворяет свойству несжимаемости. Методика адаптирована к случаю пространственно-неоднородной турбулентности. Проведено моделирование течения газа при наличии сильной анизотропии турбулентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00726).

**Список литературы**

1. Kurbanmuradov O., Sabelfeld K., Kramer P. R. Randomized spectral and Fourier-wavelet methods for multidimensional Gaussian random vector fields // J. Comput. Phys. 2013. V. 245. P. 218–234.

2. Александров А. В., Дородницын Л. В., Дубень А. П. Генерация трехмерных однородных изотропных турбулентных полей скорости на основе рандомизированного спектрального метода // Матем. моделирование. 2019. Т. 31, № 10. С. 49–62.

**Расчет переноса излучения для атмосферы малой оптической толщины**

В. С. Антюфеев

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Новосибирский государственный университет

Email: ant@osmf.ssc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10960

На поверхность атмосферы Земли падает параллельный поток солнечного излучения. Ставится задача вычислить методом Монте-Карло интенсивность рассеянного солнечного излучения, приходящего в заданную точку на поверхности Земли в заданном направлении.

Сначала эта задача рассматривается для плоской однородной модели атмосферы. Промежуточные формулы, полученные в [1], позволяют увеличить эффективность расчета с помощью приближенной частичной функции ценности при статистическом моделировании длин пробегов фотонов.

Далее рассматривается задача для сферической горизонтально однородной модели атмосферы. Известно, что если оптическая толщина такого слоя в вертикальном направлении невелика, то его приближенно можно заменить соответствующим плоским слоем. Формулы для эффективного моделирования траекторий, полученные для плоского слоя, можно перенести на случай сферического слоя. Это позволяет увеличить точность расчета методом Монте-Карло для сферической модели атмосферы небольшой оптической толщины.

Работа выполнена в рамках госзадания ИВМиМГ СОРАН (проект 0315-2016-002).

**Список литературы**

1. Антюфеев В. С. Метод математических ожиданий для решения задач переноса излучения с плоской геометрией // ЖВМиМФ. 1979. Т. 19, № 6.

**Тестирование рандомизированного ядерного функционального алгоритма**

Т. Е. Булгакова<sup>2</sup>, А. В. Войтишек<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: vav@osmf.ssc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10062

В данной работе представлены результаты расчетов (на примере решения известного тестового интегрального уравнения см., например, раздел 4.10 книги [1]) по сравнению рандомизированного ядерного функционального алгоритма [2] (он же многомерный аналог метода полигона частот [1, 2]), он же рандомизированный проекционно-сеточный метод [3]) с рандомизированными проекционными и сеточными алгоритмами. Ядерный алгоритм не показал преимуществ в эффективности (экономичности) для исследуемой задачи. Обсуждаются также возможности применения оптимизированного варианта ядерного алгоритма для приближения вероятностных плотностей.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002).

**Список литературы**

1. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Юрайт, 2018.
2. Булгакова Т. Е., Войтишек А. В. Сравнительный анализ функционального "ядерного" алгоритма и метода полигона частот // Труды Международной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики" (ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск, 1–5 июля 2019 года). Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2019. С. 65–71.
3. Войтишек А. В. Классификация и возможности практического применения рандомизированных функциональных численных алгоритмов решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода // Математический анализ. Итоги науки и техники. Серия: Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2018. Т. 155. С. 3–19.

**Метод двойной рандомизации для оценки моментов решения уравнения коагуляции**

А. В. Бурмистров<sup>1,2</sup>, М. А. Коротченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: burm@osmf.ssc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10061

Рассмотрена задача оценки вероятностных моментов линейных функционалов от решения уравнения Смолуховского со случайными коэффициентами коагуляции. Для этого модифицируются ранее предложенные авторами оценки по поглощениям [1] и по столкновениям [2] с помощью метода двойной рандомизации. Кроме того, для уменьшения трудоемкости алгоритмов предложено использовать метод расщепления [3].

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002), а также при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00356).

**Список литературы**

1. Бурмистров А. В., Коротченко М. А. Весовые алгоритмы метода Монте-Карло для оценки и параметрического анализа решения кинетического уравнения коагуляции // Сибирский журнал вычислительной математики. 2014. Т. 17. № 2. С. 125–138.
2. Бурмистров А. В., Коротченко М. А. Использование оценки по столкновениям при решении уравнения Смолуховского методом Монте-Карло // В сборнике: Марчуковские научные чтения – 2017. Труды Международной научной конференции. 2017. С. 126–132.
3. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование (Метод Монте-Карло). М.: Академия, 2006.

**Стохастическое моделирование динамики вирусной инфекции с запаздывающим аргументом**Д. С. Гребенников<sup>1</sup>, И. А. Сазонов<sup>2</sup>, М. Я. Кельберт<sup>3</sup>, Г. А. Бочаров<sup>1</sup><sup>1</sup>Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН<sup>2</sup>Swansea University, Великобритания<sup>3</sup>Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Email: dmitry.ew@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10063

Стохастические алгоритмы реализации моделей вирусных инфекций позволяют предсказать вероятность развития инфекции в зависимости от начальной дозы заражения, обусловленную случайностью процессов взаимодействий дискретных компонент моделей. При больших численностях моделируемых переменных траектории стохастических решений стремятся к детерминистическому решению модели, сформулированной в виде системы дифференциальных уравнений. В [1] был предложен гибридный алгоритм для эффективного расчета траекторий, сочетающий стохастический и детерминистический режимы вычислений компонент траекторий в зависимости от численностей переменных модели. В докладе рассматривается обобщение гибридного алгоритма для стохастической реализации модели вирусной инфекции, сформулированной в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда №18-11-00171 и Российского фонда фундаментальных исследований №20-01-00352.

## Список литературы

1. Sazonov I., Grebennikov D., Kelbert M., Bocharov G. Modelling Stochastic and Deterministic Behaviours in Virus Infection Dynamics // Math. Model. Nat. Phenom. 2017. V. 12, №5. P. 63-77.

**Численное решение стохастической краевой задачи для уравнения теплопроводности**

С. А. Гусев

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Новосибирский государственный технический университет

Email: sag@osmf.sccc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10064

В работе решается краевая задача для одномерного уравнения теплопроводности третьего рода со случайным коэффициентом теплопередачи. Для численного решения поставленной задачи рассматривается применение стохастического метода конечных элементов и метода разложения винеровского хаоса.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00698) и в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (код проекта 0315-2016-0002).

**Численное моделирование задач со случайными входными данными: сравнение подходов**

Б. С. Добронетц, О. А. Попова

Сибирский федеральный университет

Email: BDobronets@yandex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10065

В работе предлагается обзор и сравнительный анализ новых подходов к численному моделированию задач со случайными входными данными. Как новые направления рассматриваются вычислительный вероятностный анализ (ВВА) [1], функциональный анализ данных (ФАД) [2] и символьный анализ данных (САД) [3]. Рассматриваются вопросы численной оценки законов распределения функций от случайных аргументов. Приводится сравнение подходов к исследованию временных рядов распределений и регрессионных моделей над эмпирическими распределениями в ВВА, ФАД и САД. Представлены вычислительные аспекты совместного использования ВВА и Монте-Карло.

## Список литературы

1. Добронетц Б.С., Попова О.А. Вычислительный вероятностный анализ: модели и методы. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2019.

2. Ramsay J.O. Silverman B.W. Functional Data Analysis. Springer 2nd ed., New York, 2005.

3. Billard L., Diday E. Symbolic Data Analysis: Conceptual Statistics and Data Mining. WestSussex PO19 8SQ, England: JohnWiley&Sons., 2006..

### **Алгоритмы комбинаторного моделирования в исследованиях развития инфраструктурных секторов экономики Восточных регионов РФ**

*А. В. Еделев<sup>1</sup>, В. И. Зоркальцев<sup>1</sup>, Е. В. Губий<sup>1</sup>, А. С. Феоктистов<sup>2</sup>, С. А. Горский<sup>2</sup>, В. Ю Малов<sup>3</sup>, В. И. Суслов<sup>3</sup>, Н. И. Суслов<sup>3</sup>, А. Т. Юсупова<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт систем энергетики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт динамики систем и теории управления СО РАН*

<sup>3</sup>*Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН*

*Email: flower@isem.irk.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10067

Успешное развитие регионов Сибири и Дальнего Востока в силу суровых климатических условий, низкой степени освоенности многих территорий зависит от базисных, критически важных инфраструктур, в том числе энергетики, транспорта, коммунального хозяйства. Эти сектора экономики капиталоемкие, инерционные, имеют сложные технические и организационно-функциональные связи, содержат большое число объектов. Необходимо выделение наиболее важных объектов и подсистем; определение рациональных вариантов их развития с учетом имеющихся неопределенностей и рисков.

Целями представленной в докладе разработки являются: развитие и реализация инструментов исследования проблем развития и функционирования критически важных инфраструктур на базе комбинаторного моделирования, межотраслевых межрегиональных моделей, современных методов оптимизации, имитационного моделирования, специализированных предметно-ориентированных математических методов, интеллектуальных методов поддержки принятия решений и высокопроизводительных вычислительных систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Иркутской области в рамках научного проекта № 20-47-380002-р\_а.

### **Определение критических элементов систем энергетики с помощью библиотеки PARMONC**

*А. В. Еделев<sup>1</sup>, М. А. Марченко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт систем энергетики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: flower@isem.irk.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10068

В настоящее время к основным задачам исследований уязвимости системы энергетики (СЭ) относится определение критических элементов СЭ [1]. Критическим элементом называется элемент СЭ, если его отказ имеет для системы большие негативные последствия.

Вероятностный подход к определению и ранжированию критических элементов с точки зрения надежного энергоснабжения [2] основан на алгоритме максимального потока и учитывает технические возможности и надежность элементов СЭ. Отказы элементов СЭ моделируются с помощью методов численного статистического моделирования (Монте-Карло). В докладе описывается реализация подхода на основе библиотеки PARMONC [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00599 и 18-41-540017).

#### Список литературы

1. Abedi A., Gaudard L., Romerio-Giudici F. Review of major approaches to analyze vulnerability in power system // Reliability Engineering and System Safety, 2019, 183, pp.153-172.

2. Praks, P., Kopustinskas, V. Identification and ranking of important elements in a gas transmission network by using ProGasNet // Risk, reliability and safety: Innovating theory and practice, 2016, pp.1573-1579.

3. Marchenko M. PARMONC - A Software Library for Massively Parallel Stochastic Simulation // Lecture Notes in Computer Science Volume 6873, 2011, pp. 302-316.

**О структуре алгоритмов метода Монте-Карло и вычислении интегральной экспоненты***С. М. Ермаков**Санкт-Петербургский государственный университет**Email: Sergej.Ermakov@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10069

Одной из наиболее распространенных задач метода Монте-Карло является оценивание математических ожиданий случайных величин. При решении уравнений это предполагает представимость функционалов от решений в виде интегралов по траекториям случайных процессов. Однако представления такого рода возможны не для всех уравнений. В докладе обсуждаются именно такие случаи в связи со свойствами параллелизма алгоритмов. Кроме того, приводятся новые результаты относительно использования квазислучайных чисел и методов решения задачи Коши для систем обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений.

## Список литературы

1. Ермаков С.М. On randomization of Halton quasirandom sequences // *Vesnik St/Petersburg University: Mathematics*, 2017, V.40, N 4, p.337-341.
2. Ермаков С.М., Леора С. Н. Monte Carlo Methods and the Koksma-Hlawka. *Inequality Mathematics* 2019, 7(8),7 25; [Electron. resource]. URL: <https://doi.org/10.3390/math7080>.
3. Ермаков С.М., Сипин А.С. Метод Монте-Карло и параметрическая разделимость алгоритмов. СПб.: СПбГУ 2014.
4. Ermakov S.M., Pogosian A.A. On solving stochastic differential equations // *Monte Carlo Methods and Applications*, 2019, v.25, № 2, p.155-161.

**Статистическое моделирование переноса солнечного излучения в неоднородной слоистой облачности***Е. Г. Каблукова<sup>1</sup>, С. М. Пригарин<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет**Email: kablukovae@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10070

Исследование влияния облаков на радиационные потоки на поверхности Земли и в атмосфере представляет собой важную проблему при изучении климата и решении задач дистанционного зондирования. Целью настоящей работы является анализ возможного влияния пространственной неоднородности облачных слоев на радиационные потоки в атмосфере на конкретных примерах наблюдаемых полей оптической толщины арктических слоистых облаков. Потоки радиации также оцениваются для двумерных [1] и трехмерных [2] случайных моделей облачности, воспроизводящих статистические характеристики экспериментальных полей оптической толщины. Для оценки потоков пропущенного и отраженного излучения использовался метод Монте-Карло. Поля оптической толщины были получены в ходе измерений, проведенных в рамках экспедиции VERDI [3].

Работа выполнена в рамках гос. задания 0315-2019-0002 и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00609).

## Список литературы

1. Ogorodnikov V.A., Kablukova E.G., Prigarin S.M. Stochastic models of atmospheric clouds structure // *Statistical Papers* (2018), Volume 59, Issue 4, P.1521–1532.
2. Михайлов Г.А., Каблукова Е.Г., Огородников В.А., Пригарин С.М. Построение численно-статистической модели однородного случайного поля с заданным распределением интеграла по одной из фазовых координат // *ДАН*, 2019, т.489, №2, С.131-135.
3. Schäfer M., Bierwirth E., Ehrlich A., Jakel E., Werner F., Wendish M. Directional horizontal inhomogeneities of cloud optical thickness fields retrieved from ground-based and airborne spectral imaging // *Atmos. Chem. Phys.* 2017, P.2359 – 2372.

### **Дрейфовая скорость двумерных электронов в глубоких квантовых ямах полупроводниковых гетероструктур**

*Е. Г. Каблукова<sup>1</sup>, К. К. Сабельфельд<sup>1</sup>, Д. Ю. Протасов<sup>2</sup>, К. С. Журавлев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН*

*Email: kablukovae@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10071

Глубина квантовой ямы (КЯ) для электронов в полупроводниковых гетероструктурах ограничена разрывом зон проводимости узкозонного и широкозонного полупроводников, образующих гетеропереход. В наиболее активно исследуемых гетероструктурах GaAs/AlGaAs глубина КЯ не превышает 200 мэВ, в более узкозонных гетероструктурах  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  она достигает максимальной величины 500 мэВ. В широкозонных гетероструктурах  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{N}/\text{GaN}$  величина барьера, ограничивающего КЯ со стороны буферного слоя, порядка 400 мэВ. Поэтому число уровней размерного квантования в КЯ этих гетероструктур не более трех.

Использование донорно-акцепторного легирования позволило создать в гетероструктурах AlGaAs/InGaAs/GaAs такие КЯ, в которых энергия электронов квантована достигает величин более 1 эВ [1]. В таких КЯ существует 10–15 уровней размерного квантования. В данной работе методом моделирования Монте-Карло [2, 3] исследуется вопрос влияния количества подзон размерного квантования на дрейфовую скорость двумерных электронов в слабом и сильном электрическом полях.

Моделируется движение электронного газа в параллельных слоях (Oxy) и учитывается перераспределение носителей заряда в направлении, перпендикулярном КЯ (в направлении оси Oz) до достижения энергий электронов порядков глубины КЯ. В результате локализация электронов исчезает, и они могут переходить в широкозонные барьерные слои, окружающие КЯ. Для этой цели совместно решаются кинетическое уравнение Больцмана на функцию распределения носителей заряда  $\phi(r, v)$ , уравнение Пуассона для определения потенциала  $V(x, z)$  и уравнение Шредингера для определения электронной плотности в гетероструктуре и уровней размерного квантования [4, 5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00019).

#### Список литературы

1. D V Gulyaev, K S Zhuravlev, A K Bakarov, A I Toropov, D Yu Protasov, A K Gutakovskii, B Ya Ber and D Yu Kazantsev, Influence of the additional p+ doped layers on the properties of AlGaAs/InGaAs/AlGaAs heterostructures for high power SHF transistors, *J. Phys. D:Appl. Phys.*, V. 49, 095108 (9 pp), (2016).
2. W. Fawcett, A. D. Boardman and S. Swain, Monte Carlo determination of electron transport properties in Gallium Arsenide // *J. Phys. Chem. Solids*, Pergamon Press, 1970. V. 31. P. 1963-1990.
3. Иващенко В.М., Митин В.В, Моделирование кинетических явлений в полупроводниках. Киев: Наук. Думка, 1990. 192 с.
4. Z. Yasar, B. Özdemir, M. Özdemir, Electron transport and mobility calculation in a AlGaAs/GaAs 2DEG by Monte Carlo method // *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi* 21 (1-2), 13-23, 2005.
5. B. K. Ridley, The electron-phonon interaction in quasi-two-dimensional semiconductor quantum-well structures, // *J. Phys. C: Solid State Phys.*, V. 15, P. 5899-5917.

### **Coulomb linear ion chains in optical lattices: supercomputer simulation**

*L. P. Kamenshchikov, I. V. Krasnov*

*Institute of Computational Modeling of SB RAS*

*Email: lpk@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10072

Traditional ion traps use the combination of electrostatic, magneto-static and radio-frequency fields for confinement of ion crystal. A new interesting field in physics of ion traps is using of all-optical methods for ion confinement [1–4]. The mathematical model of ion confinement by polychromatic optical lattice (POL) (a system of multiplicative stochastic differential equations for the coordinates and velocities of ionic particles) is developed in [5–6].

In contrast to our previous papers [4–7] where 3D and 2D configurations of ions were considered, this report focuses on modeling of linear (quasi-one-dimensional) Coulomb ion chains. For many applications, such linear chains are ideally suited [3]. In the present work, we studied behaviour, e.g., the lifetime of ion chains

consisting of several (from 3 up to 11) particles of Hg<sup>+</sup> with different POL periods. In particular, numerical experiments show that relatively slight variations of the POL parameters can lead to the giant changes of the lifetime of Coulomb ion chains. The numerical calculations were carried out using supercomputers at the JSCC RAS (Moscow).

#### References

1. Schneider C., Enderlein M., et al. Optical trapping of an ion // *Nature Photonics*. 2010. № 4, P. 772–775.
2. Cetina M., Bylinskii A., et al. One-dimensional array of ion chains coupled to an optical cavity // *New J. of Physics*. 2013. V. 15, 053001 (14pp).
3. Schmidt J., Lambrecht A., Weckesser P., et al. Optical trapping of Ion Coulomb Crystals // *Physical Review X*. 2018. V. 8, 021028 (8pp).
4. Krasnov I. V., Kamenshchikov L. P. All-optical trapping of strongly coupled ions // *Optics Communications*. 2014. V. 312, P. 192–198.
5. Kamenshchikov L. P., Krasnov I. V. Supercomputer modeling of stochastic dynamics of the Mercury ion array in an optical lattice // *CEUR Workshop Proc*. 2016. V. 1839, P. 324–333.
6. Krasnov I. V., Kamenshchikov L. P. Ion Coulomb crystal in a polychromatic optical superlattice // *Laser Physics*. 2018. V. 28, 105701 (9pp).
7. Krasnov I.V., Kamenshchikov L.P. A study of metastable ion Coulomb crystals in an all-optical polychromatic trap // *The European Physical J. D*. 2019. V. 73, 224 (9 pp).

#### **Стохастические модели пространственно-временных полей индекса холодного стресса**

*Н. А. Каргаполова<sup>1,2</sup>, В. А. Огородников<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: nkargapolova@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10073

В докладе будут рассмотрены два подхода к моделированию неоднородных по пространству и нестационарных по времени пространственно-временных полей индекса холодного стресса. В рамках первого подхода на основе данных метеорологических наблюдений сначала моделируется совместное поле приземной температуры воздуха и модуля скорости ветра, а затем по полученным траекториям вычисляются реализации поля рассматриваемого биоклиматического индекса. При использовании второго подхода моделирование совместных полей не производится. Вместо этого по данным наблюдений за температурой и модулем скорости ветра на станциях строится выборка реальных значений индекса холодного стресса, а затем на ее базе строится соответствующая модель неоднородного пространственно-временного поля.

В докладе будут приведены результаты сравнения двух подходов по точности и трудоемкости моделирования, будет очерчен круг задач, при решении которых целесообразно применять ту или иную модель, а также будут приведены результаты исследования зависимости характеристик поля индекса холодного стресса от статистических ошибок, возникающих при оценке входных параметров моделей по выборкам малого объема. Все численные эксперименты будут проведены с использованием данных метеонаблюдений на территории юга Западной Сибири, предоставленных ВНИИГМИ-МЦД.

Работа выполнена в рамках госзадания 0315–2019–0002 при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-01-00149-а), Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области (грант 19-41-543001-р\_мол\_а).

#### **Решение задач аэрокосмического лазерного зондирования методом Монте-Карло**

*Б. А. Каргин<sup>1,2</sup>, О. С. Ухинова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: olsu@osmf.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10074

Рассматривается задача оценки функции распределения по времени интенсивности распределения лазерного излучения, поступающего в приемник после прохождения через систему сред океан-атмосфера из заданного источника с учетом взволнованной поверхности. Используются локальные

оценки методов Монте-Карло. Таким образом, учитывается нестационарность источника. Для построения взволнованной поверхности океана используется факетная модель. Расчеты проводились для различных параметров приемника.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002).

Список литературы

1. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике // Новосибирск: Наука, 1976, с. 80.
2. Cox C., Munk W. H., The measurement of the roughness of the sea surface from photographs of the sun's glitter // J. Opt. Soc. America, 1954, 44, No. 11, p. 838-850.
3. K. B. Rakimgulov, S.A. Ukhinov, Local estimates in Monte Carlo method for the ocean-atmosphere system with random interface // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, Vol.9, No.6, pp.547-564 (1994).

### **Stochastic simulation of GaN island formation in molecular beam epitaxy**

*S. E. Kireev, K. K. Sabelfeld*

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SBAS*

*Email: kireev@ssd.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10075

A stochastic simulation model for self-assembly formation of GaN (gallium nitride) islands under plasma-assisted molecular beam epitaxy is developed. Formation of precursors of stable GaN islands is a challenging and still not completely understood phenomenon which is crucial in the technology of nanowire growth in the molecular beam epitaxy [1, 2]. In the model we suggest and implemented, we combine a kinetic Monte Carlo approach and an Ising type model where a coarse-grained Hamiltonian can be mainly expressed in terms of two binary variables,  $G_a$ , and  $N_p$ , for the Ga and N densities. The process is simulated by an asynchronous cellular automaton (ACA) [3]. The nucleation and island formation processes are simulated on a surface represented by a rectangular cellular array of size  $N_x \times N_y$ . The boundary conditions are periodic. The states of the cells are Ga (gallium), N (nitrogen), and E (empty surface). Transition rules of ACA describe the simulated processes which include diffusion of atoms, Ga and N atoms desorption and adsorption of the incoming Ga and N atoms. The simulation process is carried out as a sequence of iterations, each iteration being a sequence of  $N_x \times N_y$  steps. At each step, one cell is randomly selected. For the selected cell, an action is randomly selected depending on its state: swap with a neighboring cell in a randomly selected direction, desorption, or adsorption of atoms from the incoming fluxes. The probabilities of adsorption and desorption are model parameters defined by the experiment conditions. If the selected action is sampled, then it is performed with Metropolis probability,  $p = \min [1, \exp(-\Delta H/k_b T)]$ ,  $k_b$  is Boltzmann's constant,  $\Delta H$  is the resulting change in energy of the system, where  $\Delta H$  calculation is based on the change in local neighborhood of the cell, taking into account the attraction forces between neighboring atoms and islands. We present the results of simulation of the whole process in its time evolution, and search for a set of input parameters generating the model which produces the kinetics and patterns similar to that obtained in the experiments.

Support of the Russian Science Foundation under grant 19-11-00019 is gratefully acknowledged.

References

1. K.K. Sabelfeld, E.G. Kablukova, Stochastic simulation of nanowire growth in plasma-assisted molecular beam epitaxy, Computational Materials Science, 125 (2016), 284-296.
2. K.K. Sabelfeld, V. Kaganer, F. Limbach et al. Height self-equilibration during the growth of dense nanowire ensembles: Order emerging from disorder, Applied Physics Letters, 103 (2013), 133105
3. Bandman O.L. Mapping physical phenomena onto CA-models // AUTOMATA-2008. In: Adamatzky A., AlonsoSanz R., Lawniczak A., Martinez G.J., Morita K., Worsch T. (eds.) Theory and Applications of Cellular Automata. – Luniver Press, UK, 2008. – P. 381-397.

### **Computer simulation of pedestrian movement**

*E. С. Кирик, Т. Б. Витова, А. В. Мальшев, Е. V. Попел*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

*Email: kirik@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10076

A simulation of pedestrian dynamics is used in many fields, from entertainment (e.g., cinema and computer games) to fire safety of buildings, ships, and aircrafts. The most attractive for application is so called microscopic models, when each person is considered separately and a model determines coordinates of each person. In a model every person can have individual properties, including a free movement speed, an evacuation start time,

a size of a projection, an evacuation way. It gives a wide opportunities to state a simulation task and reproduce a real phenomena. Different approaches [3] from mathematically continuous models to pure discrete models are developed already. A discrete-continuous approach combines advantages of both approaches: people move in a continuous space, but there are only fixed number of directions where a person can move.

In the article one discrete-continuous model is considered. A validation of the SigmaEva evacuation module is given with respect to a very important case study – fundamental diagrams (flow-density dependence) under periodic boundary conditions.

#### References

1. Schadschneider A., Klingsch W., Kluepfel H., Kretz T., Rogsch C., Seyfried A. Evacuation Dynamics: Empirical Results, Modeling and Applications. Encyclopedia of Complexity and System Science. Springer, 2009 (3). P. 3142-3192.
2. Kirik E., Vitova T., Malyshev A., Popel E. On the Validation of Pedestrian Movement Models under Transition and Steady-state Conditions // Proceedings of the Ninth International Seminar on Fire and Explosion Hazards (21-26 April 2019 Saint Petersburg, Russia), edited by A. Snegirev, Vol. 2. P. 1271-1280.

### **Combined use of two methods for analysis of nonstationary time series for solving forecasting and control problems**

*S. I. Kolesnikova, A. D. Bogdanova*

*Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation*

*Email: skolesnikova@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10251

Combined algorithm for time series analysis based on two following basic methods [1, 2]: the empirical mode decomposition and nuclear regression is considered. Essence of the presented algorithm is the sequential calculation of nuclear regressions and residues resulting in decomposition of the original series into an additive mixture of the number of regressions and residual series.

The paper provides a comparative review of three methods and their implementing algorithms for the analysis and forecasting of nonstationary time series, and also an algorithm is obtained on the basis of their combined application.

There are grounds for believing that the synthetic use of two popular nonparametric forecasting algorithms will lead to a more efficient forecasting algorithm, at least for solving a certain class of control problems [3, 4].

This work was (partially) supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant 20-08-00747).

#### References

1. Huang, H et al. The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-Stationary Time Series. Analysis Proc. R. Soc. Lond. A. 1998. V. 454. P. 903–995.
2. Nadaraya E. On Estimating Regression. TV and its applications. 1964. V. 9(1). P. 141–142.
3. Kolesnikova S. Stochastic discrete nonlinear control system for minimum dispersion of the output variable n Advances in Intelligent Systems and Computing. 2019. V. 986. P. 325–31.
4. Kolesnikova S. I. A multiple-control system for nonlinear discrete object under uncertainty. Optimization Methods and Software. 2019. T. 34. № 3. P. 578–585. URL: <https://doi.org/10.1080/10556788.2018.1472258>.

### **Численные статистические алгоритмы решения обратных задач теории переноса излучения в атмосфере с учетом поляризации**

*A. C. Корда*

*Институт математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: asc@osmf.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10391

В данном докладе описывается ряд численных статистических методов, построенных авторами для решения обратных задачи теории переноса излучения в атмосфере с учетом поляризации. Рассматривается задача восстановления матрицы аэрозольного рассеяния атмосферы по наземным наблюдениям поляризационных характеристик излучения в альмукантарате Солнца, для ее решения предлагаются алгоритмы, основанные на адаптивном и комбинированном способах моделирования рассеяния в атмосфере при больших оптических толщах аэрозоля. С помощью численного статистического моделирования была исследована эффективность этих способов в ранее предложенном методе "предиктор-корректор" восстановления первых двух компонент матрицы рассеяния, позволяющем повысить точность восстановления индикатрисы рассеяния.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-00356)

**О влиянии округления на свойства критериев проверки статистических гипотез**

*Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко*

*Новосибирский государственный технический университет*

*Email: Lemeshko@ami.nstu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10077

Любые измерения сопровождаются некоторой погрешностью округления, зависящей от разрешающей способности измерительной системы, в том числе от характеристик используемых датчиков и аналого-цифровых преобразователей.

Очевидно, что наличие погрешностей округления как-то отражается на результатах применения статистических методов и в некоторых ситуациях может приводить к неверным статистическим выводам.

Большинство критериев предназначено для проверки статистических гипотез относительно непрерывных случайных величин. Это стандартное предположение, на котором редко акцентируют внимание, и которое обуславливает корректность применения соответствующих критериев. При выполнении этого предположения в выборках не может быть повторяющихся значений.

В реальных ситуациях из-за погрешностей округления это предположение часто нарушается, и тогда в выборках оказываются повторяющиеся наблюдения. Это типично для медицинских и биологических экспериментов, где в силу специфики ошибки округления бывают очень значительными. Это могут быть выборки с результатами высокоточных измерений, в которых изменения касаются, например, только последнего десятичного знака, что, как правило, определяется разрешающей способностью измерительной системы. В автоматизированных системах обработки данных, как правило, также имеют дело с округленными результатами измерений, поступающими от различных датчиков.

В работе, опираясь на методы статистического моделирования, исследуется влияние ошибок округления на распределения статистик различных критериев проверки статистических гипотез. Показано, что при соизмеримости ошибок округления в анализируемых выборках со среднеквадратическим отклонением ошибок измерений распределения статистик критериев могут существенно изменяться. В таких условиях применение критериев в системах обработки данных с использованием классических результатов может приводить к неверным выводам. Демонстрируется влияние ошибок округления на распределения статистик различных критериев согласия, критериев однородности, нормальности, равномерности, экспоненциальности и других.

Даются рекомендации по решению данной проблемы.

Исследования выполнены при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственной работы "Обеспечение проведения научных исследований" (№ 1.4574.2017/6.7) и проектной части государственного задания (№ 1.1009.2017/4.6).

**Формирование априорной информации для решения задач пространственной динамики ландшафтного пожара**

*Н. Э. Лепп*

*Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М. Ф. Решетнева*

*Email: leppne@sibsau.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10078

Пространственная информация о среде распространения является необходимым условием моделирования динамики природного пожара. Включение случайных величин, имеющих известные вероятностные распределения в качестве входных данных, характеризующих состояние растительного горючего материала (РГМ) и (или) скорость ветра в зоне пожара предложено в работах [1–4].

Настоящая работа посвящена построению моделей данных для расчета процесса распространения низового (ландшафтного) пожара волновым алгоритмом. Рассмотрены различные схемы формирования неотрицательных случайных полей на равномерной сетке: случайные поля дискретного аргумента с корреляционной зависимостью по пространственным координатам и без учета корреляционной зависимости. Проведен сравнительный анализ сценариев процесса распространения ландшафтного пожара на случайных полях скоростей. Представлены результаты численных экспериментов по оценке площади, пройденной огнем в последовательные моменты времени.

Предложенный подход может быть использован как для построения моделей отдельных, наиболее значимых параметров, характеризующих стохастическую структуру РГМ, так и для построения поля скоростей в узлах сетки, аппроксимирующей лесную территорию.

## Список литературы

1. Finney M.A. A Method for Ensemble Wildland Fire Simulation // Environ Model Assess. 2011. № 16. С. 153–167.
2. Hajian, M., E. Melachrinoudis, and P. Kubat (2016). Modeling wildfire propagation with the stochastic shortest path: A fast simulation approach. Environmental Modelling & Software 82, 73–88.
3. Лепп Н.Э. Использование методов статистического моделирования для оценки интегральных характеристик природного пожара//Труды Международной конференции по вычислительной и прикладной математике "ВПМ'17" в рамках "Марчуковских научных чтений", Новосибирск, 25 июня – 14 июля [Электрон. ресурс]. <http://conf.nsc.ru/cam17/ru/proceedings>. Стр. 543-548.
4. H.H. Zazali, a I.N. Towers and J.J. Sharplesa. Incorporating environmental uncertainty in fire spread modelling 22nd International Congress on Modelling and Simulation, Hobart, Tasmania, Australia, 3 to 8 December 2017. <https://www.mssanz.org.au/modsim2017>.

**Численное статистическое исследование потока частиц с размножением в случайной среде**

*Г. З. Лотова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*Email: lot@osmf.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10080

На основе статистического моделирования с использованием "двойной рандомизации" оценивается среднее число частиц в зависимости от времени. Изменение числа частиц может происходить из-за поглощения и размножения их в случайной среде. Целью работы является проверка аналитической "сверхэкспоненциальной" оценки асимптотики среднего числа частиц. Параметрами асимптотики являются математическое ожидание и дисперсия временной постоянной размножения частиц [1]. В докладе представлены рандомизированные алгоритмы для оценки этих вероятностных моментов и численные результаты для многослойной сферической системы, которые указывают на реальную возможность "сверхэкспоненциального" роста среднего числа частиц.

Работа выполнена в рамках госзадания (0315-2019-0002) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-01-00356, 18-01-00599).

## Список литературы

1. Galiya Z. Lotova and Guennady A. Mikhailov, The study of time dependence of particle flux with multiplication in a random medium // Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2020. Vol. 35. Iss. 1. P. 11–20.

**Stochastic search algorithm for multivariate logistic regression**

*V. L. Lukinov*

*The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

*The Novosibirsk State University*

*The Siberian State University of Telecommunications and Information Sciences*

*Email: vitaliy.lukinov@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10081

In this paper, a new stochastic parallel algorithm for searching the coefficients of multivariate logistic regression is presented [1, 3]. It is known [2] that the Newton – Raphson iterative method is numerically unstable due to a "poor" initial approximation and the existence of local minima. The restriction of the "poor" initial approximation is removed by means of a parallel solution of one-factor logistic regressions. The initial approximation in the proposed algorithm is constructed from weakly correlated covariant coefficients with the established achieved significance level [4]. A stochastic search of coefficient values allows avoiding hits in local minima when solving the optimization problem for the maximum likelihood criterion in multivariate logistic regression.

This work was conducted within the framework of the budget project 0315-2019-0002 for ICMMG SB RAS and was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project code 18-01-00599).

## References

1. Cox D.R. The regression analysis of binary sequences (with discussion) // J Roy Stat Soc B. 20 (2): 215–242, 1958.
2. N. P. Vasil'ev, A. A. Egorov, "Experience of logistic regression parameters calculation by Newton-Rafson method to estimation resistance to cold of plants" // Mat. Biolog. Bioinform., 6:2 (2011), 190–199.
3. V. L. Lukinov, "Numerically stable probabilistic classifier of logistic regression" // Proceedings of the international conference AMCA-2019, PP 299-303, 2019. DOI: 10.24411 / 9999-016A-2019-10047.
4. Kareva Yulia E., Efendiev Vidady U., Rakhmonov Sardor S., Chernyavskiy Alexandr M., Lukinov Vitaliy L., Risk factors for the return of mitral insufficiency after coronary artery bypass graft and reconstruction of the mitral valve in patients with ischemic cardiomyopathy // Circulation Pathology and Cardiac Surgery, Vol.23, Issue 2, PP 31-42, 2019. DOI: 10.21688/1681-3472-2019-2-31-42.

**Stochastic modelling of financial securities with a systemic risk component***R. N. Makarov**Wilfrid Laurier University, Waterloo, ON, Canada**Email: rmakarov@wlu.ca*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10082

We propose a new jump-diffusion model for pricing multiple assets, where a systemic-risk security is combined with several conditionally-independent assets. This approach allows for analyzing and modelling a portfolio that integrates a high-activity security, such as an Exchange Trading Fund tracking a major market index (e.g., S&P500 or TSX), and several low-activity assets. The latter may have missing and asynchronous pricing data when they are not be traded frequently on financial markets. The proposed framework allows for constructing includes several models including the following: (a) the model without jumps where all asset price processes are Geometric Brownian Motions; (b) the model with only common jumps [1]; (c) the model with both common and asset-specific jumps [2]. We discuss properties of the proposed model, the estimation of its parameters using the Maximum Likelihood Estimation method, and pricing European-style basket options. This work was supported by the NSERC Discovery Grant program.

## References

1. Chen Y., Makarov R. N. Modelling asynchronous assets with jump-diffusion processes. In International Conference on Applied Mathematics, Modeling and Computational Science, pp. 477–487. Springer, 2017.
2. Xu R., Makarov R.N. High-Frequency Statistical Modelling for Jump-Diffusion Multi-Asset Price Processes with a Systemic Component, 2019 (submitted).

**Рандомизированный алгоритм экспоненциального преобразования для решения стохастических задач теории переноса гамма-квантов***И. Н. Медведев**Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН**Новосибирский государственный университет**Email: min@osmf.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10083

В докладе представлены новый алгоритм экспоненциального преобразования [1] и его рандомизированная модификация с ветвлением траектории цепи Маркова для решения задач теории переноса гамма-квантов. На примере переноса излучения в воде проведено численное исследование представленных алгоритмов по сравнению со стандартным алгоритмом моделирования. Дополнительно проведено численное исследование эффективности представленных алгоритмов для решения задач, связанных с прохождением гамма-квантов сквозь толстый слой, содержащий воду, и случайное число "пустых шаров" или слоев, центры которых образуют пуассоновский поток.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00356а).

## Список литературы

1. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.

**Численное исследование алгоритмов моделирования периодически коррелированных процессов на основе спектрального представления***А. М. Медвяцкая<sup>1</sup>, В. А. Огородников<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН**Email: medvyatskaya@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10084

В докладе приводятся результаты исследования корреляционной структуры приближенной модели периодически коррелированных процессов, основанной на разложении этих процессов на сумму гармоник с дискретным набором частот и случайными амплитудами. В модели используется конечное число членов разложения. При этом случайные амплитуды образуют стационарную векторную гауссовскую последовательность с заданной матричной корреляционной функцией. Приводятся результаты численного исследования корреляционной функции периодически коррелированного процесса в зависимости от вида заданной матричной корреляционной функции векторного стационарного процесса.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-01-00149-а), грант Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства НСО 19-41-543001 р\_мол\_а.

**Статистическое моделирование распространения лазерного импульса в водном слое с учетом отражения на границе***Д. Э. Миронова<sup>1</sup>, С. М. Пригарин<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет**Email: mirkin\_93@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10085

Работа является продолжением [1] и представляет результаты численного моделирования рассеяния лазерного импульса в водной среде с учетом отражения на границе раздела вода – воздух и подстилающей поверхности. Предполагалось, что подстилающая поверхность является ламбертовской, оптические характеристики водной среды заимствованы из работы [2]. Результаты статистического моделирования показывают, что при распространении короткого лазерного импульса в водном слое могут возникать разнообразные кольцевые структуры рассеянного света.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00609).

Список литературы

1. Prigarin S.M., Mironova D.E. Stochastic simulation of peculiarities of laser pulse propagation in clouds and water media, Proc. SPIE 10833, 24th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics, 108331Z (13 December 2018).

2. Haltrin V.I. Analytical approximation to seawater optical phase functions of scattering. remote sensing and modeling of ecosystems for sustainability. Proc. of SPIE V. 5544 (SPIE, Bellingham, WA, 2004).

**Численно-статистическое и аналитическое исследование асимптотики среднего числа частиц, размножающихся в случайной среде***Г. А. Михайлов<sup>1,2</sup>, Г. З. Лотова<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет**Email: lot@osmf.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10086

Известно, что плотность потока частиц в размножающей среде при достаточно широких условиях асимптотически экспоненциальна по времени  $t$  с некоторым параметром  $L$ , т. е. с показателем  $Lt$ . Если среда случайна, то параметр  $L$  – случайная величина и для оценки временной асимптотики среднего (по реализациям среды) числа частиц можно в некотором приближении осреднять экспоненту по распределению  $L$ . В предположении гауссовости этого распределения таким образом получается асимптотическая "сверхэкспоненциальная" оценка среднего потока, выражаемая экспонентой с показателем

$t EL + t^2 DL/2$ . Для численной экспериментальной проверки такой оценки разработано вычисление вероятностных моментов случайного параметра  $L$  на основе рандомизации Фурье-приближений специальных нелинейных функционалов. Дано приложение полученных результатов к анализу мировой статистики пандемии COVID-19.

Работа выполнена в рамках госзадания (0315-2019-0002) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-01-00356, 18-01-00599).

### **Новый алгоритм стохастической гомогенизации для оценки моментов коэффициента К размножения частиц в случайной среде**

Г. А. Михайлов<sup>1,2</sup>, С. А. Роженко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: gam@sscc.ru, sergroj@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10087

Предлагаемый алгоритм основан на использовании "ведущего" функционала, вычисляемого методом двойной рандомизации для реальной случайной среды и, возможно, путем численного интегрирования для различных вариантов вспомогательной упрощенной среды. В качестве требуемых оценок математического ожидания **ЕК** и дисперсии **ДК** используются значения этих величин, соответствующие упрощенной случайной среде с реалистическим значением ведущего функционала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00356).

### **Новая ядерно-проекционная статистическая оценка с приложениями к исследованию интенсивности поляризованного излучения**

Г. А. Михайлов<sup>1,2</sup>, Н. В. Трачева<sup>1,2</sup>, С. А. Ухинов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: tnv@osmf.sscc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10088

Ядерная статистическая оценка в методе Монте-Карло обычно оптимизируется на основе предварительного построения "микровыборки" значений исследуемой переменной, например направления скорости кванта излучения. Уже для двумерного случая такая оптимизация весьма затруднительна. Поэтому в настоящей работе предлагается комбинированная (ядерно-проекционная) статистическая оценка двумерной плотности распределения: по первой (основной) переменной – ядерная, по второй – проекционная. При этом для каждого определенного по микровыборке "ядерного" интервала статистически оцениваются коэффициенты некоторого ортогонального разложения условной плотности на основе предварительных соответствующих результатов для "микроинтервалов". Важным результатом работы является оптимизация такой оценки при сделанных предположениях о скорости сходимости используемого ортогонального разложения. Верификация оценки реализована для двунаправленного распределения потока поляризованного излучения через слой рассеивающего и поглощающего вещества.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00356a) и в рамках госзадания № 0315-2019-0002.

### **Применение моделирования методом Монте-Карло к исследованию молекулярно-массового распределения продукта полимеризации изопрена**

Т. А. Михайлова<sup>1</sup>, Э. Н. Мифтахов<sup>1</sup>, В. А. Михайлов<sup>2</sup>, С. И. Мустафина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Башкирский государственный университет

<sup>2</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет

Email: t.a.mihailova@yandex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10089

Производство полимерных материалов занимает одно из ведущих мест в химической промышленности. Эта область дает наилучшие возможности для изучения статистических особенностей и

факторов, влияющих на них. Одним из распространенных промышленных полимерных материалов является изопреновый каучук, производство которого проводится в присутствии катализаторов типа Циглера – Натта непрерывным способом в батарее последовательно соединенных реакторов идеально-го смешения [1].

Одним из подходов, позволяющих исследовать структуру образующегося продукта, является статистический подход, который реализуется с использованием метода Монте-Карло. В его основе лежит имитация поведения химической системы с учетом протекания реакций, модель при этом представляет собой совокупность частиц, соответствующих отдельным молекулам или макромолекулам. Это позволяет накапливать информацию о количестве, длине и составе образующихся макромолекул полимера и в любой момент времени получать действительные значения молекулярных характеристик продукта полимеризации [2]. В этом случае для построения дифференциальной кривой молекулярно-массового распределения как для каждого активного центра, так и в общем необходимо произвести численное фракционирование всех образовавшихся макромолекул по их массе и рассчитать массовую долю каждой фракции.

Список литературы

1. Жаворонков Д.А., Мифтахов Э.Н., Мустафина С.А., Насыров И.Ш., Захаров В.П. Моделирование и теоретические исследования процесса полимеризации изопрена в присутствии микрогетерогенных неодимовых каталитических систем // Вестник Башкирского государственного университета. 2018. Т.23. №4. С.1079-1083.
2. Михайлова Т.А., Мифтахов Э.Н., Насыров И.Ш., Мустафина С.А. Моделирование непрерывного процесса свободно-радикальной сополимеризации бутадиена со стиролом методом Монте-Карло // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2016. № 2. С 210–217.

### **Возможности стохастического моделирования в рамках вариационно-сеточного метода геокартирования**

*А. Г. Плавник<sup>1</sup>, А. Н. Сидоров<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Западно-Сибирский филиал института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Центр рационального недропользования ХМАО-Югра*

*Email: plavnikag@ipgg.sbras.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10090

Детальность картирования свойств геологических параметров определяется плотностью расположения точек замеров фактических данных. При использовании стандартных подходов в слабоизученных зонах отражаются общие трендовые закономерности, что оказывается недостаточным для решения ряда задач. Например, для анализа влияния изменчивости рассматриваемого параметра на зависящую от него целевую функцию. В этих условиях применяются стохастические подходы восполнения возможных вариантов значения параметра, реализация которых во многом зависит от выбора метода геокартирования.

В рамках вариационно-сеточного метода такой подход реализуется аддитивным включением случайных составляющих в модельные условия, представленные уравнениями в частных производных. Параметры распределения определяются по результатам картирования в зонах с высокой плотностью данных. Подход не является итерационным, что определяет его вычислительную эффективность. Результаты его реализации предоставляют дополнительную информацию для анализа приемлемости выбранных при построении модельных условий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-05-01982 А), программы фундаментальных научных исследований СО РАН (проект ФНИ № 0331-2019-0024).

### **Моделирование синтеза алмазных структур при газоструйном осаждении**

*М. Ю. Плотников<sup>1</sup>, Е. В. Шкаруна<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе*

*Email: plotnikov@itp.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10091

Одним из параметров, определяющих скорость синтеза алмазных структур при газофазном осаждении из смеси метана и водорода является отношение концентраций метила и атомарного водорода

вблизи подложки. Использование газоструйного осаждения обеспечивает повышенную степень диссоциации водорода в результате многократных столкновений молекул водорода с горячей вольфрамовой поверхностью при протекании через цилиндрический вольфрамовый канал.

Для моделирования течения использовался метод прямого статистического моделирования в осесимметричной постановке. Течение смеси моделировалось с учетом гетерогенных химических реакций на поверхности канала и на поверхности подложки, а также газофазных реакций. Для получения дополнительной информации о фрагментации метана в газовой фазе использовался одномерный подход, основанный на решении уравнений равновесной химической кинетики. Полученные значения концентраций метила и атомарного водорода использовались в качестве исходных данных при моделировании роста алмазных наноструктур на подложке кинетическим методом Монте-Карло. Анализ полученных результатов позволил составить представление о наиболее вероятных химических процессах в газовой фазе в неравновесных условиях газоструйного осаждения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-08-00295) и бюджетных грантов (1АААА-А17-117030110017-0 и 20315-2019-0002).

### **Допустимость приближения однократного рассеяния при акустическом зондировании океана**

*И. В. Прохоров<sup>1,2</sup>, П. А. Ворновских<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт прикладной математики ДВО РАН*

<sup>2</sup>*Дальневосточный федеральный университет*

*Email: prokhorov@iam.dvo.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10092

Рассмотрена нестационарная модель переноса высокочастотного акустического излучения в рассеивающей океанической среде, подвергающейся импульсному облучению точечным источником [1]. Исследована обратная задача для нестационарного уравнения переноса излучения, заключающаяся в нахождении коэффициента рассеяния по угловому распределению плотности потока излучения в некоторой точке пространства [2]. В приближении однократного рассеяния получена явная формула решения обратной задачи. Для численного анализа влияния многократного рассеяния на точность полученной формулы разработан весовой метод Монте-Карло решения уравнения переноса, учитывающий сингулярность источника излучения. Проведенные численные эксперименты на модельных данных показали, что использование приближения однократного рассеяния оправдано при сравнительно небольшой дальности зондирования.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00173).

Список литературы

1. Прохоров И. В., Сущенко А. А. Исследование задачи акустического зондирования морского дна методами теории переноса излучения // Акустический журнал. 2015. Т. 61. № 3. С. 400–408.

2. Vornovskikh P.A., Sushchenko A.A. Remote sensing problem with multiple scattering effect // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2017. Vol. 10466. 104661Y.

### **Определение коэффициента ослабления нестационарного уравнения переноса излучения**

*И. В. Прохоров<sup>1,2</sup>, И. П. Яровенко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт прикладной математики ДВО РАН*

<sup>2</sup>*Дальневосточный федеральный университет*

*Email: prokhorov@iam.dvo.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10093

Рассматривается обратная задача для нестационарного уравнения переноса излучения, заключающаяся в нахождении коэффициента ослабления по известному решению на границе области. В стационарном случае подобные задачи томографии изучены в работах [1, 2]. Исследована структура и непрерывные свойства решения задачи Коши для уравнения переноса излучения. При специальных предположениях о нестационарном источнике облучения области показана единственность обратной задачи и получена явная формула для преобразования Радона коэффициента ослабления. На извест-

ном фантоме [3] проведен численный анализ качества томограмм при различных угловых и временных распределениях внешнего источника излучения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00173).

Список литературы

1. Аниконов Д.С., Прохоров И.В. Определение коэффициента уравнения переноса при энергетических и угловых особенностях внешнего излучения // Доклады АН. 1992. Т. 327. № 2. С. 205–207.
2. Anikonov D. S., Kovtanyuk A. E., Prokhorov I. V. Transport Equation and Tomography. Inverse and Ill-Posed Problems Series, 30, VSP, Boston – Utrecht, 2002.
3. Steiding C., Kolditz D., Kalender W. A. A quality assurance framework for the fully automated and objective evaluation of image quality in cone-beam computed tomography // Medical Physics. 2014. V. 41. № 3. 031901.

### **Рандомизированный проекционный метод для решения нелинейного уравнения Больцмана в трехмерном случае**

*С. В. Рогазинский*

*Новосибирский государственный университет*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: svr@osmf.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10094

В [1] рандомизированный проекционный метод использовался для решения нелинейного уравнения Больцмана и была получена оценка нормы в  $L_2(\mathbf{R}^1)$  скорости сходимости проекционного ряда по функциям Эрмита.

В данной работе рассмотрен проекционный метод в трехмерном случае. Получены оценки нормы в  $L_2(\mathbf{R}^3)$  скорости сходимости проекционного ряда по функциям Эрмита в зависимости от гладкости разлагаемой функции.

Численные эксперименты подтверждают полученные оценки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-01-00356, 18-01-00599) и в рамках проекта НИР 0315-2019-0002.

Список литературы

1. Sergey V. Rogasinsky. Two variants of Monte Carlo projection method for numerical solution of nonlinear Boltzmann equation // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, Volume 34, Issue 3 (Jun 2019).

### **Probabilistic models and algorithms for PDEs in high dimensions with applications to narrow escape problems in cells and semiconductors**

*K. K. Sabelfeld*

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, SB RAS*

*Novosibirsk State University*

*Email: karl@osmf.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10381

In this study probabilistic models and stochastic simulation algorithms for solving high-dimensional PDEs with focus on drift-diffusion-recombination transport problems are presented. Application of the developed stochastic algorithms to narrow escape problems are considered. Our recent research in this application field has been published in [1]. We discuss in this talk the transport in cells and biological tissues where the mean time and flux of a molecular agent to a target are of principal interest. Another important application handled in this work is the electron-hole and exciton transport in semiconductors [3]. The presented stochastic simulation algorithms are based on the random walk on spheres method suggested for solving the transient drift-diffusion-reaction problems in [2] and a global random walk method recently developed and published in [4].

The support of the Russian Science Foundation under grant № 19-11-00019 is gratefully acknowledged.

## References

1. Sabelfeld K.K. Stochastic simulation algorithms for solving narrow escape diffusion problems by introducing a drift to the target, *Journal of Computational Physics*, 410 (2020), Article ID 109406.
2. Sabelfeld K.K. Random walk on spheres algorithm for solving transient drift-diffusion-reaction problems *Monte Carlo Methods Appl.* 2017. Vol. 23 (3), P. 189–212.
3. Kaganer Vladimir M., Lähnemann Jonas, Pfüller Carsten, Sabelfeld Karl K., Kireeva Anastasya E., and Brandt Oliver. Determination of the Carrier Diffusion Length in GaN from Cathodoluminescence Maps Around Threading Dislocations: Fallacies and Opportunities, *Physical Review Applied*. 2019. Vol. 12, 054038.
4. K. Sabelfeld, A. Kireeva. A new Global Random Walk algorithm for calculation of the solution and its derivatives of elliptic equations with constant coefficients in an arbitrary set of points, *Applied Mathematics Letters*, vol. 107, 2020, 106466.

**Monte Carlo methods for solving a system of nonlinear parabolic-elliptic equations of semiconductors**

*K. K. Sabelfeld<sup>1,2</sup>, A. E. Kireeva<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of computational mathematics and mathematical geophysics, SB RAS*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University*

*Email: karl@osmf.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10095

In this study we develop a Monte Carlo method for solving a system of nonlinear parabolic-elliptic equations governing the transport and recombination of electrons and holes in semiconductors. This field attracts considerable experimental and theoretical interest because the optoelectronic properties of technologically important semiconductor materials have been found to be controlled by the electron-hole recombination dynamics. A stochastic method for solving a nonlinear system of divergence free drift-diffusion-Poisson equations is developed in [1]. It is based on the global Random Walk algorithm [2] which calculates a gradient of the solution of the Poisson equation in arbitrary family of points of the domain. The drift-diffusion-Poisson system is solved by the iteration procedure including alternating simulation of the drift-diffusion processes and calculating the gradient of the solution to the Poisson equation. In the present study we extend the stochastic algorithm to solve the nonlinear system of drift-diffusion-Poisson equations in the general divergence form.

The support of the Russian Science Foundation under grant № 19-11-00019 is gratefully acknowledged.

## References

1. Sabelfeld K., Kireeva A. Stochastic simulation algorithms for solving a nonlinear system of drift-diffusion-Poisson equations // *BIT Numerical Mathematics*, submitted 2020.
2. Sabelfeld Karl K. A global random walk on spheres algorithm for transient heat equation and some extensions // *Monte Carlo Methods and Applications*. 2019. № 25(1). P. 85–96.

**Stochastic simulation of transients of cathodoluminescence intensity: impact of randomly distributed dislocations**

*K. K. Sabelfeld<sup>1,2</sup>, A. E. Kireeva<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of computational mathematics and mathematical geophysics, SB RAS*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University*

*Email: karl@osmf.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10096

In this study a stochastic algorithm of simulation of exciton diffusion and drift in a semiconductor in vicinity of randomly distributed dislocations is developed. The Monte Carlo algorithm is based on the random walk on spheres method suggested for solving the transient drift-diffusion-reaction problems in [1]. The cathodoluminescence intensity is computed as a fraction of the radiatively recombined excitons. The cathodoluminescence method is employed for the analysis of a material structure. Threading dislocations are visible as dark spots in cathodoluminescence maps. The recent experiments [2] showed that the strain field in the vicinity of dislocations produces a piezoelectric field which affects the exciton life-time close to the dislocation edge and causes a drift of excitons. In our previous model [3] we simulate the threading dislocation as a semi-cylinder whose surface adsorbs excitons. In the present work, the dislocation is simulated with its piezoelectric field around which defines the life-time and the drift of excitons depending on the distance from

the dislocation central line. The dislocations are randomly distributed over the semiconductor volume. The cathodoluminescence transients are calculated for a desired number of dislocations.

The support of the Russian Science Foundation under grant № 19-11-00019 is gratefully acknowledged.

#### References

1. Sabelfeld K.K. Random walk on spheres algorithm for solving transient drift-diffusion-reaction problems // Monte Carlo Methods Appl. 2017. Vol. 23 (3), P. 189–212.
2. Kaganer Vladimir M., Lähnemann Jonas, Pfüller Carsten, Sabelfeld Karl K., Kireeva Anastasya E., and Brandt Oliver. Determination of the Carrier Diffusion Length in GaN from Cathodoluminescence Maps Around Threading Dislocations: Fallacies and Opportunities // Physical Review Applied. 2019. Vol. 12, 054038.
3. Sabelfeld Karl K. and Kireeva A. Supercomputer Simulation of Cathodoluminescence Transients in the Vicinity of Threading Dislocations // PCT 2018, CCIS. 2018. Vol. 910, P. 1–14.

#### **Некоторые свойства кусочно-линейного процесса на пуассоновских точечных потоках**

*О. В. Сересева<sup>1</sup>, В. А. Огородников<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: seresseva@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10097

В докладе приводятся результаты исследования некоторых свойств корреляционной функции кусочно-линейного негауссовского процесса на пуассоновских потоках точек.

Показано, что асимптотически процесс является стационарным и в отличие от кусочно-постоянного процесса корреляционная функция кусочно-линейного процесса имеет точку перегиба (т. е. не является выпуклой вниз). Полученные теоретические результаты подтверждаются численными экспериментами.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-01-00149-а).

#### **Численное стохастическое моделирование совместных полей температуры воздуха и суточных сумм жидких осадков**

*С. С. Скворцов, В. А. Огородников*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: skvortsovstepan54@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10098

В докладе предложена стохастическая модель совместных пространственных полей среднесуточной температуры воздуха и суточных сумм жидких осадков по данным многолетних наблюдений на ряде метеостанций, расположенных в средних широтах западной части территории России. Приводятся результаты исследования степени неоднородности полей на основе специально разработанного критерия однородности совместных полей и проверки соответствующих гипотез для различных уровней значимости. Модель построена в приближении неоднородности совместных полей по одномерным распределениям и корреляциям. Плотности распределения среднесуточной температуры воздуха аппроксимируются трехкомпонентными смесями нормальных распределений, а плотности распределения суточных осадков – сплайнами третьего порядка с аппроксимацией хвостов распределений функцией Вейбулла. Для построения совместных полей на регулярной сетке используются методы стохастической интерполяции. На основе модели исследованы пространственные распределения статистических характеристик некоторых неблагоприятных метеорологических явлений.

Работа выполнена в рамках госзадания 0315-2019-0002, частично поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (грант 18-01-00149-а).

#### **Численное статистическое моделирование переноса оптического излучения в кристаллических облаках**

*Му Ц.<sup>1</sup>, Каргин Б.А.<sup>1,2</sup>, Е. Г. Каблукова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: kablukovae@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10392

Численно моделируются процессы рассеяния солнечной радиации в видимом и ближнем ИК участках солнечного спектра частицами кристаллических облаков. Задача рассеяния излучения решается в

приближении геометрической оптики. Разработан алгоритм прямого статистического моделирования, Особенностью которого является возможность в одном расчете вычислять характеристики рассеяния солнечного излучения кристаллическими частицами различных форм, концентраций и пространственных ориентаций.

Работа выполнена в рамках гос. задания 0315-2019-0002.

### **Моделирование движения вихревых нитей в сверхтекучем гелии с учетом случайного воздействия Ланжевена методом Монте-Карло на суперкомпьютере**

Д. Д. Смирнов<sup>1</sup>, Л. П. Кондаурова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН

Email: smirnovdd@mail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10099

Движение вихревых нитей в сверхтекучем гелии с учетом случайного воздействия Ланжевена задается с помощью системы стохастических дифференциальных уравнений [1, 2]. Методом Монте-Карло оцениваются различные функционалы от решения этой системы с высокой точностью [3]. Для решения этой задачи разработаны многоуровневые параллельные алгоритмы, реализованные на суперкомпьютере. Расчеты проведены на кластерах НКС-30Т и НКС-1П [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00599) и в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002).

#### Список литературы

1. Артемьев С.С., Марченко М.А., Корнеев В.Д., Якунин М.А., Иванов А.А., Смирнов Д.Д. Анализ стохастических колебаний методом Монте-Карло на суперкомпьютерах. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2016. 294 с.
2. K. W. Schwarz, Phys. Rev. B 31, 5782 (1985).
3. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: ИЦ Академия, 2006. 368 с.
4. Сайт Сибирский суперкомпьютерный центр ИВМиМГ СО РАН. [Электрон. ресурс]. URL: <http://www.sssc.icmmg.nsc.ru/hardware.html> (дата обращения: 21.02.2020).

### **Численное исследование сходимости проекционных оценок интенсивности поляризованного излучения**

Н. В. Трачева<sup>1,2</sup>, С. А. Ухинов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: tnv@osmf.sssc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10100

В этой работе на основе метода Монте-Карло численно исследуются два алгоритма для оценки двунаправленных угловых характеристик рассеянного поляризованного излучения. Векторная функция углового распределения плотности потока излучения на некоторой поверхности рассматривается нами как функция двух переменных. Основной алгоритм построен на основе проективного разложения данной функции по ортонормированному базису полусферических гармоник, построенных на основе присоединенных полиномов Якоби [1]. Рассматривается также алгоритм, в котором для аппроксимации плотности условного распределения по азимутальному углу используется разложение по тригонометрическим полиномам (см., например, [2]). С использованием локальных оценок и прямого моделирования исследуется сходимость построенных алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00356а) и в рамках государственного задания 0315-2019-0002.

#### Список литературы

1. Tracheva N.V., Ukhinov S.A. Two-dimensional projection Monte Carlo estimators for the study of angular characteristics of polarized radiation // Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018. Т. 33, № 3. С. 187–199.

2. Смелов В. В. Задачи Штурма – Лиувилля и разложения функций в быстросходящиеся ряды. Издательство СО РАН, Новосибирск, 2000.

### **Моделирование фотофореза аэрозольных частиц в разреженных газах и атмосфере Земли на основе использования метода Монте-Карло**

*А. А. Черемисин*

*Институт химической кинетики и горения СО РАН*

*Email: aacheremisin@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10101

Для моделирования седиментации и фотофореза сложных аэрозольных частиц и кластеров в разреженной газовой среде был разработан алгоритм расчета фотофоретических сил, действующих на частицу, а также сил вязкого трения и их моментов. Алгоритм основан на приближении свободномолекулярного режима газокинетической теории и оценке специальных матриц переноса методом Монте-Карло [1].

Ранее были представлены результаты приложения данного алгоритма к задаче моделирования фотофоретического взаимодействия аэрозольных частиц и кластеров. В настоящем докладе обсуждается фотофорез кластеров, состоящих из сферических первичных частиц; фотофорез частиц сложной формы, с поверхностью триангулированной или собранной из примитивов; некоторые способы оптимизации вычислений молекулярных траекторий; пересмотр теоретических представлений о возникновении гравитофотофореза; развитие концепции влияния фотофоретических сил на аэрозольную стратификацию в атмосфере; применение фотофореза в области геоинженеринга, в проектах, целью которых является компенсация эффектов глобального потепления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-45-700008).

Список литературы

1. Cheremisin A. A. Transfer matrices and solution of the heat-mass transfer problem for aerosol clusters in a rarefied gas medium by the Monte Carlo method // Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2010. V. 25, I.3. P. 209–233.

### **Методы Монте-Карло для решения неизотропного уравнения диффузии**

*И. А. Шалимова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*Email: ias@osmf.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10102

В работе рассматривается первая краевая задача для нестационарного неизотропного уравнения диффузии. На основе функции Грина для шара, куба и эллипсоида построены алгоритмы блуждания по соответствующим областям. Проведено сравнение эффективности соответствующих алгоритмов. Построенный ранее [1, 2] алгоритм блуждания по сферам на основе приближенной теоремы о среднем для неизотропного уравнения диффузии в силу ограничений на значения коэффициентов диффузии не позволяет решать задачи с произвольным разбросом диффузионных коэффициентов. Последнее послужило причиной поиска новых эффективных алгоритмов метода Монте-Карло для решения указанных задач. С помощью построенных алгоритмов решена задача о вычислении интенсивности катодолюминесценции в кристаллах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00019).

Список литературы

1. Irina Shalimova, Karl K. Sabelfeld. A random walk on small spheres method for solving transient anisotropic diffusion problems, MCMA, 2019, V25, (3). doi.org/10.1515/mcma-2019-2047.

2. Irina Shalimova, Karl K. Sabelfeld. Random walk on spheres method for solving anisotropic drift-diffusion problems, MCMA, 2018, V24, (1), pp.43-54.

## Секция 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГЕОФИЗИКА

### О единственности разделения вихревых магнитных полей, создаваемых сферическими тороидальными токами, на тороидальную и полоидальную части

*В. В. Аксёнов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: Aksenov@omzg.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10103

Известная более ста лет классическая теорема Гельмгольца об отделении потенциального магнитного поля от вихревого по данным о нормальной компоненте суммарного поля на регулярной поверхности может быть обобщена на вихревые магнитные поля, создаваемыми тороидальными сферическими токами. Их разделение на тороидальную и полоидальную части также возможно по данным о нормальной компоненте на регулярной поверхности, но при заранее заданном условии, присущем тороидальному магнитному полю.

В докладе будет представлено доказательство этой новой теоремы – аналога известной теоремы Гельмгольца.

### Электродинамика несиловых электромагнитных полей

*В. В. Аксёнов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: Aksenov@omzg.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10104

Анализ известных более ста лет эффектов Van Vleuten (1902) и Larmora (1919) вызывает необходимость решать проблему определения пределов применимости на Земле стандартных уравнений электродинамики Максвелла в связи с существованием непотенциального электромагнитного поля вариаций в воздухе. Автор в 1968 г. столкнулся с этой проблемой, изучая названные выше эффекты при исследовании наблюдений в двух международных геофизических годах 1933 г. 1957/58 гг. и во всемирной магнитной съемке 1964/65 гг. Оказалось, что эти эффекты обязательно присутствуют в наблюдаемых данных. Тогда-то и пришлось решать проблему применимости стандартных уравнений Максвелла к естественным электромагнитным полям, наблюдаемым на Земле. Было доказано, что стандартные уравнения Максвелла абсолютно верны в технической физике и любых лабораторных экспериментах на Земле в связи с малыми значениями критерия подобия – магнитного числа Рейнольдса. В естественных электромагнитных полях из-за больших размеров источников при их сферичности критерий подобия Рейнольдса значительно больше единицы. Поэтому стандартные уравнения Максвелла нуждаются в некоторой корректировке. В докладе будут приведены доказательства необходимости такой корректировки и ее результаты.

### Восстановление скоростных характеристик среды в задаче сейсмоки на основе сплайнов

*В. В. Богданов<sup>1,2</sup>, Е. Ю. Деревцов<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет*

*Email: bogdanov@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10336

Тестируется методика описания особенностей структуры и состояния среды в сейсмически активных областях Земли по данным наблюдений сейсмологических станций Камчатки. Методика позволяет строить модели распределения продольных и поперечных волн в фокальной зоне и на их основе определять такие характеристики среды, как параметры упругости и деформации. В основе лежит многомерная аппроксимация сплайнами, позволяющая использовать данные о временах прохождения сейсмических волн от гипоцентров к станциям наблюдения, расположение которых нерегулярно, а также строить динамическую картину изменения среды, что может дать средства прогнозирования опасных или катастрофических природных явлений, таких как землетрясения или волны цунами.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект № 0314-2016-0013) и гранта РФФИ и ННИО (проект № 19-51-12008).

### **Онтологический подход к организации информационной поддержки исследований в активной сейсмологии**

*Л. П. Брагинская, А. П. Григорюк, В. В. Ковалевский*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: ludmila@opg.sscs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10369

В отличие от классической сейсмологии, в которой землетрясение является и предметом, и инструментом исследования, в активной сейсмологии в качестве источника сейсмических колебаний используются мощные управляемые сейсмические вибраторы [1]. Преимущества данного метода в получении надежных опорных данных различной детальности связаны с тем, что заранее известны точные параметры возбуждаемого сигнала, а эксперимент можно многократно повторять. В последние годы происходит интенсивное накопление информации по всем составляющим метода активной сейсмологии. Постоянный рост экспериментальных вычислительных и натуральных данных происходит за счет использования современных высокоточных научных инструментов и технологий. Для успешной интерпретации полученных данных зачастую необходимо иметь доступ не только к экспериментальным данным и средствам их обработки, но и к текстовым документам: статьям, отчетам, справочникам и т.п. В работе предложена организация информационной поддержки исследований за счет построения портала знаний предметной области. Концептуальным базисом информационной модели портала знаний является онтология предметной области "Активная сейсмология" [2]. Данный подход позволяет получить целостное представление о предметной области, систематизировать разнородные данные и средства их обработки без физического слияния информационных объектов.

#### Список литературы

1. Kovalevsky V.V., Glinsky B.M., Khairtdinov V.S., Fatyanov A.G., Karavaev D.A., Braginskaya L.P., Grigoryuk A.P., Tubanov T.A. Active vibromonitoring: experimental systems and fieldwork results. Active Geophysical Monitoring, 2-d edition, Elsevier, 2020 pp. 207–222. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-102684-7.00003-0>.
2. Ludmila Braginskaya, Valery Kovalevsky, Andrey Grigoryuk; Galina Zagorulko. Ontological approach to information support of investigations in active seismology. Computer Technology and Applications (RPC), 2017 Second Russia and Pacific Conference on Publication, Year: 2017, pp. 25–29. DOI: 10.1109/RPC.2017.8168060.

### **Tsunami waveforms inversion by the r-solutions method: discussion of the inevitable artifacts and the methodology to reduce them**

*T. A. Voronina*

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

*Email: vta@omzg.sscs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10105

In the previous studies, the author developed and analyzed an r-solution method for reconstructing a tsunami source in the form of a sea surface displacement. The tsunami source is reconstructed by solving the inverse problem using the remote measurements of the water-level data as input. The unknown source function is search for a truncated Fourier series of spatial harmonics supported in the source area. Using the truncated singular value decomposition (SVD), the r-solution method provides the control over the numerical instability inherent in the problem. As was shown in this study, one can determine the dimension of the subspace in which the solution will be stable by analyzing the structure of the right singular vectors of the matrix. Since the truncation of the solution space is an essential point of the proposed approach, the influence of this procedure on the reconstruction of each spatial harmonic was investigated. Based on the numerical experiments, the negative effect of the space truncation on the reconstruction of high-frequency harmonics is established, which manifests itself in the appearance of the artefacts. The number of the artefacts can be reduced by eliminating the certain number of high-frequency harmonics. However, a reasonable balance is important, that can be found by considering the projection values of all harmonics onto the selected subspace. The proposed method for finding these optimal inversion parameters is considered in the case of Illapel Tsunami 2015.

### **Применение модели Доровского для учета нефтенасыщенности продуктивного пласта**

*В. И. Голубев, А. В. Шевченко, И. Б. Петров*

*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)*

*Email: w.golubev@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10394

Для разработки новых методик сейсмической разведки активно применяется компьютерное моделирование. В связи с развитием высокопроизводительных вычислительных систем становится возможным использовать все более сложные математические модели, корректнее описывающие реальные физические процессы.

В настоящей работе для учета нефтенасыщенности продуктивного пласта использована двухконтинуальная модель Доровского [1], а вышележащий геологический массив описывается уравнениями линейной теории упругости [2]. Отличительной особенностью разработанного вычислительного алгоритма является явная постановка контактных условий между всеми слоями. Рассчитаны волновые поля и синтетические сейсмограммы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-01-00261.

#### Список литературы

1. Blokhin A. M., Dorovsky V. N. *Mathematical Modeling in the Theory of Multivelocity Continuum*. N. Y.: Nova Science Publishers Inc., 1995.
2. Годунов С. К. *Элементы механики сплошной среды*. М.: Наука, 1978.

### **Conformal invariance of the 1-point statistics of the zero-vorticity isolines for 2D vorticity fields**

*V. N. Grebenev<sup>1</sup>, M. Waclawczyk<sup>2</sup>, M. Oberlack<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of Computational Technologies SD RAS*

<sup>2</sup>*Institute of Geophysics, Faculty of Physics, University of Warsaw*

<sup>3</sup>*Chair of Fluid Dynamics, Department of Mechanical Engineering, TU Darmstadt*

*Email: vngrebenev@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10106

In [1], the conformal group (CG) action was conjectured in turbulence and its traces in the two-dimensional case were reviewed in [2]. Namely, there exists numerical evidence by Bernard et al in [3] that the zero-vorticity isolines  $x(l,t)$  for the 2D Euler equation with an external force on small scales and a uniform friction belong to the class of conformally invariant random curves. Then the CG invariance was derived in [4, 5] by a Lie group analysis for the 1-point pdf of the inviscid Lundgren-Monin-Novikov (LMN) equations for 2D vorticity fields and for the zero-vorticity characteristic  $X(t)$  of the first equation. The aim of the present work is to show the CG invariance of the 1-point statistics of the zero-vorticity isoline  $x(l,t)$  i.e. the CG invariance of the probability that a given line  $x(l,t)$  passes through the point of zero vorticity at the time  $t$ . With this, the LMN chain under an external force and uniform friction term is considered.

#### References

1. Polyakov A. M. The theory of turbulence in two dimensions // *Nuclear Phys. B*. 1993. V 396(2–3). P. 67–385.
2. Falkovich G. Conformal invariance in hydrodynamic turbulence // *Russian Math. Surveys*. 2007. V. 63. P. 497–510.
3. Bernard D., Boffetta G., Celani A., Falkovich G. Conformal invariance in two-dimensional turbulence // *Nature Physics*. 2006. V. 2(2). P. 124–128.
4. Grebenev V.N., Waclawczyk M., Oberlack M // Conformal invariance of the Lungren-Monin-Novikov equations for vorticity fields in 2D turbulence // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2017. V. 50. P. 435502–5520.
5. Grebenev V.N., Waclawczyk M., Oberlack M. Conformal invariance of the zero-vorticity Lagrangian path in 2D turbulence // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2019 doi.org/10.1088/1751-8121/ab2f61.

**Анализ данных виброрейсмического мониторинга Южного Прибайкалья***А. П. Григорюк, В. В. Ковалевский, Л. П. Брагинская**Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН**Email: and@opg.sscg.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10368

В последнее десятилетие в рамках проектов СО РАН и РФФИ выполнено исследование характеристик виброрейсмического поля мощного 100-тонного вибрационного сейсмического источника, расположенного на Южнобайкальском геодинамическом полигоне СО РАН. Регистрация виброрейсмических сигналов на региональных профилях протяженностью до 500 км осуществлялась малыми сейсмическими группами (антеннами) с трехкомпонентными сейсмоприемниками [1]. Также было проведено математическое моделирование полных волновых полей для двух скоростных моделей земной коры и получены теоретические сейсмограммы. Сравнение экспериментальных и теоретических сейсмограмм позволило верифицировать скоростные модели земной коры для юга Байкальской рифтовой зоны [2].

Для выделения вибрационных зондирующих сигналов и пространственной селекции приходящих волн на больших расстояниях, а также для визуализации и сравнения сейсмограмм использовалось специализированное программное обеспечение, разработанное в Лаборатории геофизической информатики ИВМиМГ СО РАН [3]. В работе рассматриваются некоторые алгоритмы и процедуры, лежащие в основе данного ПО, а также приводятся полученные результаты.

## Список литературы

1. Kovalevskiy V. Chimed O., Tubanov Ts., Braginskaya L., Grigoruk A., Fatyanov A. Vibroseismic sounding of the Earth's crust on the profile Baikal - Ulaanbaatar // Proceedings of the International Conference on Astronomy & Geophysics in Mongolia, 2017. P. 261–265.

2. Ковалевский В.В., Фатьянов А.Г., Караваев Д.А., Брагинская Л.П., Григорюк А.П., Мордвинова В.В., Тубанов Ц.А., Базаров А.Д. Исследование и верификация скоростных моделей земной коры методами математического моделирования и активной сейсмологии // Геодинамика и тектонофизика. 2019;10(3):569–583.

3. Ковалевский В.В., Григорюк А.П., Брагинская Л.П. Обработка и анализ сигналов при виброрейсмическом мониторинге // В книге: Марчуковские научные чтения–2019. Тезисы Международной конференции. 2019. С. 128–129.

**Северокорейские ядерные испытания 2006–2017 гг.: сейсмические наблюдения***А. А. Добрынина**Институт земной коры СО РАН**Геологический институт СО РАН**Email: dobrynina@crust.irk.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10970

В течение 2006–2017 гг. на территории Корейской Народной Демократической Республики на ядерном полигоне Пунге Ри была произведена серия из 6 подземных ядерных испытаний мощностью от 0.7 до 400 кт [1]. События были зарегистрированы глобальными и региональными сетями сейсмических станций. В работе изучались характеристики излучения сейсмических волн при взрывах и оценки их возможных вариаций. Частотный состав Р-волн показывает значительные вариации – от 0.20 до 6.09 Гц, излучение волн Рэля происходит в достаточно широком диапазоне от 0.03 до 0.45 Гц. Для обоих типов волн наблюдается убывание частот с расстоянием по степенному закону. Отмечается увеличение вклада поверхностных волн в общее сейсмическое излучение с ростом мощности взрыва. Наблюдается также тренд к понижению частоты колебаний Р-волн с ростом энергии взрыва. Анализ пространственного распределения пиковых частот показал, что для области континентального массива характерны высокие и средние значения частот, а в переходной зоне между океанической и континентальной корой наблюдаются низкие частоты сейсмических волн. По сейсмологическим данным проведена оценка размеров очага термоядерного взрыва 2017 г. и области связанных с ним деформаций горного массива, полученные результаты хорошо согласуются с размерами области обрушения и максимальных деформаций, установленных ранее по геодезическим данным [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-45-388049).

## Список литературы

1. Gaebler P., Ceranna L., Nooshiri N., Barth A., Cesca S., Frei M., Grünberg I., Hartmann G., Koch K., Pilger C., Ross J. O., and Dahm T. A multi-technology analysis of the 2017 North Korean nuclear test // *Solid Earth*. 2019. 10. P. 59–78. <https://doi.org/10.5194/se-10-59-2019>.
2. Wang T., Shi Q., Nikkhoo M., Wei S., Barbot S., Dreger D., Bürgmann R., Motagh M., Chen Q.F. The rise, collapse, and compaction of Mt. Mantap from the 3 September 2017 North Korean nuclear test // *Science*. 2018. V. 361, iss. 6398. P. 166–170. DOI: 10.1126/science.aar7230.

**Сравнение узлового и векторного МКЭ для решения трехмерных задач индукционного каротажа**

*П. А. Домников, Ю. И. Кошкина*

*Новосибирский государственный технический университет*

*Email: p\_domnikov@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10374

Выполнена конечноэлементная аппроксимация задачи моделирования гармонического по времени трехмерного электромагнитного поля, возбуждаемого катушкой каротажного прибора в скважине, проходящей через разлом геоэлектрической среды [1]. Применялось несколько вариантов применения метода конечных элементов с использованием узловых и векторных базисных функций [2]. Было произведено сравнение точности и вычислительных затрат для рассмотренных способов конечноэлементной аппроксимации. Для решения конечноэлементных систем линейных алгебраических уравнений применялись прямые и итерационные методы [3] с модификациями, разработанными авторами.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-10068).

## Список литературы

1. Soloveichik Y.G., M.G. Persova, P.A. Domnikov, Y.I. Koshkina, D.V. Vagin. Finite-element solution to multidimensional multisource electromagnetic problems in the frequency domain using non-conforming meshes // *Geophysical Journal International*. - 2018. - Vol. 212, iss. 3. P. 2159–2193.
2. Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач : учеб. пособие : Сер.: Учебники НГТУ, 2007. 896 с.
3. Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. – SIAM, 2003.

**Анализ магнитотеллурических данных методом истокообразной аппроксимации**

*О. Б. Забиякова<sup>1</sup>, П. Н. Александров<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Научная станция РАН в г. Бишкеке, Киргизия*

<sup>2</sup>*Центр геоэлектромагнитных исследований Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН*

*Email: perah.92@inbox.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10108

Метод истокообразной аппроксимации заключается в аппроксимации наблюдаемого электромагнитного поля решением соответствующей прямой задачи для модели проводящего полупространства с включенным в него элементарным объемом избыточной электропроводности [1]. Вычисляемые для каждого местоположения элементарного объема коэффициент аппроксимации и дисперсия аппроксимации могут рассматриваться как функции местоположения элементарного объема и позволяют делать выводы о местоположении неоднородностей в геологической среде [1, 2]. В [2] метод истокообразной аппроксимации был апробирован на данных вертикального электрического зондирования (ВЭЗ). В данной работе рассмотрена возможность применения метода истокообразной аппроксимации к интерпретации данных магнитотеллурического зондирования (МТ-данных). Показано, что результаты истокообразной аппроксимации МТ-данных, обладающие геометрическим смыслом, позволяют определять первоначальное приближение при решении соответствующей некорректной обратной задачи магнитотеллурического зондирования и, таким образом, снижать размерность ее решения.

Работа выполнена в рамках государственного задания НС РАН (тема АААА-А19-119020190063-2) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 20-05-00475).

## Список литературы

1. Александров П.Н., Александров А.Н. Истокообразная аппроксимация в задачах сейсморазведки и электроразведки // Тезисы докладов IX ежегодной Международной конференции и выставки "Гальперинские чтения 2009". Москва, ЦГЭ, 27–30 октября 2009. С. 58–61.
2. Александров П.Н., Монахов С.Ю. Истокообразная аппроксимация в трехмерных обратных задачах электроразведки // Недра Поволжья и Прикаспия. № 80. 2014. С. 35–45.

**Исследование волновых полей в структурно неоднородном геологическом массиве**

*М. В. Зарецкая*

*Кубанский государственный университет*

*Email: zarmv@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10109

Одной из сейсмогенерирующих структур, ответственных за реализацию сейсмического потенциала региона, являются крупнейшие вертикальные разломы в недрах, рифтовые зоны, на которых, как правило, располагаются очаги землетрясений, широко распространенные на территории Краснодарского края, Северного Кавказа и России в целом. Для исследования сейсмо-акустических волновых процессов и резонансного поведения таких структур могут применяться две модели геологической среды. В первом случае рассматриваются установившиеся колебания упругой полуограниченной среды с вертикально ориентированными неоднородностями (трещинами или включениями) под действием поверхностных нагрузок. Во втором – полубесконечные пластины с прямолинейными границами, параллельными друг другу, на деформируемом трехмерном основании. Сложность процессов, протекающих в структурированной геофизической среде, блоки которой являются разномасштабными и разнотипными, требует применения топологического математического аппарата [1, 2]. Основными этапами исследования являются математическое описание выбранной модели, построение блочных элементов описанной блочной структуры, вывод функциональных и псевдодифференциальных уравнений, их анализ, получение интегральных уравнений контактных задач, их решение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00145).

## Список литературы

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Zaretskaya M.V., Gorshkova E.M., Mukhin A.S., Gladskoi I.B. Origin of Starting Earthquakes under Complete Coupling of the Lithosphere Plates and a Base // Doklady Physics. 2018. Volume 63. Issue 2. P. 70–75.
2. Павлова А.В., Капустин М.С., Зарецкая М.В., Телятников И.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния неоднородных геоматериалов при вибрационных воздействиях // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2018. № 4. С. 48–54.

**Об одной модели оценки техногенной сейсмичности**

*М. В. Зарецкая<sup>1</sup>, В. В. Лозовой<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Кубанский государственный университет*

*<sup>2</sup>Южный научный центр РАН*

*Email: zarmv@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10110

Изучение причин возникновения сильных сейсмических событий на территории Краснодарского края позволило установить связь между интенсивной эксплуатацией месторождений углеводородного сырья и уровнем сейсмичности территории. Для оценки риска активизация сейсмических процессов в областях интенсивной нефтедобычи и развития системы превентивных мер для снижения риска возникновения техногенного землетрясения предложен подход, включающий в себя два этапа. На первом этапе оценивается естественная напряженность среды. Тектоническая плита моделируется слоем, на верхнюю поверхность которого воздействует распределенная нагрузка, моделирующая техногенное воздействие, на нижнее основание – нагрузка, моделирующая воздействие среды астеносферы. На втором этапе исследуется изменение фоновой (естественной) напряженности земной коры и проблема сводится к решению задачи о вибрации жестко сцепленного с недеформируемым основанием упругого

слоя под воздействием совокупности заглубленных горизонтальных включений и поверхностной нагрузки. Сложность сформулированной задачи определяет подходы к ее решению – оценка напряженно-деформированного состояния разномасштабной, разнотипной геологической среды под действием внешних и внутренних нагрузок делает необходимым привлечение математического аппарата, основанного на топологическом подходе: теорию блочных структур и метод блочного элемента [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и администрации Краснодарского края (код проекта 19-41-230002).

#### Список литературы

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Горшкова Е.М., Зарецкая М.В., Мухин А.С., Павлова А.В. О конвергентных свойствах блочных элементов // Доклады академии наук. 2015. Т. 465, № 3. С. 298–301
2. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Горшкова Е.М., Зарецкая М.В., Павлова А.В., Телятников И.С. Исследование поведения структурно неоднородных сред с изменяющимися свойствами // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества. 2013. № 3. С. 5–11.

### **Method for seismogravimetric elaboration of seismic data of heterogeneous surfaces**

*V. A. Kochnev*

*Institute of Computational Modeling SB RAS*

*Email: kochnev@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10111

This paper discusses seismogravimetric method of analysis of seismic data aimed at elaboration of seismic data obtained for complex surface seismogeological conditions. It uses detailed precision gravimetric observations being used to solve inverse gravimetry problem and obtain density estimates for upper crosssections, transition from density to wave propagation velocity and accounts for seismic waves delays on heterogeneous parts of crosssections. These are used in refinement algorithms to obtain temporal and spatial 2D and 3D sections. This method has great usefulness for complex surface conditions of Eastern Siberia.

#### References

1. Bychkov, S., Mityunina I. Y. 2015. Near-surface correction on seismic and gravity data// J. of Earth Science December. Volume 26. P. 851–857.
2. Setiyono, K., Gallo, S., Boulanger C. 2014. Near surface velocity model of the Dukhan field from microgravity and resistivity to enhance PSDM seismic imaging. 76th EAGE Conference and Exhibition. Amsterdam. 1-5.
3. Kochnev V.A., Goz I.V. Uses of gravitometry and magnetometry in interpreting seismic data // Geofizika, 2008, № 4, p. 28–33.
4. Kochnev V.A., Goz I.V., Polyakov V.S. Method of calculating density and velocity models and static corrections based on gravimetric data // Geofizika, 2014, № 1, c. 2–7.

### **Численное моделирование нестационарного сопряженного конвективного теплообмена в вертикальных плоском и цилиндрическом каналах после внезапного нагрева дна**

*К. А. Митин, А. В. Митина, В. С. Бердников*

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН*

*Email: mitin@ngs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10112

Среди геодинамических систем, в которых возникают течения из-за подогрева снизу, важное место занимают вулканы и кимберлитовые трубки [1–2]. Хорошо разработанных теплофизических моделей вулканов и кимберлитовых трубок до настоящего времени нет [2–3]. Нестационарный сопряженный свободно-конвективный теплообмен в вертикальном канале, заполненном жидкостью, с массивными стенками конечной теплопроводности после внезапного нагрева дна может служить простейшей моделью таких природных систем как вулканы. Получить данные о распределении нестационарного поля температуры внутри твердых стенок при проведении физического моделирования крайне сложно. В работе представлены результаты численного моделирования, позволяющего изучить эволюцию во времени полей температуры в жидкости и в окружающем твердом теле.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00707 а).

## Список литературы

1. Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. Геологические приложения физики сплошных сред. М.: Мир, 1985. Т. 2. 731 с.
2. Добрецов Н.Л. Основы тектоники и геодинамики : Учеб. пособие. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2011. 492 с.
3. Бердников В.С., Митин К.А., Митина А.В. Развитие термогравитационной конвекции в плоском вертикальном слое жидкости после внезапного нагрева дна // Труды 7-й Российской национальной конференции по теплообмену: в 3 томах (22–26 октября 2018 г., Москва). Т. 1. М.: ИД МЭИ, 2018. С. 302-305.

**Глубинная модель образования многокольцевых структур в рельефе Земли**

*А. В. Михеева*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: anna@omzg.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10113

Применяемая для объяснения формирования закратерных колец модель "гофрированной неустойчивости ударно-взрывной волны" [1, 2] предполагает, что возбуждаемая на неоднородностях среды поперечная волна разрежения распространяется вдоль окружностей (параллельных фронту ударной волны), а длина ее  $\lambda$  определяется условием резонанса на контуре кратера. Однако эта модель не учитывает существенного ослабления волны разрежения (в результате преломления) по сравнению с взрывной волной сжатия, передающей основную энергию в радиальном направлении от источника. Интенсивное дробление поверхностных пород логичнее объяснить воздействием первичной волны сжатия, если она распространяется от заглубленного источника (камуфлетного взрыва) и, достигая поверхности, вызывает быстрое расширение сжатых пород на свободной границе [3] (образуя так называемые трещины "откола"). Расчеты автора показывают, что образование кольцевых откольных трещин может происходить на всех диаметрах, кратных диаметру  $D$  видимого на поверхности кратера (как это наблюдается в реальных многокольцевых структурах), если длина волны сжатия  $\lambda$  укладывается целое число раз ( $n$ ) на луче своего распространения до первого кольца на поверхности Земли. Для полученного при этих условиях выражения для  $\lambda(n, D)$  можно рассчитать глубину источника  $H(n, D)$  и оценить минимальную глубину возможного проникания ударника – источника взрыва  $H_{\min} = 0,975 D$ .

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0005).

## Список литературы

1. Зейлик Б.С., Мурзадилов Т.Д. Образование многокольцевых структур при космогенных взрывах и прогнозирование месторождений углеводородов // Нефть и газ. Алматы, 2011. №5 (65). С. 105–122.
2. Mikheeva A.V., Saveliev B.N. A technique of searching for ancient meteorite craters by behind-crater rings and other secondary signs inherited in the landscape // Bulletin of NCC, Math. Model. in Geophys. 2019. V. 21. С. 55–67.
3. Покровский Г.И. Взрыв. Л.: Недра, 1980. 192 с.

**Использование данных инструментальных наблюдений в исследовании напряженно-деформированного состояния геологических структур**

*А. С. Мухин<sup>1</sup>, А. В. Павлова<sup>1</sup>, И. С. Телятников<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Кубанский государственный университет*

<sup>2</sup>*Южный научный центр РАН*

*Email: pavlova@math.kubsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10119

Развитие метода блочного элемента [1] в качестве аппарата исследования напряженно-деформированного состояния геологических структур нуждается в надежных методах идентификации разломов (определения их расположения и условий сопряжения литосферных отдельных частей в областях контакта).

В работе проведен анализ экспериментальных данных, полученных с помощью наклономера [1]. Обнаруженные закономерности, связывающие изменение наклона участка литосферной плиты в дальней зоне с наличием структурных границ, позволили предложить модель блочной структуры коры

Земли для региона. Использование данных о местонахождении и типах сопряжения блоков позволят исследовать напряженно-деформированное состояние коровых структур методом блочного элемента.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00124).

Список литературы

1. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. К теории блочного элемента // ДАН. 2009. Т. 427, № 2. С. 183–187.
2. Мухин А.С., Павлова А.В., Телятников И.С. К методам исследования блочных литосферных структур // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2017. № 1. С. 65–73.

### **Моделирование упругих волновых процессов в задачах изучения поведения искусственных ледовых островов**

*И. Б. Петров, Ф. И. Сергеев, М. В. Муратов*  
*Московский физико-технический институт*  
*Email: sergeev.fi@phystech.edu*  
 DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10256

Для добычи полезных ископаемых в условиях Арктики используются искусственно наращенные ледовые острова. Они представляют собой дешевую и экологичную альтернативу обычным буровым платформам, таким образом отлично подходят для разведочного бурения в мелководных районах. Актуальной проблемой для безопасности сооружений и персонала на поверхности ледового острова является его разрушение вследствие бурения и сейсмической активности [1]. Волновые процессы, возникающие вследствие бурения и землетрясений, оказывают влияние и на отклики при сейсмической разведке.

В данной работе рассматривается численное моделирование распространения упругих волн в ледовом острове при сейсмической разведке и сейсмической активности для двумерного случая. Лед и грунт считаются линейно-упругими гетерогенными средами, а вода – идеальной жидкостью. В качестве источников упругих волн рассматривается точечный источник Рикера на поверхности и на глубине 10 м, а также плоская волна, идущая вертикально вверх. Для расчетов используется сеточно-характеристический метод [2, 3] на регулярных прямоугольных сетках со схемой Русанова третьего порядка аппроксимации [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00023).

Список литературы

1. Петров И. Б. Проблемы моделирования природных и антропогенных процессов в Арктической зоне Российской Федерации // Математическое моделирование. 2018. Т. 30, № 7. С. 103–136.
2. Фаворская А. В., Петров И. Б., Петров Д. И., Хохлов Н. И. Численное моделирование волновых процессов в слоистых средах в условиях Арктики // Математическое моделирование. 2015. Т. 27, № 11. С. 63–75.
3. Фаворская А. В., Петров И. Б., Голубев В. И., Хохлов Н. И., Численное моделирование сеточно-характеристическим методом воздействия землетрясений на сооружения // Математическое моделирование. 2015. Т. 27, № 12. С. 109–120.
4. А. С. Холодов, Я. А. Холодов, О критериях монотонности разностных схем для уравнений гиперболического типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2006. Т. 46, № 9. С. 1638–1667.

### **Diffuse interface approach for the modeling of wavefields in saturated porous medium**

*G. Reshetova<sup>1</sup>, E. Romenski<sup>2</sup>*  
<sup>1</sup>*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*  
<sup>2</sup>*Sobolev Institute of Mathematics SB RAS*  
*Email: kgv@nmsf.ssc.ru*  
 DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10114

Modeling of processes in saturated porous media is a very important area of research with numerous applications in applied problems. One of the important applications of this theory is the study of seismic energy attenuation and estimation of frequency-dependent effective parameters in digital core samples.

A multiphase model obtained with a diffuse interface approach is discussed for the simulation of compressible fluid flow in an elastic porous medium. The proposed model is an extension of the unified model of continuum mechanics proposed in [1, 2]. The derivation is based on the theory of thermodynamically compatible systems and on the model of nonlinear elastoplasticity combined with the multiphase compressible flow model [3]. Two types of phase interaction are introduced in the model: phase pressure relaxation to the common value and interfacial friction. For the numerical solution, an efficient numerical method based on a staggered-grid finite difference high order scheme is used. The results of the numerical test problems are presented and discussed.

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research under grant 19-01-00347.

#### References

1. Dumbser, M., Peshkov, I., Romenski, E., Zanotti, O. High order ADER schemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: Viscous heat-conducting fluids and elastic solids // *J. of Computational Physics*. 2016. Vol. 314, P. 824-862.
2. Dumbser, M., Peshkov, I., Romenski, E., Zanotti, O. High order ADER schemes for a unified first order hyperbolic formulation of Newtonian continuum mechanics coupled with electro-dynamics // *J. of Computational Physics*. 2017. Vol. 348, P. 298-342.
3. Romenski, E., Belozerov, A.A., Peshkov, I.M. Conservative formulation for compressible multiphase flows // *Quarterly of Applied Mathematics*. 2016. Vol. 74(1), P. 113-136.
4. Reshetova, G., Romenski, E. Two-phase computational model for wave propagation in deforming saturated porous medium // *Conference Proceeding of 81st EAGE Conference and Exhibition*. 2019. P. 1-4.

#### **Результаты численного моделирования виброрейсмического просвечивания вулканических структур при подъеме магмы**

*А. Ф. Сапетина<sup>1,2</sup>, Б. М. Глинский<sup>1,2</sup>, В. Н. Мартынов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: afsapetina@gmail.com*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10115*

Рассмотрен подход к созданию метода мониторинга вулканических структур на основе моделирования процесса виброрейсмического просвечивания вулканических структур с применением динамической теории упругости [1]. Разработан метод решения, параллельный алгоритм и комплекс программ на основе конечно-разностного подхода вкупе с поглощающими границами вида PML. Рассмотрены различные вариации приближенной модели магматического стратовулкана и процесс подъема магмы в жерле вулкана перед извержением, проведены численные расчеты. Рассчитанное сейсмическое поле внутри вулканической постройки имеет сложную структуру, зависящую от геометрии исследуемых объектов и их реологических характеристик. На основании проведенных исследований делается вывод о возможности мониторинга вулканов этих типов с применением прецизионных виброрейсмических источников и сейсмических систем наблюдений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00231, 19-07-00085).

#### Список литературы

1. Мартынов В.Н., Глинский Б.М., Караваев Д.А., Сапетина А.Ф. Моделирование виброрейсмического мониторинга вулканических структур // *Интерэкспо ГЕО-Сибирь*. Новосибирск: СГУГиТ, 2018. Т.4, № 2. С. 122–132.

**Приливные воздействия и каскад механической энергии**

И. Н. Сибгатуллин<sup>1,2</sup>, Д. А. Рязанов<sup>2</sup>, К. А. Ватулин<sup>2</sup>, Е. В. Ерманюк<sup>3</sup>, Т. Доксуа<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт океанологии РАН им. П. П. Шириова

<sup>2</sup>Институт системного программирования РАН им. В. П. Иванникова

<sup>3</sup>Институт гидродинамики СО РАН им. М. А. Лаврентьева

<sup>4</sup>Высшая нормальная школа Лиона (ENS de Lyon), Франция

Email: [ilias.sibgat@gmail.com](mailto:ilias.sibgat@gmail.com)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10116

По сравнению с атмосферой, мировому Океану труднее сопоставить классическую тепловую машину: для меридионального потока тепла и глубоководной циркуляции необходимо механическое воздействие. В свою очередь, замыкание меридиональной циркуляции зависит от каскада механической энергии в толще океана и его влияния на вертикальное перемешивание. В связи с этим изучение каскада механической энергии от крупномасштабных приливных воздействий к мелкомасштабным внутренним волновым движениям и перемешиванию приобретает особую важность. В наших работах предлагаются простые модели для изучения основных механизмов каскадов неустойчивостей, как прямых, так и обратных, в стратифицированных или вращающихся объемах жидкостей. При этом учитываются особые свойства распространения пучков внутренних и инерционных волн: при отражении от наклонных поверхностей сохраняется угол пучка к вертикали, а не к нормали к поверхности. В результате после отражения может возникнуть фокусировка или расфокусировка пучков волн. Лео Маасом было показано, что в замкнутых геометриях при постоянной монохроматической накачке фокусировка превалирует над расфокусировкой и в общем случае возникают замкнутые траектории, к которым сходятся пучки волн – волновые аттракторы. Также были проведены оценки, что для характерной орोगрафии океанского дна в плоской задаче на каждую тысячу километров приходится около десяти аттракторов. С прикладной точки зрения наиболее интересны турбулентные режимы, наблюдаемые в Океане. Мы впервые экспериментально и численно показали, что при умеренных амплитудах воздействия в модельных задачах о динамике стратифицированной жидкости в бассейне с наклонным дном переход к турбулентным режимам происходит через каскад триадных взаимодействий [1, 2]. При больших амплитудах на фоне накачки энергии в аттрактор наблюдаются явления опрокидывания внутренних волн, приводящие к интенсивному вертикальному перемешиванию. С другой стороны, во вращающихся слоях жидкости с увеличением амплитуды внешнего воздействия на фоне мелкомасштабной турбулентности наблюдается обратный каскад, приводящий к азимутальной циркуляции крупных вихревых структур, для которой проводится сопоставление с волнами Россби.

Работа ведется при поддержке грантов Российского научного фонда 19-11-00169, Российского фонда фундаментальных исследований 17-07-01391.

**Список литературы**

1. Сибгатуллин И. Н., Ерманюк Е. В. Аттракторы внутренних и инерционных волн (обзор) // Прикладная механика и техническая физика. 2019. № 2. С. 113–136.
2. Ilias Sibgatullin, Evgeny Ermanyuk, Leo Maas, Xu Xiulin, and Thierry Dauxois. Direct numerical simulation of three-dimensional inertial wave attractors // IEEE Conference Proceedings. 2017. P. 17526262.
3. C. Brouzet, E. V. Ermanyuk, S. Joubaud, I. Sibgatullin, and T. Dauxois. Energy cascade in internal-wave attractors // Europhysics Letters. 2016. Vol. 113, no. 4. P. 44001.

**Опыт применения вариационных сеточных методов в задачах геологического картирования**

А. Н. Сидоров, А. А. Сидоров

Научно-аналитический центр рационального недропользования им. В. И. Шпилемана

Email: [sidorov@crru.ru](mailto:sidorov@crru.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10117

В основе решения многих геологических задач, таких как прогноз нефтегазоносности, поиск и разведка месторождений углеводородов, подсчет запасов, лежит анализ цифровых моделей строения и свойств осадочного чехла. Совершенствование вычислительной техники задает два главных направления развития методов построения геологических моделей: детализация с целью наиболее полного приближения модели имеющемуся объему исходных данных и расширение с целью выявления региональных особенностей геологического строения. Оба направления подразумевают использование

комплексной информации, т. е. как прямых измерений картируемого параметра, так и косвенных данных, связанных с ним определенными соотношениями.

Задача формулируется в вариационной постановке с требованием минимума квадратичного функционала. Решение происходит методом конечных элементов с использованием в качестве базисных функций бикубических В-сплайнов. Возможности вариационного метода картирования показаны на примере построения цифровых геологических моделей по территории Западной Сибири.

### **Аналитический анализ длиннопериодных сейсмогравитационных процессов: новые вызовы в сейсмологии**

Л. Е. Собисевич<sup>1</sup>, А. Г. Фатьянов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт физики Земли РАН

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: fat@nmsf.sccc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10330

В последнее время в периоды формирования очаговых структур крупных сейсмических событий и в момент начала землетрясения (главного толчка) современные обсерваторские информационно-измерительные системы фиксируют "мгновенное" длиннопериодное сейсмогравитационное возмущение, предвещающее Р-волны в точке наблюдения [1]. В то же время известно, что для классических упругих сред никакого сигнала, предшествующего прямым Р-волнам, быть не может. Данный парадокс ряд французских и американских авторов [2] объясняют возникновением гравитационных волн, распространяющихся со скоростью, близкой к скорости света. Другие исследователи [3] считают слабо обоснованной предложенную в [2] технологию выделения сейсмогравитационного процесса. Однако сам факт возможности регистрации сигналов, предшествующих прямым сейсмическим волнам, не отрицается [3].

В данной работе дано объяснение этого парадокса в рамках известных моделей сейсмогравитации, в параметры которых скорость света не входит [4].

Список литературы

1. Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Канониди К.Х. УНЧ возмущения в вариациях магнитного поля Земли (результаты обсерваторских наблюдений). М.: ИФЗ РАН, 2019. 224 с.
2. Vallee M., Ampuero J.P., Juhel K., Bernard P., Montagner J.-P., Barsuglia M. Science Journal. 2017. Vol. 358. P. 1164–1168.
3. Kimura M, Kame N, Watada S, Ohtani M, Araya A, Imanishi Y, Ando M, Kunugi T (2019). Planets Space 71:27. <https://doi.org/10.1186/s40623-019-1006-x>.
4. Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Фатьянов А.Г. Длиннопериодные сейсмогравитационные процессы в литосфере. М.: ИФЗ РАН, 2020. 228 с.

### **Численное решение задачи контактного взаимодействия в моделях с газовыми полостями**

П. В. Стогний<sup>1</sup>, Н. И. Хохлов<sup>1,2</sup>, И. Б. Петров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт системных исследований РАН

Email: k\_h@inbox.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10164

Геологические среды Арктического шельфа, в которых расположены огромные запасы углеводородов, часто содержат газовые полости [1]. Газовые полости существенно влияют на результаты сейсморазведочных работ, поэтому их важно учитывать при построении геологических моделей Арктического региона.

Ранее авторами данной работы было проведено исследование по изучению распространения газа в пространстве с течением времени для двумерных и трехмерных моделей, в которых гетерогенная среда считалась методом сквозного счета без учета особых контактных условий между средами [2]. В данной работе представлены результаты численного моделирования распространения сейсмических волн в моделях с газонасыщенными полостями с учетом контактного взаимодействия различных геологических слоев. Приводятся результаты численного моделирования – волновые картины и сейсмо-

граммы. Проводится сравнительный анализ методов расчета моделей геологических сред с газовыми полостями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-07-00366.

#### Список литературы

1. I. V. Petrov. Problems of simulation of natural and anthropogenous processes in the Arctic zone of the Russian Federation. *Matem. Mod.*, 30:7 (2018), 103–136.
2. Stognii P. V., Khokhlov N. I., Petrov I. B. Numerical modelling of wave processes in multilayered media with gas-containing layers: the comparison of 2D and 3D models. 2019. *Doklady Akademii nauk*, 489(4):351-354.

### **Математическое моделирование показаний зонда с тороидальными катушками. Анизотропный случай среды**

*И. В. Суродина*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН*

*Email: sur@ommfao1.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10118

Одной из актуальнейших проблем современной промышленной геофизики является создание новых методов исследования верхней части земной коры, обладающих высоким пространственным разрешением. Существующие подходы к изучению осадочных горных пород не позволяют в полной мере извлечь важную информацию о строении земной коры, такую как коэффициент электрической анизотропии, точная вертикальная дифференциация геоэлектрических объектов и границ, надежное выявление подводных пластов различного геологического строения.

Повышение точности и достоверности результатов интерпретации электромагнитных сигналов возможно с использованием новых источников электромагнитного поля, например кругового магнитного тока. Круговой магнитный ток, иначе тороидальный источник, возбуждает в среде вертикальные токи, чувствительные к разного рода вертикальным неоднородностям. В последние годы в ИНГГ СО РАН совместно с НПО "Луч" ведется работа по созданию приборов такого типа.

В данной работе рассматривается математическое моделирование электромагнитных откликов такого прибора в осесимметричных и в произвольных анизотропных средах, выполненное с помощью конечно-разностного метода. Проведено тестирование алгоритмов и численные расчеты, позволяющие промоделировать реалистичные модели геологических сред.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-05-00595).

### **Численные характеристики волновых полей в зонах тектонических разломов**

*М. С. Хайретдинов<sup>1,2</sup>, В. В. Ковалевский<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет*

*Email: marat@opg.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10355

Зоны тектонических разломов, обусловленных землетрясениями, представляют большой интерес для изучения как объект с сильно выраженной неоднородностью и анизотропией [1], роль которых является определяющей при изучении механических характеристик среды в виде тензоров напряжения и деформации, а также характеристик волновых полей, проходящих через подобные среды. В работе изучаются характеристики, связанные с пространственными спектрально-корреляционными параметрами сейсмических волн, их фрактальные особенности. Рассматриваются характеристики затухания волн из-за явления поглощения, а также характеристики нелинейности распространения волн в разломных зонах. Изучение таких характеристик представляет интерес для проблемы сейсмического мониторинга Байкальской рифтовой зоны и других задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-07-00861-а).

## Список литературы

1. Гольдин С. В. Сейсмические волны в анизотропных средах. Новосибирск, изд. СО РАН, 2008.

**Моделирование двухслойной конвекции в мантии Земли**

*В. В. Червов*

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН*

*Email: elixirexp@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10120

Мантия Земли рассматривается как высоковязкая несжимаемая жидкость, для описания течения которой привлекаются уравнения Навье – Стокса в приближении Обербека – Буссинеска и геодинамическом приближении. Эффективным методом исследования конвективных процессов в мантии Земли является математическое моделирование. В настоящей работе представлена основанная на неявной реализации метода искусственной сжимаемости численная модель конвекции в сферической системе координат. На основе построенной численной модели проанализировано влияние конвективных течений в мантии Земли на континентальную литосферу.

Показано, что в случае общемантийной конвекции воздействие конвективных потоков на литосферную плиту в несколько раз превосходят силы, возникающие при двухслойной конвекции. В случае воздействия на континентальную плиту верхнемантийной конвективной ячейки вертикальные силы порождают прогибы и возвышенности на континентальной платформе, сопоставимые с наблюдаемыми на планете: величина депрессий и возвышенностей находится в пределах 1000 м. Для общемантийной однослойной конвекции этот показатель в 5–6 раз больше, что противоречит геолого-геофизическим данным. Таким образом, сделана попытка доказать, что теория однослойной общемантийной конвекции несостоятельна.

Работа выполнена с применением MPI-технологий с привлечением ЭВМ Сибирского суперкомпьютерного центра ИВМиМГ СО РАН под управлением кластера НКС-1П и гибридного кластера НКС-30T + GPU.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН №44 и Программы президиума РАН ААА-А18-118021490041-5.

**Численное моделирование данных ЗСБ в разломных зонах**

*Н. В. Штабель, Н. Н. Неведрова*

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН им. А. А. Трофимука*

*Email: orlovskayanv@ipgg.sbras.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10121

Исследование недр с помощью метода становления поля в ближней зоне (ЗСБ), как правило, ведется по профилям, состоящим из точек измерения. Точки измерения при этом могут располагаться на достаточном удалении друг от друга. Интерпретация таких данных подразумевает применение методов одномерной инверсии и построение модели в окрестности точки измерения. При таком подходе возникает проблема стыковки геоэлектрических моделей, полученных для соседних точек измерения, между собой.

В работе проведено трехмерное нестационарное математическое моделирование электрического поля для соосных петель, используемых в ЗСБ, в областях с выраженными вертикальными разломами и наклонными границами с целью оценить влияние присутствия разломов на данные ЗСБ и выявить характерные особенности кривых ЭДС в разломной зоне.

Работа выполнена при поддержке проекта ФНИ № 0331-2019-0015 "Реалистичные теоретические модели и программно-методическое обеспечение геоэлектрики гетерогенных геологических сред".

### **Применение неконформных методов для решения задачи движения вязкой жидкости в трещиновато-пористой упругопластичной среде**

Э. П. Шурина<sup>1,2</sup>, Н. Б. Иткина<sup>2</sup>, А. Ю. Кутищева<sup>1,2</sup>, С. И. Марков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

Email: shurina@online.sinor.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10123

Для описания процесса просачивания флюида в пористую трещиноватую среду с учетом движения флюида в трещинах и кавернах используется модель Навье – Стокса – Дарси с межинтерфейсными условиями Бивера – Джозефа – Саффмана. Математическая модель процесса деформации пористой трещиноватой среды представлена в виде краевой задачи упругой деформации твердого тела с включениями со специальными условиями на внешних и интерфейсных границах. Для решения проблемы математического моделирования процесса движения жидкости в трещиновато-пористой деформируемой среде реализован специальный итерационный алгоритм. Вычислительная схема решения задачи просачивания реализована на базе неконформного DG-метода в IP-постановке с оригинальными лифтинг-операторами на тетраэдральных конечных элементах. Для решения задачи упругой деформации твердого тела с включениями реализована оригинальная вычислительная схема на базе модифицированного многомасштабного метода конечных элементов, гетерогенного многомасштабного метода и расширенного метода конечных элементов на полиэдрах с внутренним тетраэдральным разбиением. Для построения многомасштабных базисных функций использовался иерархический базис первого порядка в пространстве  $H^1$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы № 2 фундаментальных исследований Президиума РАН "Механизмы обеспечения отказоустойчивости современных высокопроизводительных и высоконадежных вычислений", комплексной программы фундаментальных исследований СО РАН "Междисциплинарные интеграционные исследования".

### **Свойства дискретных аналогов смешанных вариационных постановок для решения задачи Дарси на базе DG-метода**

Э. П. Шурина<sup>1,2</sup>, Н. Б. Иткина<sup>2</sup>, С. А. Трофимова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

Email: shurina@online.sinor.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10122

При моделировании процессов, связанных с разработкой месторождений углеводородов, возникает класс задач, которые не предусматривают определения явного поведения давления на границе области моделирования, однако задают поведение нормальной компоненты скорости. Необходимость решения такого рода прикладных проблем обуславливает использование специализированных смешанных вариационных постановок. В отличие от прямых постановок, использование смешанного метода для решения задачи Дарси позволяет сразу определить как давление, так и скорость течения флюида, при этом осуществляется поиск критической точки соответствующего функционала в конечно-элементном пространстве допустимых пробных функций, которое представимо в виде прямой суммы двух подпространств. Использование специальных модифицированных вариационных постановок на базе неконформных конечноэлементных методов и иерархических базисов позволяет оптимизировать структуру и свойства дискретных аналогов (матриц СЛАУ) и повысить эффективность многоуровневого решателя.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы № 2 фундаментальных исследований Президиума РАН "Механизмы обеспечения отказоустойчивости современных высокопроизводительных и высоконадежных вычислений".

**Неконформное конечноэлементное моделирование электромагнитных полей в гетерогенных средах**

Э. П. Шурина<sup>1,2</sup>, М. И. Эпов<sup>2</sup>, А. Ю. Кутищева<sup>1,2</sup>, Д. В. Добролюбова<sup>2</sup>, Д.А. Архипов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет

<sup>2</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН

Email: [dobrolubovadv@ipgg.sbras.ru](mailto:dobrolubovadv@ipgg.sbras.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10124

Один из этапов каротажа при нефтегазодобыче основан на сопоставлении эффективных электрических характеристик и реальных физико-геометрических свойств прискважинной зоны пласта. Для этого проводятся вычислительные и физические эксперименты, ориентированные на выявление зависимости гомогенизированных характеристик от внутренней структуры кернов. Геологические среды характеризуются большим количеством межфрагментарных границ, произвольной формой и хаотичным расположением включений, геометрической многомасштабностью. Информация о внутренней структуре таких сред, как правило, представлена в виде данных неразрушающей визуализации (КТ, МРТ).

В данной работе исследуются эффективные электрические характеристики нативных геологических и близких к нативным сложнопостроенных объектов на постоянном токе и переменном токе в широком диапазоне частот. Алгоритмы вычисления эффективных характеристик основаны на решении прямой задачи современными неконформными модификациями метода конечных элементов (гетерогенный метод конечных элементов [1], виртуальный метод конечных элементов [2]).

Работа выполнена при поддержке Программы № 2 фундаментальных исследований Президиума РАН "Механизмы обеспечения отказоустойчивости современных высокопроизводительных и высоконадежных вычислений".

**Список литературы**

1. Weinan, E., Bjorn Engquist, and Zhongyi Huang. "Heterogeneous multiscale method: a general methodology for multiscale modeling." *Physical Review B* 67.9 (2003): 092101.
2. Beirão da Veiga, L., et al. Basic principles of virtual element methods // *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 23.01 (2013): 199-214.

## **Секция 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФИЗИКИ АТМОСФЕРЫ, ОКЕАНА И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ**

### **Математическая модель обогащения состава солнечных космических лучей изотопами тяжелых элементов**

*В. В. Авдонин*

*Научно-исследовательский институт атомных реакторов*

*Email: avd-vasya@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10125

Разработана математическая модель обогащения солнечных космических лучей изотопами тяжелых элементов за счет их взаимодействия с ионно-звуковой турбулентностью вспышечной плазмы солнечной атмосферы на стадии инжекции. Особенностью модели является учет открытости системы частиц, а также учет одновременности процессов инжекции частиц и основного ускорения. Приведено сравнение рассчитанных характеристик состава солнечных космических лучей с экспериментально наблюдаемыми характеристиками.

Список литературы

1. Орищенко А. В., Авдонин В. В. Обогащение солнечных космических лучей изотопами и ядрами тяжелых элементов. М.: НИЯУ МИФИ, 2014.

### **Моделирование контактной задачи энергосбережения в подземном трубопроводе**

*А. А. Адамов<sup>1</sup>, А. Н. Сатыбалдина<sup>1,2</sup>*

*<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Казахстан*

*<sup>2</sup>Международный университет информационных технологий, Казахстан*

*Email: aigul1191@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10126

Магистральные трубопроводы транспортируют нефть и нефтепродукты, сжиженный углеводородный газ, товарную продукцию в пределах компрессорных и нефтеперекачивающих станций, воду в системах отопления и прочих системах водоснабжения, импульсный, топливный и пусковой газ. Тепловой расчет горячего трубопровода довольно сложен, поскольку эксплуатация трубопровода зависит от многих факторов, начиная от реологических характеристик жидкости и заканчивая меняющимися во времени метеорологическими условиями [1]. Чтобы точнее прогнозировать работу подземного трубопровода необходимо располагаться исходными параметрами подземного трубопровода. Поэтому нахождение исходных параметров становится актуальной задачей.

В настоящей работе выполнены следующие задачи:

- составлена прямая разностная задача проблемы с помощью метода переменных направлений;
- решена полученная разностная задача с помощью циклической прогонки [2];
- составлен алгоритм для написания программного кода;
- получены численные расчеты;
- проведен сравнительный анализ полученных численных результатов.

Список литературы

1. Бородавкин П. П. Подземные магистральные трубопроводы. М.: Недра, 1982.

2. М. А. Михеев, И. М. Михеева. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1973.

### **Информационная система анализа процессов распространения атмосферных примесей**

*Р. А. Амикишиева<sup>1</sup>, В. Ф. Рапута<sup>1</sup>, Т. В. Ярославцева<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*<sup>2</sup>Новосибирский научно-исследовательский институт гигиены*

*Email: ruslana215w@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10127

Работа посвящена созданию системы численного анализа атмосферного загрязнения промышленных территорий по данным наземных и спутниковых наблюдений. Для реконструкции полей

концентраций используются модели распространения легкой моно- и полидисперсной примеси от точечных, линейных и площадных источников [1, 2]. Степень загрязнения снежного покрова оценивается значением снежного индекса (NDSI) или яркостной градацией панхроматического канала [3, 4]. В результате исследований выявлены корреляционные связи между концентрациями взвешенных веществ в материале проб и яркостными характеристиками снежного покрова на космоснимке. Разработаны технологии численного восстановления полей концентрации атмосферного загрязнения территорий, оценивания суммарного выброса примеси. Разработка ведется на языке Python 3, Java/JavaScript.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области в рамках научного проекта № 19-47-540008, в рамках Госзадания (№ 0315-2019-0004) и программы РАН № 51 (№ 0315-2018-0016).

#### Список литературы

1. Рапута В. Ф. Модели реконструкции полей длительных выпадений аэрозольных примесей // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20, № 6. С. 506-511.
2. Ярославцева Т. В., Рапута В. Ф. Закономерности длительного загрязнения атмосферы и снежного покрова г. Новосибирска // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2015.
3. Ярославцева Т. В., Рапута В. Ф. Использование космоснимков и наземных наблюдений для анализа полей длительного загрязнения снежного покрова города // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2016.
4. Василевич М. И., Щанов В. М., Василевич Р. С. Применение спутниковых методов исследований при оценке загрязнения снежного покрова вокруг промышленных предприятий в тундровой зоне // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2015. Т. 12. № 2. С. 50–60.

#### **Advances in air quality modeling and forecasting**

*A. Baklanov*

*Science and Innovation Department, World Meteorological Organization (WMO), Geneva, Switzerland*

*Email: abaklanov@wmo.int*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10362

Advance approaches in AQF combine an ensemble of state-of-the-art models, high-resolution emission inventories, space observations and surface measurements of most relevant chemical species to provide hindcasts, analyses and forecasts from global to regional air pollution and downscaling for selected countries and urban areas.

The importance of and interest to research and investigations of atmospheric composition and its modeling for different applications are substantially increased (see e.g. WWOSC, 2015; CCMM, 2016; GAW IP, 2017). Air quality forecast (AQF) and assessment systems help decision makers to improve air quality and public health, mitigate the occurrence of acute air pollution episodes, particularly in urban areas, and reduce the associated impacts on agriculture, ecosystems and climate.

Proceeding from the pioneering fundamental works of Acad. G.I. Marchuk and based on published reviews (e.g. Carmichael et al. 2008, Hollingsworth 2008, Zhang 2008, Menut and Bessagnet 2010, Grell and Baklanov 2011, Kukkonen et al. 2012, Zhang et al. 2012a,b, Baklanov et al. 2014, 2017, Ryan 2016, Benedetti et al. 2018, Bai et al. 2018, Kumar et al. 2018, Sokhi et al. 2019) and recent analyses, the presentation discusses main gaps, challenges, applications and advances, main trends and research needs in further developments of atmospheric composition and air quality modeling and forecasting, including the following trends in the development of modern atmospheric composition modelling and AQF systems: (i) Seamless prediction of the Earth system approach; (ii) Online coupling of atmospheric dynamics and chemistry models; (iii) Multi-scale prediction approach; (iv) Emission modeling for improved emission data; (v) Bias correction techniques and machine learning methods; (vi) Multi-platform observations and data assimilation; (v) Ensemble approach; (vi) Subseasonal to seasonal forecast; (vii) Fit for purpose approach; (viii) Impact based forecast.

Main trends and research priorities in seamless AQF as well as capacity building, training and education aspects of modern AQF systems and applications, following Zhang et al. (2019), are highlighted and discussed.

A number of WMO experts and authors of the Best Practices & Training Materials for CW-AQF book are acknowledged.

## References:

1. Bai, L., et al., 2018: Air Pollution Forecasts: An Overview, IJERPH, 15, 780; doi:10.3390/ijerph15040780.
2. Baklanov A., et al., 2014: Online coupled regional meteorology chemistry models in Europe: current status and prospects. Atmos. Chem. Phys., 14, 317-398, doi:10.5194/acp-14-317-2014.
3. Baklanov, A., et al., 2017: Key Issues for Seamless Integrated Chemistry–Meteorology Modeling. Bull. Amer. Meteor. Soc., 98, 2285–2292, <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-15-00166.1>.
4. Benedetti, A., et al., 2018.: Status and future of numerical atmospheric aerosol prediction with a focus on data requirements, Atmos. Chem. Phys., 18, 10615-10643, <https://doi.org/10.5194/acp-18-10615-2018>.
5. Carmichael, G. R., et al., 2008: Predicting air quality: Improvements through advanced methods to integrate models and measurements, J. Comp. Phys., 227, 3540–3571, 2008.
6. CCMM, 2016: Coupled Chemistry-Meteorology/Climate Modelling (CCMM): status and relevance for numerical weather prediction, atmospheric pollution and climate research. WMO GAW Report No.226, WMO, Geneva, Switzerland.
7. GAW, 2017: WMO Global Atmosphere Watch (GAW) Implementation Plan: 2016-2023. WMO GAW Report No.228, 81 p.
8. Grell, G. & A. Baklanov, 2011: Integrated modelling for forecasting weather and air quality: A call for fully coupled approaches. Atmos. Environ., 45, 6845–6851, doi:10.1016/j.atmosenv.2011.01.017.
9. Hollingsworth, A. et al., 2008: Toward a Monitoring and Forecasting System For Atmospheric Composition: The GEMS Project. Bull. Amer. Meteor. Soc., 89, 1147–1164, doi:10.1175/2008BAMS2355.1.
10. Kukkonen, J., et al., 2012: A review of operational, regional-scale, chemical weather forecasting models in Europe, Atmos. Chem. Phys., 12, 1–87, doi:10.5194/acp-12-1-2012.
11. Kumar, R., V.-H. Peuch, J.H. Crawford, G. Brasseur, 2018: Five steps to improve air-quality forecasts. Nature, 561: 27-29.
12. Menut, L. and Bessagnet, B. 2010: Atmospheric composition forecasting in Europe. Annales Geophysicae, 28: 61–74, 2010.
13. Ryan, W.F., 2016: The air quality forecast rote: Recent changes and future challenges, Journal of the Air & Waste Management Association, 66:6, 576-596, DOI: 10.1080/10962247.2016.115146.
14. Sokhi et al. 2018: Mesoscale Modelling for Meteorological and Air Pollution Applications. Anthem, doi:10.2307/j.ctv80cdh5
15. WWOSC, 2015: Seamless Prediction of the Earth System: from Minutes to Months, WWOC book, WMO-No. 1156.
16. Zhang, Y. et al., 2019: Best Practices and Training Materials for Chemical Weather/Air Quality Forecasting (CW-AQF). WMO GAW and ETR. 1st edition: <https://elioscloud.wmo.int/share/s/WB9UoQ5kQK-dmgERjSAqIA>
17. Zhang, Y., 2008: Online coupled meteorology and chemistry models: history, current status, and outlook, Atmospheric Chemistry and Physics, 8, 2895-2932, doi:10.5194/acp-8-2895-2008.
18. Zhang, Y., et al., 2012a,b: Real-Time Air Quality Forecasting, In Two Parts. Atmospheric Environment, 60, 632-655, doi:10.1016/j.atmosenv.2012.06.031 and 60, 656-676, doi:10.1016/j.atmosenv.2012.02.041.

**From urban air quality forecasting and information systems to integrated urban hydrometeorology, climate and environment systems and services for smart cities**

*A. Baklanov<sup>1</sup> and WMO GURME and IUS teams*

*<sup>1</sup>Science and Innovation Department, World Meteorological Organization (WMO), Geneva, Switzerland*

*Email: [abaklanov@wmo.int](mailto:abaklanov@wmo.int)*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10363

This presentation is analysing a modern evolution in research and development from specific urban air quality systems to multi-hazard and integrated urban weather, environment and climate systems and services and provides an overview of joint results of large international WMO GURME, IUS, and EU FP FUMAPEX, MEGAPOLI and MarcoPolo projects teams.

Urban air pollution is still one of the key environmental issues for many cities around the world. A number of recent and previous international studies have been initiated to explore these issues. In particular relevant experience from the European projects FUMAPEX, MEGAPOLI, MarcoPolo will be demonstrated. MEGAPOLI studies aimed to assess the impacts of megacities and large air-pollution hotspots on local, regional and global air quality; to quantify feedback mechanisms linking megacity air quality, local and regional climates, and global climate change; and to develop improved tools for predicting air pollution levels in megacities (Baklanov et al., 2010). FUMAPEX developed for the first time an integrated system encompassing emissions, urban meteorology and population exposure for urban air pollution episode forecasting, for assessment of urban air

quality and health effects, and for emergency preparedness issues in urban areas (UAQIFS: Urban Air Quality Forecasting and Information System; Baklanov, 2006; Baklanov et al., 2007).

While important advances have been made, new interdisciplinary research studies are needed to increase our understanding of the interactions between emissions, air quality, and regional and global climates. Studies need to address both basic and applied research and bridge the spatial and temporal scales connecting local emissions, air quality and weather with climate and global atmospheric chemistry. WMO has established the Global Atmosphere Watch (GAW) Urban Research Meteorology and Environment (GURME) project (<http://mce2.org/wmogurme/>) which provides an important research contribution to the integrated urban services.

It is also important to remember that most (about 90%) of the disasters affecting urban areas are of a hydro-meteorological nature and these have increased due to climate change (Habitat-III, 2016). Cities are also responsible not only for air pollution emissions, but also for generating up to 70% of the Greenhouse Gas emissions that drive large scale climate change. Thus, there is a strong feedback between contributions of cities to environmental health, climate change and the impacts of climate change on cities and these phases of the problem should not be considered separately. Further, a single extreme event can lead to a cascading effect that generates new hazards and to a broad breakdown of a city's infrastructure. There is a critical need to consider the problem in a complex manner with interactions of climate change and disaster risk reduction for urban areas (Grimmond et al., 2014, 2015; Baklanov et al., 2016, 2018).

WMO is promoting safe, healthy and resilient cities through the development of Integrated Urban Weather, Environment and Climate Services. The aim is to build urban services that meet the special needs of cities through a combination of dense observation networks, high-resolution forecasts, multi-hazard early warning systems, disaster management plans and climate services. This approach gives cities the tools they need to reduce emissions, build thriving and resilient communities and implement the UN Sustainable Development Goals.

The Guidance on Integrated Urban Hydro-Meteorological, Climate and Environmental Services (IUS), developed by a WMO inter-programme working group and the Commission for Atmospheric Sciences and Commission for Basic Systems, documents and shares the good practices that will allow countries and cities to improve the resilience of urban areas to a great variety of natural and other hazards (WMO, 2018, 2019).

#### References

1. Baklanov, A., 2006: Overview of the European project FUMAPEX. *ACP*, 6, 2005-2015, [doi.org/10.5194/acp-6-2005-2006](https://doi.org/10.5194/acp-6-2005-2006)
2. Baklanov, A., Hänninen, O., Slørdal, L. H., et al., 2007: Integrated systems for forecasting urban meteorology, air pollution and population exposure, *ACP*, 7, 855-874, <https://doi.org/10.5194/acp-7-855-2007>
3. Baklanov, A., Lawrence, M., Pandis, S., et al., 2010: MEGAPOLI: concept of multi-scale modelling of megacity impact on air quality and climate, *Adv. Sci. Res.*, 4, 115-120., <https://doi.org/10.5194/asr-4-115-2010>
4. Baklanov, A., L.T. Molina, M. Gauss, 2016: Megacities, air quality and climate. *Atmospheric Environment*, 126: 235–249. [doi:10.1016/j.atmosenv.2015.11.059](https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2015.11.059)
5. Baklanov A., Grimmond, C.S.B., Carlson, D., et al., 2018: From Urban Meteorology, Climate and Environment Research to Integrated City Services. *Urban Climate*, 23: 330-341, <https://doi.org/10.1016/j.uclim.2017.05.004>
6. Grimmond, C.S.B., Tang, X., Baklanov, A., 2014. Towards integrated urban weather, environment and climate services. *WMO Bull.*, 63(1): 10-14.
7. Grimmond, C.S.B., Carmichael, G., Lean, H., et al., 2015: Urban-scale environmental prediction systems. Chapter 18 in the *WWOSC Book: Seamless Prediction of the Earth System: from Minutes to Months*, WMO-No. 1156, Geneva, pp. 347-370.
8. HABITAT-III, 2016. The new UN Urban Agenda, The document adopted at the Habitat III Conference in Quito, Ecuador.
9. WMO, 2018: Guidance on Integrated Urban Hydrometeorological, Climate and Environmental Services. Volume 1: Concept and Methodology, Grimmond, S., Bouchet, S., Molina, L. et al., WMO-No. 1234.
10. WMO, 2019: Guidance on IUS. Volume 2: Demonstration Cities. Editors Grimmond, S. and Sokhi, R., WMO, June 2019.

### **Математическое моделирование теплопереноса в элементе лесного горючего материала при воздействии высокотемпературной среды**

*Н. В. Барановский, В. А. Кириенко*

*Томский политехнический университет*

*Email: [firedanger@yandex.ru](mailto:firedanger@yandex.ru)*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10128

Лесные пожары в результате своей активности оказывают влияние на древостои, что может приводить к их увяданию или уничтожению и отпаду [1]. Зажигание лесных горючих материалов происходит как в результате природных, так и антропогенных причин [2, 3]. Определяющий процесс при возникновении лесных пожаров – это теплоперенос в слое лесного горючего материала при воздействии источника повышенной температуры [4]. Цель настоящего исследования – разработка математической модели теплопереноса в структурно неоднородном элементе лесного горючего материала, а именно, в листе березы при воздействии высокотемпературной среды. Моделирование этих процессов важно в плане понимания того, как воздействует верховой пожар на кроны деревьев лесного массива. Как известно [5], лесные пожары в бореальной зоне возникают в хвойных и смешанных лесах с преобладанием хвойных деревьев. Математически процесс теплопереноса в элементе лесного горючего материала описывается системой нестационарных уравнений теплопроводности с соответствующими начальными и граничными условиями. В результате математического моделирования получены распределения температуры в структурно неоднородном элементе лесного горючего материала при воздействии высокотемпературной среды, имитирующей воздействие верхового лесного пожара. Разработанная математическая модель может быть использована при создании нового поколения информационно-вычислительных систем прогноза лесных пожаров и их экологических последствий [1].

#### Список литературы

1. Кузнецов Г. В., Барановский Н. В. Прогноз возникновения лесных пожаров и их экологических последствий. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. 301 с.
2. Барановский Н. В. Прогнозирование лесной пожарной опасности в условиях грозовой активности. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019. 242 с.
3. Baranovskiy N. V. Mathematical Simulation of Anthropogenic Load on Forested Territories for Point Source. In N. Baranovskiy (Ed.), Predicting, Monitoring, and Assessing Forest Fire Dangers and Risks. Hershey, PA: IGI Global. 2020. P. 64–88. DOI:10.4018/978-1-7998-1867-0.ch003.
4. Baranovskiy N., Demikhova A. Mathematical Modeling of Heat Transfer in an Element of Combustible Plant Material When Exposed to Radiation from a Forest Fire // Safety. 2019. Vol. Article N 56.
5. Гришин А. М. Математическое моделирование лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. Новосибирск: Наука. Сиб. Отделение. 1992. 404 с.

### **Математическое моделирование воздействия лесного пожара на деревянные постройки**

*Н. В. Барановский, А. О. Малинин*

*Томский политехнический университет*

*Email: [firedanger@yandex.ru](mailto:firedanger@yandex.ru)*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10129

Лесные пожары оказывают влияние не только на лесные массивы, но и приводят к повреждению и разрушению сельских населенных пунктов [1]. Независимо от причин возникновения очагов лесных пожаров [2, 3] поражающие факторы лесного пожара могут привести к возгоранию деревянных построек в сельских населенных пунктах [4]. Основным поражающим фактором природных пожаров является излучение от кромки лесного пожара. Цель настоящего исследования – разработка математической модели теплопереноса в структурно неоднородной ограждающей конструкции деревянной постройки сельского населенного пункта при воздействии излучения от фронта лесного пожара. Математически этот процесс описывается системой нестационарных уравнений теплопроводности с соответствующими начальными и граничными условиями. В результате математического моделирования получены распределения температуры в ограждающей конструкции деревянной постройки в различные моменты времени для различных сценариев развития ситуации. Разработанная математическая модель может быть использована при создании нового поколения информационно-вычислительных систем прогноза лесных пожаров и их экологических последствий [1].

## Список литературы

1. Кузнецов Г. В., Барановский Н. В. Прогноз возникновения лесных пожаров и их экологических последствий. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. 301 с.
2. Барановский Н. В. Прогнозирование лесной пожарной опасности в условиях грозовой активности. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019. 242 с.
3. Baranovskiy N. V. Mathematical Simulation of Anthropogenic Load on Forested Territories for Point Source. In N. Baranovskiy (Ed.), Predicting, Monitoring, and Assessing Forest Fire Dangers and Risks. Hershey, PA: IGI Global. 2020. P. 64–88. DOI:10.4018/978-1-7998-1867-0.ch003.
4. Гришин А. М., Пугачева П. В. Анализ действия лесных и степных пожаров на города и поселки и новая детерминированно-вероятностная модель прогноза пожарной опасности в населенных пунктах // Вестник Томского государственного университета. 2009. № 3. С. 99–108.

**Численное моделирование процессов фильтрации гетерогенных систем с твердой дисперсной фазой***Н. В. Верниковская**Институт катализа СО РАН**Email: vernik@catalysis.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10130

При фильтрации гетерогенных систем с твердой дисперсной фазой полидисперсные частицы в зависимости от размера могут как откладываться на поверхности пористого материала фильтра, так и проникать вглубь материала фильтра. Как правило, при моделировании таких процессов учитывается отложение частиц либо на поверхности либо внутри материала фильтра и предполагается, что все частицы имеют одинаковый размер. В работе [1] предложена математическая модель, описывающая процесс фильтрации масляных суспензий катализатора с целью отделения катализатора от продуктов гидрирования, учитывающая оба процесса и полидисперсность частиц.

При численном решении уравнений модели, представляющих собой систему нелинейных ДУЧП первого порядка, применялся алгоритм, реализованный ранее при численном моделировании процесса улавливания сажевых частиц выхлопных газов дизельных двигателей каталитическими фильтрами [2]. Алгоритм основан на использовании метода "прямых", схемы бегущего счета и метода типа Розенброка 2-го порядка точности. Проверка адекватности математической модели и численного метода осуществлялась посредством сравнения численных результатов с экспериментальными данными.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института катализа СО РАН (проект АААА-А17-117041710076-7).

## Список литературы

1. Vernikovskaya N. V., Chumachenko V. A., Romanenko A. V., Dobrynkin N. M., Filtration of the catalyst suspension in hydrogenated oil through the woven cloth: Mathematical model of the process accounting for dynamics of the cake growth and filter pore blockage. *Separ. Purif. Tech.* 212 (2019). 355–367.
2. Vernikovskaya N. V., Pavlova T. L., Chumakova N. A., Noskov A. S., Mathematical modelling of filtration and catalytic oxidation of diesel particulates in filter porous media, in Book: *Mathematical Modelling in Social Sciences and Engineering*. Nova Science Publishers, (2014). ISBN: 978-1-63117-335-6, 27–40.

**Анализ внутренних волн в озере Шира с использованием региональной модели (ROMS)***О. С. Володько<sup>1,2</sup>, Л. А. Компаниец<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН**<sup>2</sup>Сибирский федеральный университет**Email: osv@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10131

В данной работе исследуется характер внутренних волн в озере Шира в летний период с помощью трехмерного численного моделирования в региональной модели ROMS (Regional Oceanic Modeling System) [1], которая широко применяется в научном сообществе для моделирования различных гидродинамических задач как в глубоких, так и в неглубоких водоемах [2–4].

При расчете в модели в качестве начальных данных использовались натурные измерения температуры, солёности, а также климатические данные, необходимые для задания ветрового воздействия и

потоков тепла. Кроме того, была проведена серия методических расчетов, в которых варьировались скорость и направление ветра.

Проведенные численные расчеты позволили определить наличие волн Кельвина, что согласуется с наблюдаемыми колебаниями изотерм в озере.

#### Список литературы

1. Сайт Региональной океанической системы моделирования (ROMS). [Электрон. ресурс]. URL: <https://www.myroms.org> (дата обращения 30.01.2019).
2. Marchesiello, P., J. C. McWilliams, A. Shchepetkin. Equilibrium structure and dynamics of the California Current System // *J. Phys. Oceanogr.*, 2003. V. 33, pp. 753–783.
3. Budgell, W. P. Numerical simulation of ice-ocean variability in the Barents Sea region // *Ocean Dynamics*. 2005. Vol. 55, № 3–4. pp. 370–387.
4. Zhou, F., Huang, D., Su, J. Numerical simulation of the dual-core structure of the Bohai Sea cold bottom water in summer // *Chinese Science Bulletin*. 2009. V. 54, № 23. pp. 4520–4528.

### **Фильтры частиц в задачах усвоения данных для моделей химической кинетики**

*П. М. Голенко*

*Новосибирский государственный университет*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: p.golenko@g.nsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10364

Методы усвоения данных, основанные на фильтре частиц [1, 2], довольно новое и перспективное направление. Достоинством алгоритмов является то, что они позволяют оценить не только значение функции состояния модели на основе данных измерений, но и плотность распределения вероятностей. Фильтры частиц хорошо распараллеливаются и для своего вычисления требуют только алгоритм решения прямой задачи. Активно ведутся работы по разработке фильтров частиц для многомерных нелинейных задач геофизики с акцентом на атмосферные и океанические приложения. В работе рассматривается применение методов, основанных на фильтре частиц в нелинейных задачах усвоения данных химической кинетики [3]. Численно исследуется эффективность алгоритма.

#### Список литературы

1. Peter Jan van Leeuwen, Particle filters for high-dimensional geoscience applications: A review — *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 21 May 2019
2. Alban Farchi and Marc Bocquet, Review article: Comparison of local particle filters and new implementations — *EGU*, 12 November 2018
3. Willem Hundsdorfer, Jan Verwer, Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion Reaction Equations — Originally published by Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York in 2003.

### **Неустойчивые периодические траектории в моделях динамики атмосферы**

*А. С. Гришун*

*Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН*

*Email: asgrit@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10107

В докладе рассматривается возможность аппроксимации основных статистических характеристик моделей атмосферы с помощью периодических траекторий – замкнутых решений уравнений динамики. Возможность такой аппроксимации базируется на идеях теории динамических систем, утверждающей, что в некоторых важных частных случаях (например, для гиперболических систем) периодические траектории определяют инвариантную меру систем, связанную с понятием климата системы [1–2].

Показано, что и в случае рассмотренных атмосферных моделей такая аппроксимация возможна. При этом основные моды изменчивости циркуляции реализуются в виде кластеров периодических траекторий, ориентированных вдоль ведущих собственных векторов динамических операторов моделей, линеаризованных относительно их средних состояний. Анализ данных наблюдений показывает, что, по видимому, такой же вывод можно сделать и для реальной атмосферной циркуляции [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-55-10012 КО\_а).

#### Список литературы

1. Auerbach D., Cvitanovic P., Eckmann J.-P., Gunaratne G., Procaccia I. Exploring chaotic motion through periodic orbits // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2387–2389.
2. Ruelle D. Smooth dynamics and new theoretical ideas in nonequilibrium statistical mechanics // J. Statist. Phys. 1999. V. 95. P. 393–468.
3. Грицун А.С. Изменчивость внетропической атмосферной циркуляции и периодические траектории в упрощенных моделях динамики атмосферы. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56, №3 (принята к печати).

#### **Численный расчет давления в сети вследствие работы двух последовательно установленных вентиляторов**

*Е. И. Гурина*

*Томский государственный университет*

*Email: elena.gyrina@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10243

Большинство физических процессов, протекающих в природе, можно описать системой дифференциальных или интегральных уравнений и получить "виртуальные" возможности сооружаемого устройства [1]. На основе анализа результатов расчета делаются выводы о соответствии разработанной конструкции заданным параметрам и при необходимости выдаются рекомендации для ее дальнейшей модернизации.

В данной работе проведено математическое моделирование работы установки, содержащей два последовательно расположенных осевых вентилятора, а также участки стабилизации потока. Исследование проведено с помощью пакета газовой динамики Fluent [2] и специальной методики, позволяющей в кратчайшие сроки получить виртуальные параметры устройства.

Получены распределения газодинамических параметров, характеризующих основные закономерности исследуемого процесса [3], таких как скорость потока воздуха, массовый расход, давление воздушного потока, выявлены застойные зоны конструкции, места повышенной турбулентности [4]. По результатам моделирования установлена эффективность использования данной установки, а также предложен вариант оптимизации конструкции с целью повышения давления в трубопроводе.

#### Список литературы

1. Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. М.: Наука, 1997. 316 с.
2. Старченко А. В. Пакет прикладных программ FLUENT для решения задач механики жидкости и газа, тепло- и массопереноса / А. В. Старченко, Д. А. Беликов, В. Д. Гольдин, Р. Б. Нутерман. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008.
3. Степанов А. И. Центробежные и осевые компрессоры, воздухоудувки и вентиляторы. Теория, конструкция и применение: пер. с англ. / ред. К. З. Ушакова / А. И. Степанов. М.: Машгиз, 1960. 346 с.
4. Рейнольдс У. К. Расчет турбулентных течений / У. К. Рейнольдс, Т. Себеси. М.: Машиностроение, 1980.

#### **Математические модели и численные алгоритмы для расчета взаимодействия поверхностных волн с частично погруженным телом**

*О. И. Гусев, Г. С. Хакимзянов, Л. Б. Чубаров*

*Институт вычислительных технологий СО РАН*

*Email: gusev\_oleg\_igor@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10132

В докладе обсуждается задача оценки силового воздействия длинных поверхностных волн на частично погруженные закоренные объекты. Эта задача решается в рамках иерархии математических моделей [1]. Особое внимание уделяется вопросам разработки и обоснования численных алгоритмов для модели потенциальных течений, нелинейно-дисперсионной и классической моделей мелкой воды. Выводы о границах применимости моделей в зависимости от параметров задачи, таких как осадка тела, его размеры, амплитуда и длина волны и др., делаются по результатам сравнения полученных численных решений с данными лабораторных экспериментов [2, 3].

Исследование выполнено при поддержке программы Президиума РАН "Фундаментальные проблемы решения сложных практических задач с помощью суперкомпьютеров".

#### Список литературы

1. Khakimzyanov G., Dutykh D. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I: Mathematical models // *Communications in Computational Physics*. 2020. Vol. 27, No. 2. P. 321–378.
2. Chang C.-H., Wang K.-H., Hsieh P.-C. Fully nonlinear model for simulating solitary waves propagating through a partially immersed rectangular structure // *J. of Coastal Research*. 2017. Vol. 33, No. 6. P. 1487–1497.
3. Lu X., Wang K.-H. Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical-numerical approach // *Ocean Engineering*. 2015. Vol. 109. P. 691–704.

#### **Численное моделирование сопряженного конвективного теплообмена при натекании струи на преграду из закристаллизовавшегося гептадекана**

*О. О. Гусельникова<sup>1,2</sup>, В. С. Бердников<sup>1,2</sup>, В. А. Гришков<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет*

*Email: berdnikov@itp.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10133

Сценарии зарождения и развития мантийных плюмов и взаимодействия их головной части с земной корой – одна из проблем геодинамики. Актуальной остается проблема построения численных и экспериментальных моделей мантийных плюмов и исследований сопряженного конвективного взаимодействия нагретого вещества с горизонтальной преградой. Как простая исходная физическая модель, позволяющая понять суть протекающих процессов, рассматривается развитие термогравитационных струй над источником тепла в слое гептадекана и их взаимодействие с коркой затвердевшего вещества. Численно методом конечных элементов решалась система уравнений нестационарной термогравитационной конвекции совместно с уравнением теплопроводности в твердом веществе [1–2]. Учитывалась теплота плавления и кристаллизации на границе раздела фаз. Задача решена для расплава гептадекана и состоит из двух этапов. На первой стадии за счет внезапного охлаждения на верхней стенке нарастает слой застывшего гептадекана. После установления первой стадии на нижней стенке включается локализованный источник тепла, над которым формируется плюм. Рассчитаны нестационарные поля температуры в жидкой и твердой фазах, распределения тепловых потоков, формы фронтов кристаллизации и плавления. Исследованы зависимости от времени полей скорости в расплаве при различных мощностях источника тепла.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00707).

#### Список литературы

1. Guselnikova O. O., Berdnikov V. S., Grishkov V. A., Mitin K. A. Development of non-stationary buoyancy-induced jets and conjugate heat transfer at the jet inleakage on an obstacle of finite thermal conductivity // *J. of Physics: Conference Series*. November 2018. Vol. 1105. P 012003.
2. Guselnikova O. O., Berdnikov V. S., Mitin K. A., Grishkov V. A. Conjugate heat transfer under nature convective upward inleakage of the jet on the obstacle of finite thermal conductivity. *Proceeding APEIE*. Vol. 1, Part 4. October 2018. P. 96–99.

#### **Исследование влияния температурной неоднородности на структуру турбулентного течения в идеализированном уличном каньоне**

*Е. А. Данилкин<sup>1,2</sup>, Д. В. Лецинский<sup>1,2</sup>, А. В. Старченко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Томский государственный университет*

<sup>2</sup>*Институт оптики атмосферы ИМ. В. Е. Зуева СО РАН*

*Email: DanilkinE@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10134

Рельеф современного города образован сооружениями и поверхностями из бетона и асфальта. Эти материалы имеют низкую теплоемкость, что вызывает значительные суточные изменения температуры поверхностей. Поэтому важно исследовать влияние температурной неоднородности на динамику

циркуляции воздуха в уличном каньоне, который является базовым элементом архитектуры современного города.

Исследование проведено на основе разрабатываемой микромасштабной математической модели, опирающейся на осредненные по Рейнольдсу уравнения энергии, неразрывности и Навье – Стокса. Замыкание системы дифференциальных уравнений осуществляется с использованием двухпараметрической "k-ε"-модели и градиентно-диффузионной гипотезы Буссинеска. Численное решение выполняется на основе метода конечного объема, монотонизированной схемы аппроксимации конвективных слагаемых и алгоритма SIMPLE для согласования полей скорости и давления [1].

Список литературы

1. Старченко А. В., Нутерман Р. Б., Данилкин Е. А. Численное моделирование турбулентных течений и переноса примеси в уличных каньонах. Томск: Изд-во ТГУ, 2015. 252 с.

### **Влияние сопряженного теплообмена на боковых и горизонтальных стенках на структуру конвективного течения в режиме рэлей – бенаровской конвекции**

*Н. И. Данилов<sup>1</sup>, К. А. Митин<sup>1,2</sup>, В. С. Бердников<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН

Email: nikita.daniloff@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10135

Дана двумерная задача конвективного теплообмена [1, 2] в ограниченных фрагментах горизонтального слоя жидкости (этиловый спирт, гептадекан), равномерно подогреваемого снизу. Исследовались поля температуры в слое жидкости и верхней и боковых стенках. Использовался численный алгоритм [3], позволяющий изучить структуру конвективного течения [4], а также ее эволюцию с ростом чисел Рэлей при различных размерах исследуемой области. Кроме того, производились расчеты полей скорости в конвективных ячейках, получены профили горизонтальной и вертикальной компонент скорости, а также локальные тепловые характеристики.

Список литературы

1. В. И. Полежаев. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье – Стокса / М.: Наука, 1987.

2. А. В. Гетлинг. Конвекция Рэлей – Бенара. Структуры и динамика / М.: Эдиториал УРСС, 1999, 248 стр.

3. О. Зенкевич, К. Морган. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986, 318 с.

4. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, А. А. Непомнящий. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989, 320 с.

### **Формулировка краевых задач при математическом моделировании квазистационарного электрического поля в атмосфере и ионосфере**

*В. В. Денисенко*

Институт вычислительного моделирования СО РАН

Email: denisen@icm.krasn.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-101363

Сформулированы краевые задачи, возникающие при математическом моделировании квазистационарных электрических полей и токов в глобальном проводнике, состоящем из ионосферы и атмосферы Земли. Для уточнения модели [1] используется подход, основанный на декомпозиции области. Построен квадратичный функционал энергии. Это позволяет свести решение краевой задачи для трехмерного эллиптического дифференциального уравнения с асимметричными коэффициентами к минимизации функционала. Выполнены оценки полученной квадратичной формы в сравнении с формой, фигурирующей в принципе Дирихле для уравнения Пуассона. Они позволяют оценить число обусловленности матрицы системы линейных алгебраических уравнений, получающихся при численном решении задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-05-00195).

## Список литературы

1. Denisenko V. V., Rycroft M. J., Harrison R. G. Mathematical Simulation of the Ionospheric Electric Field as a Part of the Global Electric Circuit. // *Surveys in Geophys.* 2019. V. 40(1). P. 1–35. DOI: 10.1007/s10712-018-9499-6.

**Моделирование течения при разрушении плотины над горизонтальным дном**

*Г. Ю. Евтушок, С. Н. Яковенко*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН*

*Email: s.yakovenko@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10137

Возникающее при разрушении плотины течение воды над горизонтальным дном исследовано численно после детального обзора имеющейся литературы. Апробированы вычислительные алгоритмы, которые включают несколько методов разрешения поверхности раздела и континуальную модель поверхностного натяжения, реализованные в "домашнем" коде, а также пакет программ OpenFOAM с решателем *interFoam* и различными двухпараметрическими моделями турбулентности с коррекциями на низкие числа Рейнольдса. Результаты расчета для интегральных характеристик потока при разрушении плотины сопоставлены с данными измерений [1]. Показано, что эффекты как поверхностного натяжения [2], так и модели турбулентности приводят к торможению движения воды и, следовательно, к замедлению волны, что обеспечивает более близкое согласие с лабораторными экспериментами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 12-01-00050) и в рамках Комплексной программы фундаментальных исследований СО РАН "Междисциплинарные интеграционные исследования" на 2018 -2020 гг. (проект АААА-А18-118021590030-8).

## Список литературы

1. Martin J. C., Moyce W. J. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane // *Phil. Trans. Royal Soc. of London, Ser. A.* 1952. Vol. 224. P. 312–324.

2. Yakovenko S. N., Yakovenko E. E., Chang K. C. Numerical investigations of dam-break flow problem // *J. Phys. Conf. Ser.* 2019. Vol. 1404. P. 012052-1–012052-5.

**Математическое моделирование прибрежных морских акваторий северных морей России в рамках приближения мелкой воды**

*Т. Г. Елизарова, А. В. Иванов, А. А. Кулешов*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН*

*Email: telizar@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10138

Безопасная транспортировка углеводородов вдоль северного морского пути (СМП) – главной арктической судоходной магистрали России – важная и актуальная задача. Одним из подходов для ее решения является численное моделирование прибрежных морских течений в Северных морях, вдоль которых пролегает СМП. В данной работе рассматривается область, включающая части Карского и Баренцева морей, пролив Карские Ворота и Печорское море. Значительная часть рассматриваемой акватории имеет относительно небольшую глубину, поэтому для эффективного численного моделирования отдельных задач в этих областях возможно проводить описание гидродинамики в так называемом приближении мелкой воды. Представленная модель в рамках полных нелинейных уравнений приближения мелкой воды включает в себя приливные силы, силу Кориолиса, донное трение и ветровые нагрузки. Для численного решения системы уравнений гидродинамики применялся квазигазодинамический подход, пример использования которого для моделирования ветровых нагонов в Азовском море представлен в [1]. Численные расчеты проведены для реальной конфигурации дна, взятой из Общей батиметрической карты океанов (GEBCO) [2], а также модели глобальной циркуляции Мирового океана NEMO с освоением данных [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-11-00076).

## Список литературы

1. Saburin D. S., Elizarova T. G. Modelling the Azov Sea circulation and extreme surges in 2013-2014 using the regularized shallow water equations. // Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018. V. 33. № 3. P. 173-185
2. Сайт Общей батиметрической карты океанов (GEBCO). [Электрон. ресурс]. URL: <https://download.gebcos.net> (дата обращения: 31.01.2020).
3. Belyaev K. P., Kuleshov A. A., Smirnov I. N., Tanajura C. A. S. Comparison of data assimilation methods into hydrodynamic models of ocean circulation // Mathematical Models and Computer Simulations. 2019. Vol. 11. №. 4. P. 564–574.

**Оценка неопределенности динамики характеристик метангидратов шельфа, связанная с неопределенностью реконструкций климата для ледниковых циклов плейстоцена**

*А. В. Елисеев<sup>1,2,3</sup>, В. В. Малахова<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН

<sup>3</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет

<sup>4</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: [eliseev@ifaran.ru](mailto:eliseev@ifaran.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10139

Получены оценки чувствительности результатов численного моделирования термического состояния субаквальных многолетнемерзлых грунтов к неопределенности палеоклиматических реконструкций температуры воздуха и уровня океана с использованием модели теплофизических процессов в донных отложениях. Модель была дополнена сценариями изменения климата на арктическом шельфе за последние 400 тыс. лет, используя различные комбинации реконструкций температуры воздуха и уровня моря. Несмотря на заметные различия между используемыми наборами данных, коэффициент неопределенности отклика мощности многолетнемерзлого слоя составил менее 0,3 за исключением изолированных интервалов времени и/или наиболее глубоких областей шельфа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-05-00087а, 18-05-60111-Арктика, 20-05-00241а).

**Компьютерное моделирование венцов, глорий и белых радуг в атмосферной облачности и туманах**

*А. В. Заковряшин<sup>1,2</sup>, С. М. Пригарин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: [andrey.z.1993@mail.ru](mailto:andrey.z.1993@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10140

Работа посвящена численному моделированию, исследованию и компьютерной визуализации оптических явлений, возникающих в облачной атмосфере. Изучаются условия возникновения венцов, глорий и белых радуг для различных типов облачности и туманов. Разработано программное обеспечение, которое позволяет вычислять индикатрисы рассеяния для произвольных спектров облачных капель на основе теории Ми [1]. Для быстрых вычислений индикатрис рассеяния используются специальные приемы интерполяции и численного интегрирования. Метод Монте-Карло применялся для расчетов с учетом многократного рассеяния излучения [2]. Программное обеспечение можно найти в сети Интернет [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научных проектов № 19-31-90104, 18-01-00609.

## Список литературы

1. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.
2. S. M. Prigarin, E. G. Kablukova, S. A. Rozhenko, A. V. Zakovryashin, "Monte Carlo simulation of halos, glories, coronas and multiple scattering of light," Proc. SPIE 10466, 23rd International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics, 104661K (30 November 2017).

3. S. M. Prigarin, D. E. Mironova, Q. Mu, S. A. Rozhenko, A. V. Zakovryashin. Computation of angular distributions for solar radiation scattered by clouds. Visualization of coronas, glories and rainbows. [Электрон. ресурс]. URL: <http://osmf.sssc.ru/~smp/Glory/Glory-Corona-Simulation.pdf> (дата обращения: 15.01.2020).

**Применение методов асимптотического анализа для решения некоторых обратных задач атмосферной диффузии примесей, возникающих при обработке экспериментальных данных спутников дистанционного зондирования Земли серии Ресурс-П**

С. А. Захарова<sup>1</sup>, М. А. Давыдова<sup>2</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>1</sup>, Н. Ф. Еланский<sup>2</sup>, О. В. Постыляков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН

Email: [sa.zakharova@physics.msu.ru](mailto:sa.zakharova@physics.msu.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10141

В работе рассматриваются особенности решения некоторых обратных задач атмосферной диффузии антропогенных примесей с использованием данных об интегральном накоплении по высоте тропосферного диоксида азота, полученных со спутников серии Ресурс-П. В одной из задач решается коэффициентная обратная задача восстановления параметров источника промышленных выбросов оксида азота в атмосферу. Используя восстановленные коэффициенты, удастся оценить мощность выбросов источника оксида азота. В другой задаче восстанавливается зависимость скорости распада диоксида азота от времени. На основе полученных результатов удастся построить прогноз распространения тропосферного диоксида азота в атмосфере, что является актуальной прикладной задачей [1]. Характерной особенностью обоих типов задач является возможность применения для их эффективного решения методов асимптотического анализа [2], которые позволяют существенно упростить процесс численного решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-29-10080, 18-01-00865).

Список литературы

1. Directive 2008/1/EC of the European Parliament and of the Council of 15 January 2008 concerning integrated pollution prevention and control.

2. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.

**Алгоритм усвоения данных, основанный на приближенном решении задачи оптимальной нелинейной фильтрации**

Е. Г. Климова

Институт вычислительных технологий СО РАН

Email: [klimova@ict.nsc.ru](mailto:klimova@ict.nsc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10144

В ансамблевом фильтре Калмана, популярном в настоящее время алгоритме усвоения данных, предполагается, что плотность распределения ошибок оценивания является функцией Гаусса, что не выполнено в общем случае нелинейной модели и нелинейного оператора наблюдений. Постановка задачи оптимальной фильтрации в общем случае основана на байесовском подходе. Одним из способов приближенного решения нелинейной задачи оптимальной фильтрации является представление плотности распределения в виде суммы функций Гаусса с заданными средними значениями и ковариационными матрицами. Тогда оптимальной оценкой будет взвешенная сумма оценок, полученный в фильтре Калмана для соответствующих параметров функций Гаусса в этой сумме.

В докладе рассматривается алгоритм реализации данного подхода, в котором используется разработанный ранее эффективный локальный ансамблевый алгоритм усвоения данных (ансамблевый пи-алгоритм). Приводятся результаты численных экспериментов по оценке свойств предложенного алгоритма на примере 1-мерной нелинейной модели.

**Задачи идентификации источников и производные задачи усвоения данных**

В. С. Коноплева<sup>1,2</sup>, Ж. С. Мукатова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: v.konopleva@g.nsu.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10156

На примере одномерной модели адвекции-диффузии сравниваются алгоритмы усвоения данных и решения обратной задачи.

Задача усвоения данных рассматривается как последовательность взаимосвязанных обратных задач, например задач идентификации источников. При этом задача поиска источников может быть вспомогательной для оценки функции состояния в областях, где отсутствуют данные измерений.

Изучается связь между решением задачи усвоения данных с разными "окнами усвоения" и решением исходной обратной задачи, когда все данные измерений доступны к началу ее решения. Для решения обратных задач используются вариационные методы, в том числе и на основе прямых алгоритмов [1]. Сравнение производится численно. Сравниваются время вычислений и точность.

Работа выполняется при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований 20-01-00560.

**Список литературы**

1. Penenko, A.; Mukatova, Z. S.; Penenko, V. V.; Gochakov, A. & Antokhin, P. N. Numerical study of the direct variational algorithm of data assimilation in urban conditions // Atmospheric and ocean optics. 2018. N 31. P. 456–462.

**Rossby wave breaking events in represent of some weather patterns in the northern extratropics**

V. Krupchatnikov<sup>1,2,3</sup>, I. Borovko<sup>1,2</sup>, G. Platonov<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS

<sup>2</sup>Novosibirsk State University

<sup>3</sup>Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS

<sup>4</sup>Siberian Regional Hydrometeorological Research Institute

Email: krupchatnikov@scc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10323

This paper presents an algorithm for identifying of a Rossby wave breaking and determining its characteristics to provide an indication of the range of circulation patterns that have been referred to as blocking. The blocking is class of weather systems in the middle to high latitudes. Rossby wave breaking is process, where the extended ridge is folded over in either a cyclonic or an anticyclonic sense. In the wave-breaking events, the meridional PV gradient is reversed, and the PV anomalies can form a block with the anticyclonic PV anomaly on the poleward side of the cyclonic anomaly. To test the algorithm, we used ERA-Interim reanalysis data (Dee et al., 2011) with a horizontal resolution of  $0.75^\circ \times 0.75^\circ$  and data of modeling with climate system model INMCM-5.0

This work was supported by the RFBR (Grants 16-05-00558a, 17-05-00382a).

**Моделирование многолетней динамики речного стока в бассейне р. Лены**

А. И. Крылова<sup>1</sup>, Н. А. Лантева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Государственный научный Центр вирусологии и биотехнологии "Вектор"

Email: alla@climate.scc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10145

В качестве валидационного исследования результаты совместного использования линейной резервуарной модели и линейной модели формирования водного баланса в русловой сети для расчета речного стока в бассейне р. Лены сравниваются с данными наблюдений на 18 гидрометрических станциях бассейна. Для оценки годовых циклов речного стока вблизи устья реки и 17 станций используется глобальная база данных реанализа MERRA и данные наблюдений по стоку рек Арктического бассейна за 1980–2000 гг., взятые с сайта R-ArcticNet.sr.unh.edu. Для оценки речного стока используется построенная гидрологически корректная цифровая модель рельефа бассейна р. Лены с разрешением  $(1/3)^\circ \times (1/3)^\circ$ . Качество воспроизведения оценивается посредством сопоставления временных рядов

рассчитанного речного стока с измеренными значениями. В качестве критериев оценки рассматривались статистические характеристики: систематическая ошибка расчета, коэффициент корреляции и эффективность расчета по Нэшу – Сатклиффу. Показано, что линейные модели адекватно воспроизводят годовой ход речного стока с высоким весенним половодьем и межгодовую динамику речного стока при условии достаточно хорошей согласованности схематизированной сети речных каналов с реальной речной сетью.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект №0315-2019-0004) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-05-00241).

### **Вихревое перемешивание импульса и тепла в устойчиво стратифицированных пограничных слоях: численное исследование**

*Л. И. Курбацкая*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: L. Kurbatskaya@ommgp.ssc.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10146*

В работе анализируются особенности турбулентного переноса импульса и тепла в нейтрально стратифицированном и устойчиво стратифицированном пограничном слое атмосферы (ПСА) и возможности их учета в RANS (Reynolds Average Navier Stokes) моделях турбулентности. К таким особенностям относится, например, перенос импульса (но не тепла) внутренними гравитационными волнами в условиях сильной устойчивости, формирование струи низкого уровня. Модели для вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла получены в результате записи дифференциальных уравнений для напряжений Рейнольдса и вектора турбулентного потока тепла в слабо равновесном приближении, в котором пренебрегается адвекцией и диффузией некоторых безразмерных величин. Явная алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного потока тепла для пограничного слоя тестируется в нейтрально стратифицированном и устойчиво стратифицированном пограничном слое атмосферы над однородной шероховатой поверхностью. В рассматриваемом варианте алгебраической модели, построенной на физических принципах RANS приближения для стратифицированной турбулентности, используются три прогностических уравнения: для кинетической энергии турбулентности, скорости ее спектрального расщедования и дисперсии температурных флуктуаций. Результаты тестирования показывают правильное воспроизведение основных характеристик нейтрального и устойчивого ПСА: компонент скорости среднего ветра, угла поворота ветра, турбулентную статистику. Тестовые расчеты показывают, что данная модель может быть использована для целенаправленных исследований атмосферного пограничного слоя при решении различных задач окружающей среды.

Работа была выполнена в рамках госзадания Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН № 0315-2019-0004, при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области в рамках научного проекта 18-48-540005 и частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-01-00560А.

#### Список литературы

1. Kurbatskii A. F., Kurbatskaya L. I. Eddy transport in the stably stratified planetary boundary layers and in the free atmosphere: upper troposphere and lower stratosphere [10833-91], 24th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics. Proceedings of SPIE 0277-786X, V. 10833, 2018. [10833-91]. 10833 7F.
2. Курбацкий А. Ф., Курбацкая Л. И. Явная алгебраическая модель турбулентности планетарного пограничного слоя: тестовый расчет нейтрально стратифицированного атмосферного пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 5. С. 725-738.

**Развитие турбулентности в устойчиво стратифицированной среде с орографией и островом тепла**

Л. И. Курбацкая<sup>1</sup>, С. Н. Яковенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

Email: s.yakovenko@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10147

Изучены особенности развития конвекции и турбулентности в среде с устойчивой стратификацией под влиянием источника тепла на поверхности и при опрокидывании внутренних волн в потоке с орографией. Обрушение подветренных волн исследовано путем DNS и LES в широких диапазонах чисел Рейнольдса, Прандтля/Шмидта, Фруда, для условий в лаборатории, атмосфере, океане и различных параметров геометрии препятствий, глубины потока, граничных условий [1]. Результаты применения RANS [2] и LES [1] к задаче городской аэромеханики по описанию структуры турбулентности проникающей конвекции над островом тепла сопоставлены с данными [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области (код проекта 18-48-540005).

**Список литературы**

1. Yakovenko S. N. Aerophysical flows and turbulence development in stratified atmosphere with surface roughness and thermal inhomogeneity // AIP Conf. Proc. 2019. Vol. 2125. P. 030047-1–030047-6.

2. Kurbatskii A. F., Kurbatskaya L. I. Urban aeromechanics: Turbulent circulation and contaminant dispersion above city in stably stratified environment // AIP Conf. Proc. 2018. Vol. 2027. P. 030024-1–030024-17.

3. Lu J., Arya P., Snyder W. H., Lawson R. E. A laboratory study of the urban heat island in a calm and stably stratified environment // J. Appl. Meteorol. 1997. Vol. 36. P. 1377–1402.

**Реализация метода вложенных сеток на базе FPGA**

М. М. Лаврентьев<sup>1</sup>, Ан. Г. Марчук<sup>2</sup>, К. Лысаков<sup>1</sup>, М. Шадрин<sup>1</sup>, К. Облаухов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт автоматики и электрометрии СО РАН

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: mmlavrentiev@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10148

Главной задачей службы предупреждения цунами является оценка ожидаемой высоты волны вдоль участков побережья, входящих в зону ее ответственности. Единственный путь для этого – математическое моделирование. Разработано несколько методов численного расчета распространения волны цунами над реалистичным рельефом дна. Однако для получения требуемых оценок с нужной детальностью до прихода цунами к ближайшему побережью необходима вычислительная техника с производительностью суперкомпьютера. В работе реализован численный расчет распространения цунами от очага до берега на последовательности сгущающихся сеток с применением вентиляльных матриц, программируемых пользователем (FPGA) [1]. В процессе численного решения уравнений мелкой воды по разностной схеме Мак-Кормака параметры волны передаются из области в подобласть через граничные условия [2]. Во время вычислительного эксперимента пространственный шаг расчетной сетки уменьшался с примерно 200 м (на первом этапе) до примерно 7,5 м, когда рассчитывалось взаимодействие с портовыми сооружениями волны от модельного очага. В результате время расчета детального распределения высот цунами у берега составило менее 1 мин., что соответствует быстрдействию суперкомпьютера.

**Список литературы**

1. Lavrentiev M., Lysakov K., Marchuk An., Oblaukhov K. and Shadrin M. Fast evaluation of tsunami waves heights around Kamchatka and Kuril Islands // Science of Tsunami Hazards. 2019. Vol. 38, N 1. P. 1–13.

2. Хаяши К., Марчук Ан. Г., Важенин А. П. Генерирующие граничные условия для расчета распространения цунами на последовательности вложенных сеток // СибЖВМ. 2018. Т. 21, № 3. С. 315–331.

### **Исследование метеорологического режима и загрязнения атмосферы г. Красноярска с помощью модели WRF-CHEM**

А. А. Леженин<sup>1</sup>, С. В. Михайлюта<sup>2</sup>, О. А. Коробов,<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Ассоциация экологических исследований

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

Email: lezhenin@ommfao.ssc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10149

В работе на основе адаптированной к территории г. Красноярска модели WRF-CHEM исследованы особенности эволюции пограничного слоя атмосферы над городом в неблагоприятных метеорологических условиях. Изучены процессы распространения промышленных выбросов и формирования сверхнормативных концентраций в приземном слое атмосферного воздуха. Выполнена верификация расчетных значений концентраций загрязняющих веществ на примере хлористого водорода по данным наземных измерений.

### **Модель оценивания параметров дымового шлейфа**

А. А. Леженин<sup>1</sup>, В. Ф. Рапута<sup>1</sup>, Р. А. Амикишиева<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: lezhenin@ommfao.ssc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10150

Спутниковые снимки дымовых шлейфов позволяют получать оперативную информацию о процессах распространения примесей в атмосфере [1]. В работе рассмотрен метод численного анализа параметров активной стадии подъема дымовой струи. Предложены модели оценивания процессов подъема газозооной смеси от источника выброса. В качестве основных соотношений использованы уравнения гидротермодинамики в осесимметричном приближении. Проведен численный анализ активной фазы подъема дымовых шлейфов от труб ТЭЦ г. Новосибирска.

Работа выполнена в рамках Госзадания (0315-2019-0004), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области (код проекта 19-47-540008).

Список литературы

1. Балтер Б. М., Балтер Д. Б., Егоров В. В., Стальная М. В. Использование данных ИСЗ Landsat для определения концентрации загрязнителей в шлейфах от продувки газовых скважин на основании модели источника // Исследование Земли из космоса. 2014. № 2. С. 55–66.

### **Простая математическая модель процесса образования морского льда с плоской границей раздела твердой и жидкой фазы**

М. Е. Макаренко

Новосибирский государственный университет

Email: mishamakarenko1@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10356

Объектом исследования является математическая модель, описывающая термодинамический процесс замерзания/плавления морского льда.

Для описания процесса рассматривается задача Стефана, когда нижняя граница слоя морского льда растет в морской воде, в результате охлаждается на верхней границе. Предполагается, что жидкая часть имеет температуру плавления и остается при этой температуре. Основным уравнением является уравнение термодиффузии тепла в слое льда.

В работе было найдено аналитическое решение задачи Стефана, с помощью метода подобия, на основе масштабного анализа. Был подготовлен численный эксперимент, реализованный на языке Scilab, в ходе которого были получены графики движения межфазовой границы, профилей температуры и график распределения температуры.

## Список литературы

1. G.A. Maykut and N. Untersteiner, Some results from a time dependent thermodynamic model of sea ice // J. of Geophysical Research, vol. 76, no. 6, pp. 1550–1575, 1971.
2. N. Untersteiner, On the mass and heat budget of Arctic sea ice. // Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol., A, vol. 12, N 2. P. 151-182. 1961.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Уравнения математической физики: Учеб. пособ. 6-е изд., испр. и доп. М.: Изд-во МГУ, 1999. 798 с.
4. T. C. Smith A finite difference method for a Stefan problem // Calcolo . 1981. N 18. P. 131–154.

**Моделирование разложения газогидратной залежи, сформировавшейся в многолетнемерзлых породах**

*В. В. Малахова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: malax@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10151

Вечная мерзлота занимает большую площадь в Арктическом регионе как в континентальной области, так и на обширных территориях мелководного шельфа арктических морей. Многолетняя мерзлота содержит большое количество газа в гидратной форме, особенно метана. Метангидраты могут образовываться и существовать внутри зоны стабильности гидратов метана (ЗСГМ) в течение длительного времени. В области распространения вечной мерзлоты ЗСГМ в настоящее время начинается с глубин 200–250 м. Однако при дополнительном промерзании пород, которое происходило в ледниковые периоды, условия для формирования метангидратов выполнялись на меньших глубинах, порядка нескольких десятков метров. Покровное оледенение прибрежных равнин также способствовало гидратообразованию в неглубоких мерзлых породах [1]. В дальнейшем часть газовых гидратов могла сохраниться за счет проявления эффекта самоконсервации при отрицательных температурах пород [2]. Существование метангидратов в верхних слоях мерзлых толщ в неравновесных условиях считается одной из возможных причин постоянных газопроявлений при эксплуатации скважин на газовых месторождениях Ямала, а также представляет опасность при освоении недр.

В данной работе исследуется состояние газогидратной залежи, образованной в многолетнемерзлых породах неглубокого залегания под влиянием покровного оледенения и в дальнейшем оказавшейся в неравновесных условиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проектов 18-05-00087, 19-05-00409, 20-05-00241).

## Список литературы

1. Аржанов М. М., Малахова В. В., Мохов И. И. Условия формирования и диссоциации метангидратов в течение последних 130 тысяч лет по модельным расчетам // Доклады АН. 2018. Т.480. № 6. С. 725–729.
2. Истомина В. А., Якушев В. С., Махонина Н. А., Квон В. Г., Чувилин Е. М. Самоконсервация газовых гидратов // Газовая промышленность. Спец. выпуск: Газовые гидраты. 2006. С. 36–46.

**Математическое моделирование эволюции и современного состояния криолитозоны севера Восточно-Сибирского шельфа**

*В. В. Малахова<sup>1</sup>, А. В. Гаврилов<sup>2</sup>, Е. И. Пижанкова<sup>2</sup>, А. А. Попова<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, геологический факультет*

<sup>3</sup>*ООО "Северные Изыскания", Москва*

*Email: malax@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10340

С помощью теплового математического моделирования исследуется роль оледенения, датированного концом среднего неоплейстоцена, в формировании криолитозоны, включающей зону стабильности гидратов газов (ЗСГГ) северной части Восточно-Сибирского шельфа. Построены палеогеографический сценарий развития шельфа в последние 200 тыс. лет и модель геологического строения, характеризующая состав, водно-физические и теплофизические свойства пород как в ледниковой области, так и

вне ее. Результаты математического моделирования тестируются геотермическими данными, полученными по двум скважинам на о. Новая Сибирь в 1970-е гг. В ходе тестирования и предварительного расчета для участков мелководья при плотности теплового потока из недр от 50 до 75 мВт/м<sup>2</sup> оценена роль как палеогеографических событий, так и особенностей геологического строения ложа ледника и внеледниковой области.

Предварительное моделирование при плотности теплового потока из недр 50 мВт/м<sup>2</sup> показало, что оледенение кардинально сказывается на эволюции мерзлых пород и ЗСГГ. В современной криолитозоне на прибрежных мелководьях его влияние ниже. Оно выражается в снижении на 100 и 200 м мощности мерзлоты и глубины залегания подошвы ЗСГГ соответственно в сравнении с этими параметрами во внеледниковой области. С увеличением глубин моря указанные различия сокращаются.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 20-11-20112).

### **Расчет времени прихода цунами в узлы регулярной сетки**

*Ан. Г. Марчук*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: mag@omzg.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10152

Для численного моделирования распространения волны цунами, как правило, используется цифровая батиметрия на регулярных прямоугольных сетках. Значения глубины, если таковые требуются, вычисляются из значений в узлах с помощью интерполяции. Примером такого подхода может быть метод ортогонального продвижения волнового фронта [1]. Другой подход использует значения глубины только в узлах сетки [2]. В предлагаемом методе расчета кинематики волнового фронта цунами направление движения фронта в узловой точке расчетной сетки определяется из времен прихода цунами в соседние с ней узлы. Необходимые для вычисления времени движения волны между соседними узлами значения глубины находятся с помощью интерполяции. Метод протестирован на известных точных решениях.

Список литературы

1. Marchuk An.G., Vasiliev G. S. The fast method for a rough tsunami amplitude estimation // Bulletin of the Novosibirsk Computing Center, Series: Mathematical modeling in geophysics, Issue: 17 (2014), NCC Publisher, Novosibirsk, 2014, pp. 21–34.

2. Марчук Ан.Г. Минимизация погрешностей при численных расчетах волновых лучей и фронтов цунами // Вестник НГУ. Сер.: Информационные технологии. 2013. Том 11, вып. 3. С. 27–36.

### **Численное моделирование сопряженного конвективного теплообмена в режиме рэлей-бенаровской конвекции с учетом зависимости инверсной плотности воды от температуры**

*К. А. Митин, А. В. Митина, В. С. Бердников*

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН*

*Email: mitin@ngs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10153

Процесс формирования ледового покрова является объектом многочисленных исследований [1–2]. Анализ результатов полученных в ходе исследования процессов образования льда в природных условиях требует проведения дополнительных лабораторных экспериментальных и численных исследований процессов сопряженного теплообмена в системе "вода – лед" с учетом инверсной зависимости плотности воды от температуры [3].

Численно изучен процесс сопряженного теплообмена в горизонтальном слое воды, подогреваемом снизу и ограниченном сверху пластиной с конечной теплопроводностью, на внешней стороне которой задана температура ниже температуры кристаллизации. Учтена инверсная зависимость плотности воды от температуры. Получены поля скорости в жидкости и поля температуры в жидкости и в твердом теле. Полученные результаты будут полезны при планировании лабораторных экспериментов и анализе результатов исследования природных процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-48-540003 p\_a).

## Список литературы

1. The Thermal Structure of a Shallow Lake in Early Winter // M. P. Petrov, A. Yu. Terzhevik, R. E. Zdorovenov, G. E. Zdorovenova // Water Resources. 2006. Vol. 33. No 2. P. 135–143.
2. Measurements and modelling of the water –ice heat flux in natural waters // Proceedings of the 18th IAHR International Symposium on Ice. 2006. P. 85–91
3. Бердников В. С., Марков В. А. Исследование процессов образования льда на горизонтальной охлаждаемой пластине // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2017. № 2 (41). С. 54–62.

**Трехмерная модель проникающего через атмосферу квазистационарного электрического поля**

*С. А. Нестеров, В. В. Денисенко*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

*Email: Twist3r0k@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10154

Разработана и построена количественная трехмерная модель проникновения квазистационарного электрического поля от земной поверхности в ионосферу при наклонном магнитном поле. Построены решения для северного полушария Земли с учетом сопряженной области ионосферы в южном полушарии. Результаты расчетов согласуются с результатами [1, 2], полученными при переходе от трехмерной задачи к двумерной. Подтверждены и детализированы известные приближенные оценки убывания проникающего в ионосферу поля с увеличением наклона магнитного поля. В построенной модели получается электрическое поле на три порядка меньше, чем поля, наблюдаемые в ионосфере перед сильными землетрясениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-05-00195).

## Список литературы

1. Denisenko V. V., Nesterov S. A., Boudjada M. Y., Lammer H. A mathematical model of quasistationary electric field penetration from ground to the ionosphere with inclined magnetic field // J. of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2018. V. 179. P. 527–537. DOI: 10.1016/j.jastp.2018.09.002.
2. Nesterov S. A., Denisenko V. V., Boudjada M. Y., Lammer H. The Influence of the Magnetic Field Inclination on the Quasistationary Electric Field Penetration from the Ground to the Ionosphere // Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences, Trigger Effects in Geosystem P. 559–567. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-31970-0\\_59](https://doi.org/10.1007/978-3-030-31970-0_59).

**Клеточно-автоматное моделирование распространения фронта пожара на пересеченной местности**

*А. В. Павлова, С. Е. Рубцов*

*Кубанский государственный университет*

*Email: pavlova@math.kubsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10155

Область применения клеточно-автоматных моделей постоянно расширяется. Различные модификации клеточных автоматов (КА), моделирующих пространственную динамику, представлены в [1]. Форма сеточных элементов при этом является важным фактором.

Работа посвящена реализации КА-модели распространения пожара на триангуляционной сетке с учетом ветровых характеристик, коэффициента горючести подстилающей поверхности, определяемого характером почвы. Созданный КА может быть использован для имитации развития пожара на пересеченной местности, а также в составе комплекса моделей процессов распространения огня и миграции продуктов горения в атмосфере. Совместная работа модели с ГИС обеспечит возможность приема топографических данных, расчета и графической визуализации прогнозных положений фронта пожара [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Краснодарского края (код проекта 19-41-230005).

## Список литературы

1. Бандман О. Л. Клеточно-автоматное моделирование пространственной динамики. Новосибирск: СО РАН. 2000. 113 с.

2. Гладской И. Б., Павлова А. В., Рубцов С. Е. К моделированию распространения природных пожаров с использованием ГИС-технологий // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2019, № 4. С. 13–21.

### **Алгоритмы обратного моделирования на основе ансамблей решений сопряженных уравнений**

*А. В. Пененко*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*E-mail: alexs@ommgp.sscs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10351

При решении задач обратного моделирования, возникающих в естественных науках, важно обеспечить единообразный и гибкий подход к различным постановкам, прежде всего это относится к различным моделям изучаемых процессов, данным наблюдений и искомым функциям, которые мы называем функциями неопределённости. В качестве основной модели мы рассматриваем многомерную модель адвекции-диффузии-реакции. Посредством ансамблей решений сопряженных уравнений, различные постановки могут быть сведены к семейству квазилинейных операторных уравнений. В этой общей форме задачи удобно как исследовать, так и решать. Решение осуществляется алгоритмами типа Ньютона-Канторовича с регуляризацией посредством усеченного сингулярного разложения. Исследование обратных задач, в том числе и с оценкой возможной эффективности их решения осуществляется на основе сингулярного разложения оператора чувствительности.

Алгоритмы тестируются в приложениях к задачам изучения процессов переноса и трансформации примесей в атмосфере [1, 2] и к задачам биологии развития [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-07-01135) в части алгоритмов для решения коэффициентных обратных задач с данными контактных измерений, (код проекта 20-01-00560) в части алгоритмов для решения задач продолжения, Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Новосибирской области (код проекта 19-47-540011) в части приложений к условиям города Новосибирска.

#### Список литературы

1. Penenko A. Convergence analysis of the adjoint ensemble method in inverse source problems for advection-diffusion-reaction models with image-type measurements // Inverse Problems & Imaging, American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), 2020, 14, 757–782.
2. Penenko, V.V.; Penenko, A.V.; Tsvetova, E.A. & Gochakov, A.V. Methods for Studying the Sensitivity of Air Quality Models and Inverse Problems of Geophysical Hydrothermodynamics // J. of Applied Mechanics and Technical Physics, Pleiades Publishing Ltd, 2019, 60, 392–399.
3. Penenko, A.; Zubairova, U.; Mukatova, Z. & Nikolaev, S. Numerical algorithm for morphogen synthesis region identification with indirect image-type measurement data // J. of Bioinformatics and Computational Biology, World Scientific Pub Co Pte Lt, 2019, V. 17. P. 1940002.

### **Обратные задачи продолжения на основе математических моделей и данных наблюдений исследуемых процессов**

*В. В. Пененко*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: penenko@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10157

Речь идет о задачах, часто возникающих в природоохранных приложениях, когда по частичной информации о функциях состояния модели требуется восстановить общую пространственно-временную картину происходящих процессов (в том числе и в прогностическом плане). Особенно актуальны задачи, когда оценки текущего состояния и прогноз развития ситуации требуется получать в реальном времени, по мере поступления новых данных измерений, т. е. в режиме усвоения данных.

Мы разрабатываем и исследуем алгоритмы решения задач последовательного продолжения на основе уравнений конвекции – диффузии – реакции, построенные в рамках вариационного подхода, с использованием метода расщепления, методов конечных элементов/объемов и концепции сопряженных интегрирующих множителей. При этом вариационные принципы в формулировке со слабыми ограниче-

ниями обеспечивают согласование всех объектов технологии моделирования процессов геофизической гидротермодинамики, переноса и трансформации газо-аэрозольных субстанций.

Такая методика может быть применима к решению различных задач не только природоохранного плана, но и в других областях науки и техники, где требуется принятие решений в реальном времени, например в медицине, биологии, технике и т. д.

Работа выполнена в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН (№ 0315-2019-0004) в части создания базовых моделей и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00560) в части разработки вариационных методов последовательного продолжения.

### **Современные подходы в обратном моделировании на основе вариационных методов и теории чувствительности для решения задач природоохранной тематики**

*В. В. Пененко, А. В. Пененко*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: penenko@sscc.ru, a.penenko@yandex.com*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10382*

В постановках задач обратного моделирования учитываются не только предполагаемая модель изучаемого (управляемого) процесса, но и те данные измерений, которые реально доступны в связи с этим процессом. Обратное моделирование в современной формулировке допускает использование различных подходов при решении широкого класса прикладных задач, в частности, относящихся к природоохранной тематике.

Вариационный принцип, который, по сути, опирается на обобщенную формулировку системы уравнений математической модели, предоставляет возможность выполнения законов сохранения и построения согласованных численных схем для прямых и обратных задач. Вариационный подход сводит задачу обратного моделирования к минимизации целевого функционала [1].

Вместе с оптимизационным мы развиваем подход с использованием операторов чувствительности и ансамблей решений сопряженных уравнений [2]. Подход с использованием ансамблей решений сопряженных уравнений кажется альтернативой вариационному, тем не менее он расширяет возможности последнего. В основе обоих подходов лежит соотношение чувствительности. Оба подхода используют формулировки со слабыми ограничениями, когда в постановках задач в том или ином виде учитываются всевозможные неопределенности, начиная от недостатка знаний о "точном" описании изучаемых процессов и заканчивая возможными ошибками компьютерной реализации. Это обеспечивает согласование всех объектов технологии прямого и обратного моделирования с исследованием чувствительности выбранных целевых функционалов к изменению параметров моделей и ошибок наблюдений.

Среди самых распространенных задач обратного моделирования в нашей тематике присутствуют задачи усвоения данных, оценки чувствительности и информативности данных, классические обратные задачи: идентификации источников, оценки параметров и т. д. Мы разрабатываем и исследуем алгоритмы решения задач на основе уравнений конвекции – диффузии – реакции, и численных схем, построенных в рамках вариационного подхода, с использованием метода расщепления, методов конечных элементов/объемов и концепции сопряженных интегрирующих множителей [3].

Работа выполняется в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН № 0315-2019-0004 в части создания базовых моделей и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в части разработки вариационных методов продолжения (проект № 20-01-00560), в части развития ансамблевого подхода (проект № 19-07-01135) и в части применения алгоритмов к условиям города Новосибирска (проект № 19-47-540011).

#### Список литературы

1. Penenko, V. V.; Tsvetova, E. A. & Penenko, A. V. Development of variational approach for direct and inverse problems of atmospheric hydrodynamics and chemistry // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, Pleiades Publishing Ltd, 2015, 51, 311–319.
2. Penenko, A. Convergence analysis of the adjoint ensemble method in inverse source problems for advection-diffusion-reaction models with image-type measurements // *Inverse Problems & Imaging*, American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), 2020, 14, 757–782.
3. Penenko, V.; Tsvetova, E. & Penenko, A. Variational approach and Euler's integrating factors for environmental studies // *Computers & Mathematics with Applications*, Elsevier BV, 2014, 67, 2240–2256.

### **The model of short-term hydrodynamic-statistical forecast of heavy summer precipitation over the territories of Ural and West and Middle Siberia, their operative technology**

*E. V. Perekhodtseva*

*Russia technological university of electronics and automatics*

*Hydrometeorological center of Russia*

*Email: perekhod@mecom.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10158

The hydrodynamic-statistical forecast model have based on the using of output prognostic fields of the region hydrodynamic short-term forecast model at the statistical model of the recognition of situations, involved summer half-days precipitation with the quantity  $Q \geq 15$  mm/12 h. The rules of the recognition of these events and of the dangerous events with the quantity  $Q \geq 40$  mm/12 h were calculated on the objective analysis data.

The values of discriminant functions  $F_1(X)$  and  $F_2(X)$  and probabilities  $P_1(X)$  and  $P_2(X)$ , dependent from discriminant functions and hydrodynamic prognostic values of meteorological elements are calculate in the nodes of the greed for the territories of Ural and Siberia at the operative base. The thresholds of the probabilities are given for the extract of the prognostic area for these events corresponding. The forecast technology schema was developed three years ago. Nowadays the maps of the prognostic areas are submitted on the site of HMS two times a day.

The independent verification of this hydrodynamic-statistical forecast of the half-day precipitation with  $Q \geq 15$  mm/h throughout the all stations on these territories were realized during two years 2017–2018. The successes of our automatic hydrodynamic-statistical forecast was better than the successes of hydrodynamic forecasts of the different models including the mesoscale model of Hydrometcenter of Russia. The warning-scale of heavy precipitation of these hydrodynamic models forecast with the earliness 12–24 h is less than 30 %. (our value more than 60–75 %). The value of Pirsy – Obuchov criterion of our forecast is also higher than this value for the forecasts of different models. We are going to submit many examples of hydrodynamic-statistical forecast of heavy and dangerous precipitation including the forecast of these events to the date of 25.06. 2019 at Irkutsk area and other. We will also submit the assessments of independent verification made by operative synoptic at corresponding Meteorological Departments.

### **News solutions of stationary quasi 2D turbulence with global reaction**

*V. E. Petrov*

*Kutateladze institute of thermophysics SB RAS*

*Email: petrov@itp.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10159

The news numerical and experimental studies led to the partial revision of conceptions about the physical mechanism of the inverse energy cascade in quasi 2D turbulence [1–2]. Two models for quasi 2D turbulence with global reaction are used: 1 model of decaying turbulence [3]; 2 model of forced turbulence [4]. The paper presents the results of the second model with random external force assuming that random external force is a) small-scale, b) short correlated in time and c) statistically homogeneous in space [5–8]. New element introduced in the paper is random external force that allows obtaining solution corresponding to statistically stationary turbulence with global reaction. The model of inverse cascade with the large-scale dissipation mechanism (modification of Kraichnan – Leith – Batchelor model [9]) is used. The properties of turbulence driven by random external force in the modified Kraichnan – Leith – Batchelor model with global reaction are investigated. It is assumed that turbulence is weak as compared to the mean flow and the Navier – Stokes equation is linearized.

#### References

1. Chen S, Ecke R E., Eynk G. L., Rivera M., Wan M. and Xiao Z. Physical mechanism of the inverse energy cascade of two-dimensional turbulence // Physical review letters. 2006. V. 96. P. (084502-1)–(84502-4).
2. Xiao Z., Wan M., Chen S., Eynk G. L. Physical mechanism of the inverse energy cascade of two-dimensional turbulence: a numerical investigation // J. Fluid Mech. 2009. V. 619. P. 1–44.
3. Jaber F. A., James S. Effects of Chemical Reaction on Two-Dimensional Turbulence // J. of Scientific Computing. 1999. V. 14, N. 1. P. 31–71.

4. Petrov V. E. XI All Russian congress of fundamental problems theoretical and applied mechanics. Collection of reports. (Kazan, 20-24 August 2015), (electronic edition) P.2984-2985/ Ed. D. A. Gubaidullin, A. M. Elizarov, E. K. Lipachev. Kazan:KFU 2015. 4480 p.
5. Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N Kolmogorov. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press 1995.
6. Nazarenko S. Exact solutions for near-wall turbulence theory // Physics Letters A. 2000. V. 264, P. 444–448.
7. Zybin K. P., Il'yn A. S. Properties of turbulence driven by random external force in the Burgers model //Uspekhi Fizicheskikh Nauk. 2016. V.186, N. 12. P. 1349–1353.
8. Kolokolov I. V., Lebedev V. V. Profile of coherent vortices in two-dimensional turbulence //Pisma v ZhETF. 2015. V. 101, iss. 3. P. 181–184.
9. Boffeta Guido and Ecke Robert E. Two-Dimensional Turbulence //Annu. Rev. Fluid Mech. 2012. V. 44, P. 427–451.

### **Алгоритм оценки эмиссии парниковых газов по спутниковым данным для глобальной модели переноса и диффузии**

*М. В. Платонова<sup>1,2</sup>, Е. Г. Климова<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительных технологий СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: gutoznaya@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10160

Задача оценки потоков парниковых газов в атмосфере по спутниковым данным является в настоящее время очень актуальной. Такая задача решается на основе системы усвоения данных с применением модели переноса и диффузии примеси в атмосфере. В случае современных моделей с высоким пространственным разрешением алгоритм является очень трудоемким из-за высокой размерности векторов прогнозируемых переменных и данных наблюдений.

В докладе рассмотрен подход к решению задачи оценки потоков парниковых газов, основанный на применении ансамблевого фильтра Калмана для глобальной модели переноса и диффузии. Предлагается численный алгоритм, основанный на декомпозиции модельной области. Особенностью алгоритма является применение локального алгоритма ансамблевого фильтра Калмана. В качестве оцениваемой переменной рассматривается эмиссия парниковых газов. Приводятся результаты модельных численных экспериментов по реализации шага анализа алгоритма усвоения данных в случае глобальной модели переноса и диффузии.

### **Сценарное моделирование динамики атмосферы над территорией Новосибирска**

*Э. А. Пьянова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: pyanova@ommgp.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10352

В работе выполнена адаптация мезомасштабной атмосферной модели ИВМиМГ СО РАН к географическим условиям Новосибирска и его окрестностей. На основе модели были выполнены сценарные расчеты, описывающие типичные летние условия в регионе. Расчеты проведены на двух вложенных областях. Меньшая подобласть ( $45 \times 45$  км<sup>2</sup>) включает в себя территорию города Новосибирска и северную часть города Бердска и Обского водохранилища. Большая область ( $137 \times 137$  км<sup>2</sup>) охватывает Новосибирскую агломерацию: Новосибирск, Бердск, Искитим и др, а также Обское водохранилище. Расчеты для каждого из доменов велись независимо. В качестве начальных распределений метеорологических полей использовались расчеты по модели WRF для соответствующих доменов.

Работа, в части развития базовых математических моделей, выполняется в рамках госзадания ИВМиМГ СО РАН (№ 0315-2019-0004), а проведение исследований для Новосибирской области в рамках проекта РФФИ и Правительства Новосибирской области (№ 9-47-540011 p\_a).

### **Численные сценарные исследования процессов распространения загрязняющих примесей в Южном Прибайкалье**

Э. А. Пьянова<sup>1</sup>, В. В. Пененко<sup>1</sup>, Л. М. Фалейчик<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН

Email: [pyanova@ommgp.sscs.ru](mailto:pyanova@ommgp.sscs.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10353

Представлена мезомасштабная негидростатическая модель динамики атмосферы и переноса примесей, разрабатываемая в ИВМиМГ СО РАН. На основе этой модели выполнены сценарные расчеты развития атмосферных циркуляций над территорией Байкальского региона в зимний период. На фоне смоделированных метеорологических условий имитировалось рассеивание атмосферных выбросов Иркутско-Черемховского промышленного комплекса, Байкальской ТЭЦ и Гусиноозерской ГРЭС. Рассмотрены ситуации распространения примесей в условиях, когда Байкал покрыт льдом и при открытой воде озера.

Работа в части развития базовых математических моделей выполняется в рамках темы № 0315-2019-0004 государственного задания ИВМиМГ СО РАН, а проведение исследований для Байкальского региона – при поддержке РФФИ, проект № 17-29-05044. Анализ результатов моделирования и подготовка иллюстраций выполнены с использованием геоинформационного инструментария, разработанного в рамках госзадания ИПРЭК СО РАН (проект XI.174.1.8. Программы фундаментальных исследований СО РАН). Расчеты выполнены на ССКЦ СО РАН.

### **Интерполяция данных сетевых наблюдений концентрации примеси по территории города**

В. Ф. Рапута<sup>1</sup>, Т. В. Ярославцева<sup>2</sup>, А. А. Леженин<sup>1</sup>, Р. А. Амикишиева<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский институт гигиены

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [raputa@sscc.ru](mailto:raputa@sscc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10161

Широкое применение расчетных методов для определения полей концентраций не исключают экспериментальные исследования состояния загрязнения городской среды [1]. В работе предложены модели оценивания атмосферного загрязнения территорий площадными источниками. Их основу составляют различные асимптотики решений полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии в приземном и пограничном слоях атмосферы [2]. Выполнен численный анализ результатов мониторинговых исследований загрязнения снежного покрова в г. Новосибирске и его окрестностях.

Работа выполнена в рамках Госзадания (0315-2019-0004), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области (код проекта 19-47-540008).

Список литературы

1. Безуглая Э. Ю., Смирнова И. В. Воздух городов и его изменения. СПб.: Астерион, 2008. 254 с.
2. Бызова Н. Л., Гаргер Е. К., Иванов В. Н. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 278 с.

### **Моделирование волновых аттракторов с помощью квазигидродинамических уравнений**

И. Н. Сибгатуллин<sup>1,2</sup>, Д. А. Рязанов<sup>1,3</sup>, К. А. Ватутин<sup>1,3</sup>, М. И. Провидухина<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт системного программирования им. В. П. Иванникова

<sup>2</sup>Институт океанологии им. П. П. Ширшова

<sup>3</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Email: [ryazanov@math.msu.ru](mailto:ryazanov@math.msu.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10162

Эффект фокусировки внутренних и инерциальных волн активно изучается с девяностых годов двадцатого века. Многократное отражение внутренних волн от препятствий благодаря свойству фокусировки приводит к образованию аттракторов внутренних или инерционных волн [1]. Аттрактор в океане отнюдь не уникальное явление [2], которое влияет на перемешивание жидкости в океане, миграцию

живых организмов и осаждение различного рода веществ. Исследование аттракторов активно проводится в лабораторных условиях, а также с помощью численного моделирования методом спектральных элементов [3] и конечных объемов [4]. В настоящей работе рассматриваются попытки воспроизвести результаты, полученные с помощью метода спектрального элемента двумя различными способами: стандартными средствами платформы OpenFOAM – алгоритмом PISO и на базе реализации квази-гидродинамических уравнений. В качестве расчетных примеров используется постановка задачи о моделировании аттракторов внутренних волн в двумерной постановке и количественное сравнение результатов полученных реализацией квазигидродинамических уравнений с методом высокого порядка. Также рассчитывается аттрактор внутренних волн в трехмерной постановке методом PISO и реализацией квазигидродинамических уравнений, результаты моделирования сравниваются с результатами, полученными при помощи методов спектральных элементов. Результат моделирования бигармонического аттрактора сравнивается с методом трассировки лучей. Также приведены результаты моделирования аттрактора внутренних волн с локализованным источником возмущений. В работе также рассматриваются аттракторы инерциальных волн во вращающемся резервуаре, приводятся результаты численного моделирования.

#### Список литературы

1. Leo R. M. Maas & Frans-Peter A. Lam. Geometric focusing of internal waves. *J. Fluid Mech.*, 300:1–41, 1995.
2. Guo, Y., & Holmes-Cerfon, M. (2016). Internal wave attractors over random, small-amplitude topography. *J. of Fluid Mechanics*, 787, 148–174. DOI:10.1017/jfm.2015.648.
3. F. Beckebanze, C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, L. R. Maas Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction // *J. of Fluid Mechanics*. 2018. Vol. 841. P. 614–635
4. Matvey Kraposhin, Daniil Ryazanov, Tatiana Elizarova, Ilias Sibgatullin, Michael Kalugin, Vasily Velikhov, and Eugene Ryabinkin. Openfoam high performance computing solver for simulation of internal wave attractors in stratified flows using regularized hydrodynamic equations. In *Proceedings of the 2018 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS, 22–23 Nov. 2018)*, IEEE Xplore Digital Library, United States, 2018. United States.

#### **Asymptotic behavior and stability of vorticity equation solutions for a viscous incompressible fluid on a rotating sphere**

*Yu. N. Skiba*

*Universidad Nacional Autónoma de México*

*Email: skiba@unam.mx*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10163

A nonlinear vorticity equation describing the behavior of a viscous incompressible fluid on a rotating sphere is considered. The viscosity term is modeled by a real degree of the Laplace operator [1]. Theorems on the existence and uniqueness of non-stationary and stationary weak solutions are given [2]. The smoothness of external forcing is established that guarantee the existence of a limited attractive set in the space of solutions. Sufficient conditions for the global asymptotic stability of solutions are obtained. An example is constructed that shows that, in contrast to the stationary forcing, the Hausdorff dimension of the global attractor generated by a quasiperiodic (in time) polynomial forcing can be arbitrarily large, even if the generalized Grashof number is limited.

This work was partially supported by the National System of Researchers (SNI, CONACYT, Mexico) through grant 14539.

#### References

1. Skiba Yu. N. *Mathematical problems of the dynamics of incompressible fluid on a rotating sphere*. Cham: Springer, 2017.
2. Skiba Yu. N. On the existence and uniqueness of solution to problems of fluid dynamics on a sphere // *J. Math. Anal. Appl.* 2012. V. 388. P. 627–644.

**Г. И. Марчук и М. В. Келдыш: "Атомный проект", космос, ЭВМ, Президенты АН СССР, "Будущее Земли"**

*Т. А. Сушкевич*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН*

*Email: tamaras@keldysh.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10166

Впервые за 100-тысячную историю человечества в XX веке достигнут такой мощный прогресс, который на долгие годы определил новый уклад – постиндустриальное информационное общество, и вместе с тем создано оружие уничтожения самой цивилизации! Советскому Союзу и всему человечеству планеты Земля повезло, что во главе этого прогресса стояли такие гении, как М. В. Келдыш, С. П. Королев, И. В. Курчатов, которые своим талантом, умением и своими уникальными организационными способностями лидеров спасли планету от катастрофы и остановили безумную гонку вооружений, обеспечив безопасность СССР и России и тем самым поддерживая мирное сосуществование около 200 государств без глобальных войн вот уже 75-й год. М. В. Келдыш познакомился с Г. И. Марчуком во время работ по реализации "Атомного проекта" в начале 50-х годов 20 века. М. В. Келдыш был "главным по математике и ЭВМ" в "Атомном проекте", зам. директора И. М. Виноградова, а с 1953 года – директором ОПМ МИАН СССР. Г. И. Марчук с 1952 года работал в Лаборатории "В" (ФЭИ, Обнинск), которая с момента создания в 1946 году проводила совместные работы по "Атомному проекту" сначала с коллективом М. В. Келдыша в Математическом институте им. В. А. Стеклова, а с 1953 года – с Институтом Келдыша. Эта совместная работа сыграла ключевую роль в дальнейшей научно-организационной деятельности Г. И. Марчука. Под руководством М. В. Келдыша коллектив Гурия Ивановича в созданном ВЦ СО РАН стал участником "Космического проекта", когда заложили фундаментальные основы Всемирной глобальной научной программы "Будущее Земли". Потому не случайно такая трогательная была последняя речь последнего Президента АН СССР Г. И. Марчука на последнем собрании АН СССР. В докладе будут приведены новые документы и факты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 18-01-00609, 17-01-00220).

**"Будущее Земли": CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O и океан – конкурирующие радиационные факторы**

*Т. А. Сушкевич, С. А. Стрелков, С. В. Максакова*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН*

*Email: tamaras@keldysh.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10165

25 сентября 2015 года Генеральная Ассамблея ООН принимает итоговый документ по повестке дня в области развития на период после 2015 г. – резолюцию "Преобразование нашего мира: повестка дня в области устойчивого развития на период до 2030 года", которая согласована 193 государствами и включает декларацию, 17 целей развития и 169 задач. С 2015 года мировое прогрессивное научное сообщество начало объединяться на платформе Всемирной глобальной научной программы "Будущее Земли" (World Global Research Projects "Future Earth") для координации международных исследований по устойчивому развитию окружающей среды и общества по совместной инициативе Международного совета по науке (ICSU) и Международного научного совета по общественным наукам (ISSC) (после объединения в 2018 году они переименованы в "Международный научный совет" (ISC), представляющий 133 страны, 29 международных научных союзов и 24 научные ассоциации) при поддержке крупнейших международных правительственных организаций в сфере науки, образования и культуры – ЮНЕСКО, Программы Объединенных Наций по окружающей среде (ЮНЕП), Международного университета ООН, Международной метеорологической организации (WMO), а также Бельмонтским форумом, Сетью организаций по устойчивому развитию (SDSP) и др. Физическую картину климата системы "океан – суша – атмосфера" представил А. С. Монин в обзоре: Монин А. С., Шишков Ю. А. Климат как проблема физики (УФН. 2000. Т. 170, № 4. С. 419-445). Р. И. Нигматулин назвал свою экспертную статью "Океан – диктатор климата" (Эксперт. 2018. № 34. С. 46–51). В докладе обсуждается концепция Р. И. Нигматулина о роли CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O и океана – конкурирующих факторов радиационного форсинга на глобальный климат и эволюцию планеты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 18-01-00609, 17-01-00220).

### **Численное моделирование изменчивости состояния арктического галоклина**

М. А. Тарханова<sup>1</sup>, Е. Н. Голубева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: [m.tarkhanova@g.nsu.ru](mailto:m.tarkhanova@g.nsu.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10167

Слой холодного галоклина, для которого характерно резкое увеличение солёности (и потенциальной плотности) с глубиной при менее значительном изменении температуры, является одной из особенностей термохалинной структуры Северного Ледовитого океана. Арктический галоклин, формирующийся на глубинах от 50 до 250 м, изолирует поверхностные воды и, следовательно, ледяной покров Северного Ледовитого океана от тепла нижележащих вод атлантического слоя. По данным наблюдений в течение последних десятилетий состояние арктического галоклина существенно меняется [1]. Доклад посвящен анализу распределения и изменчивости гидрологических характеристик вод верхнего 250-метрового слоя Арктического бассейна, полученных на основе трехмерного численного моделирования. Обсуждаются результаты численных экспериментов по исследованию чувствительности распределения термохалинных характеристик океана к вариациям атмосферного воздействия и увеличению речного стока сибирских рек. Эксперименты проведены с использованием трехмерной численной модели океана и морского льда SibCIOM (Siberian Coupled Ice-Ocean Model) [2, 3], разработанной в ИВМиМГ СО РАН для исследования климатической изменчивости Северного Ледовитого океана, и данных реанализа атмосферы CORE-II [4, 5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №20-05-00536А).

#### Список литературы

1. Polyakov I. V., Pnyushkov A. V., Carmack E. Stability of the arctic halocline: a new indicator of arctic climate change // *Environmental Research Letters*. 2018. V. 13(12). DOI: 10.1088/1748-9326/aaec1e.
2. Golubeva E. N., Platov G. A. On improving the simulation of Atlantic Water circulation in the Arctic Ocean // *J. Geophys. Res.* 2007. V. 112, C04S05. DOI:10.1029/2006JC003734.
3. Голубева Е. Н., Платов Г. А. Численное моделирование отклика Арктической системы океан-лед на вариации атмосферной циркуляции 1948–2007 гг. *Известия РАН, серия ФАО*. 2009. Т.45. № 1. С.145–160.
4. Large W. G., Yeager S. G The global climatology of an interannually varying air–sea flux data set// *Clim Dyn.* 2008. DOI: 10.1007/s00382-008-0441-3.
5. CORE Related Datasets. Corrected Inter-Annual Forcing Version 2.0 (CIAF). [Электрон. ресурс]. URL: [https://data1.gfdl.noaa.gov/nomads/forms/core/COREv2/CIAF\\_v2.html](https://data1.gfdl.noaa.gov/nomads/forms/core/COREv2/CIAF_v2.html).

### **Развитие и применение глобальной многомасштабной модели общей циркуляции атмосферы**

#### **ПЛАВ**

М. А. Толстых<sup>1,2</sup>, Р. Ю. Фадеев<sup>1</sup>, В. В. Шашкин<sup>1</sup>, Г. С. Гойман<sup>1</sup>, С. В. Травова<sup>2</sup>, В. Г. Мизяк<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН

<sup>2</sup>Гидрометцентр России

Email: [m.tolstykh@inm.ras.ru](mailto:m.tolstykh@inm.ras.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10168

Глобальная многомасштабная модель атмосферы ПЛАВ [1] применяется в приложениях от среднесрочного прогноза погоды до моделирования современного климата. Модель состоит из оригинального блока решения уравнений динамики атмосферы [2] и параметризаций процессов подсеточного масштаба, в основном заимствованных. Подробное описание модели приведено в [3].

В докладе рассматриваются результаты применения модели в среднесрочном, долгосрочном прогнозе погоды, а также для воспроизведения современного климата. Обсуждается стратегия развития модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-05-01227).

## Список литературы

1. Толстых М. А., Желен Ж. Ф., Володин Е. М., Богословский Н. Н., Вильфанд Р. М., Киктев Д. Б., Красюк Т. В., Кострыкин С. В., Мизяк В. Г., Фадеев Р. Ю., Шашкин В. В., Шляева А. В., Эзау И. Н., Юрова А. Ю. Разработка многомасштабной версии глобальной модели атмосферы ПЛАВ // Метеорология и гидрология. 2015. № 6. С. 25–35.
2. Tolstykh, M., Shashkin, V., Fadeev, R., and Goyman, G.: Vorticity-divergence semi-Lagrangian global atmospheric model SL-AV20: dynamical core // Geosci. Model Dev. 2017. V. 10. P. 1961–1983.
3. Толстых М. А., Шашкин В. В., Фадеев Р. Ю., Шляева А. В., Мизяк В. Г., Рогутов В. С., Богословский Н. Н., Гойман Г. С., Махнорылова С. В., Юрова А. Ю. Система моделирования атмосферы для бесшовного прогноза. Рецензент д.ф.-м.н. А. В. Старченко. М.: Триада лтд., 2017. 166 стр. ISBN 978-5-9908623-3-3.

**Оценка загрязнения Малого моря (Байкал) с помощью численного моделирования***Е. А. Цветова**Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН**Email: e.tsvetova@ommgp.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10169

После закрытия Байкальского целлюлозного комбината в регионе не осталось промышленных предприятий, сбрасывающих загрязненные воды в озеро. Однако вместо одного крупного источника в настоящее время образовалось множество мелких – это объекты туристической отрасли. Одним из самых посещаемых мест на Байкале является остров Ольхон, который отделен от материка заливом Малое Море.

В докладе предпринята попытка оценить текущее состояние и возможные последствия загрязнения Малого Моря с помощью методов математического моделирования. С этой целью используется трехмерная негидростатическая модель гидротермодинамики и распространения примесей, которая рассматривается в локальной зоне с учетом влияния крупномасштабных процессов в озере. В условиях имеющейся неопределенности при задании источников воздействий и параметров математической модели для воспроизведения физических процессов в озере и получения оценок используется сценарный подход, позволяющий построить варианты развития ситуаций.

Работа выполнена в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН (№ 0315-2019-0004) в части разработки базовых моделей озера и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00560) при решении задач продолжения.

**A study of the nonlinear longitudinal oscillations in an elastic rod in the presence of the nonstationary source***Yu. A. Chirkunov**Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering**Email: chr101@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10170

We found all basic models having different symmetry properties of the general model of the nonlinear longitudinal oscillations in an elastic rod in the presence of the nonstationary source. For a basic model that admits the widest group of Lie transformations, we obtained all invariant submodels. The solutions describing these submodels are found either explicitly, or their search is reduced to solving of the nonlinear integral equations. The presence of arbitrary constants in the integral equations describing invariant solutions of rank 1 allows us to study having physical meaning boundary value problems analytically and numerically. For the invariant submodels obtained, we studied nonlinear longitudinal oscillations of an elastic rod, for which either a longitudinal displacement and speed of its change or a longitudinal displacement and its gradient are specified at the initial moment of the time at a fixed point. We are established the existence and uniqueness of the solutions of these boundary value problems under some additional conditions. Their solution is reduced to the solution of the integral equations, which we solved numerically for some values of the included in them parameters.

The study was carried out with the financial support of RFBR and the Government of the Novosibirsk region in the framework of the Project № 19-41-540004.

## References

1. Yu. A. Chirkunov. Nonlinear longitudinal oscillations of viscoelastic rod in Kelvin model // J. Appl. Math. and Mech. 79. (2015). 506–513.

**A study of the three-dimensional model of Khokhlov - Zabolotskaya - Kuznetsov nonlinear hydroacoustics in a cubically nonlinear medium, describing the nonlinear extinction of the ultrasonic beams in the presence of dissipation**

*Yu. A. Chirkunov*

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)*

*Email: chr101@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10373

A generalization of the three-dimensional model Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov model in a cubically nonlinear medium with the special nonlinear coefficients describes an effect of attenuation of powerful ultrasonic beams due to the formation of shock waves. We got all invariant submodels of this model. The submodels of this model are described by the invariant solutions of the three-dimensional partial differential equation. We have studied all essentially distinct, not linked by means of the point transformations, invariant solutions of rank 0 and rank 1 of this equation. These solutions are found either explicitly, or their search is reduced to the solution of the nonlinear integro-differential equations. We researched the nonlinear attenuation of high-power ultrasonic acoustic waves (one-dimensional, axisymmetric and planar) for which the acoustic pressure, speed and acceleration of its change are specified at the initial moment of the time at a fixed point. Under the certain additional conditions, we established the existence and the uniqueness of the solutions of boundary value problems, describing these wave processes.

The study was carried out with the financial support of RFBR and the Government of the Novosibirsk region in the framework of the Project № 19-41-540004.

## References

1. Rudenko O. V. On the 40th anniversary of the Khokhlov – Zabolotskaya equation. Acoustic. Phys. 2010. V. 56. No 4. P. 452–462.

**Submodels of the three-dimensional model of Khokhlov – Zabolotskaya – Kuznetsov nonlinear hydroacoustics in a cubically nonlinear medium, describing an increasing pressure in ultrasonic beams due to inertialess self-focusing**

*Yu. A. Chirkunov*

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)*

*Email: chr101@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10372

We got all invariant submodels of the generalization of the Khokhlov – Zabolotskaya – Kuznetsov model (3KZK) of nonlinear hydroacoustics in a cubic-nonlinear medium in the presence of dissipation. In particular, we obtained the submodels that we called by "Ultrasonic needles" that have the following property: at each fixed moment of the time in the field of the existence of the solutions, near some point, the pressure increases and becomes infinite in this point. Also we obtained the submodels that we called by "Ultrasonic knives" that have the following property: at each fixed moment of the time in the field of the existence of the solution, near some plane the pressure increases and becomes infinite on this plane. The same as Ultrasonic needles, these submodels can be used, in particular, in medicine as a test in preparing for the operations with a help of an ultrasound. The presence of the arbitrary constants in the integro-differential equations, that determine invariant submodels of rank 1 provides a new opportunities for analytical and numerical study of the boundary value problems for the received submodels, and, thus, for the original (3KZK) model. We researched a propagation of the intensive acoustic waves (one-dimensional, axisymmetric and planar) for which the acoustic pressure, speed and acceleration of its change are specified at the initial moment of the time at a fixed point. Under the certain additional conditions, we established the existence and the uniqueness of the solutions of boundary value problems, describing these wave processes.

The study was carried out with the financial support of RFBR and the Government of the Novosibirsk region in the framework of the Project № 19-41-540004.

## References

1. Yu. A. Chirkunov. A study of the generalization of the three-dimensional model of nonlinear hydroacoustics of Khokhlov – Zabolotskaya – Kuznetsov in a cubic-nonlinear medium in the presence of dissipation. *Int. J. Non-Linear Mech.*. 2019. V. 117. 103233.

### **Оценка качества атмосферного воздуха г. Томск с помощью мезомасштабной фотохимической модели**

*Е. А. Шельмина, А. В. Старченко, А. А. Барт, Л. И. Кижнер*

*Томский государственный университет*

*Email: eashelmina@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10171

Проблема охраны окружающей среды в настоящее время является одной из важных задач науки [1]. В данной работе представлены результаты, которые получены с помощью усовершенствованной мезомасштабной метеорологической модели высокого пространственного разрешения TSUNM3 [2] и развиваемой фотохимической модели переноса примеси [3].

Результаты расчетов индекса загрязнения воздуха для центра города Томск показали, что наибольшие значения он принимает при близких к штилевым условиям (скорость ветра менее 1 м/с), а также при определенном направлении скорости приземного ветра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-71-20042).

#### Список литературы

1. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982.

2. Старченко А. В., Кузевская И. В., Кижнер Л. И., Барашкова Н. К., Волкова М. А., Барт А. А. Оценка успешности численного прогноза элементов погоды по мезомасштабной модели атмосферы высокого разрешения TSUNM3 // *Оптика атмосферы и океана*. 2019. Т. 32, № 1. С. 57–61.

3. Bart A. A., Starchenko A. V. Modelling of urban air pollution by anthropogenic and biogenic source emissions // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 2014. Vol. 9292. P. 929248-1– 929248-8.

### **Методы вариационной ассимиляции данных и их приложения в задачах гидротермодинамики морских акваторий**

*В. П. Шутяев<sup>1,2</sup>, В. И. Агошков<sup>1,3</sup>, Н. Б. Захарова<sup>1</sup>, Н. Р. Лёзина<sup>1</sup>, Е. И. Пармузин<sup>1,2</sup>, Т. О. Шелопут<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН*

<sup>2</sup>*Московский физико-технический институт*

<sup>3</sup>*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

*Email: victor.shutyayev@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10172

В последние годы возрастает интерес к методам исследования и численного решения обратных задач и задач ассимиляции данных, играющих фундаментальную роль в теоретическом осмыслении и математическом моделировании процессов и явлений из самых различных областей знаний. Техника ассимиляции данных широко применяется в науках о Земле. Наибольшие приложения она получила в метеорологии и океанографии, где наблюдения атмосферы и океана ассимилируются в атмосферные и океанские модели с целью получения начальных условий (или других параметров модели) для дальнейшего моделирования и прогноза.

Значительным прогрессом в решении задач усвоения данных стало применение вариационных методов и, в частности, методов оптимального управления.

Развитие данного направления в ИВМ РАН было инициировано Гурием Ивановичем Марчуком [1]. Эти подходы явились основным содержанием многолетних исследований Г. И. Марчука и его научной школы в ИВМ РАН в различных областях математики и ее приложениях [2–5].

В настоящей работе рассматриваются некоторые подходы к решению задач вариационного усвоения данных, развиваемые в ИВМ РАН. В качестве приложения – математическая модель морской динамики с блоком вариационной ассимиляции данных о температуре поверхности моря и учетом ковариационных матриц ошибок наблюдений. На основе вариационной ассимиляции данных наблюдений

предлагаются алгоритмы решения обратных задач по восстановлению потоков тепла на поверхности моря, восстановления граничных условий в открытых акваториях, в том числе алгоритмы, основанные на методе разделения области. Обсуждаются результаты численных экспериментов для конкретных морских акваторий.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-71-20035) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекта № 18-01-00267).

Список литературы

1. G. I. Marchuk. Adjoint Equations and Analysis of Complex Systems. Springer. Dordrecht, 1995.
2. V. I. Agoshkov, E. I. Parmuzin, and V. P. Shutyaev. Numerical algorithm for variational assimilation of sea surface temperature data. *Comput. Math. Math. Phys.* 2008, 48 (8), 1293–1312.
3. V. I. Agoshkov, V. M. Ipatova, V. B. Zalesnyi, E. I. Parmuzin, and V. P. Shutyaev. Problems of variational assimilation of observational data for ocean general circulation models and methods for their solution. *Izv., Atmos. Ocean. Phys.* 2010, 46 (6), 677–712.
4. Агашков В. И., Асеев Н. А., Захарова Н. Б., Пармузин Е. И., Шелопут Т. О., Шутяев В. П. Информационно-вычислительная система "ИВМ РАН - Балтийское море". М.: ИВМ РАН, 2016.
5. V. I. Agoshkov, E. I. Parmuzin, N. B. Zakharova, V. P. Shutyaev. Variational assimilation with covariance matrices of observation data errors for the model of the Baltic Sea dynamics. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, 2018, 33(3), pp. 149–160.

### **Бифуркационный каскад в модели распределения атмосферных полей с высотой в лесном массиве**

*М. С. Юдин*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: m.yudin@ommgp.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10173

Упрощенные модели пограничного слоя атмосферы применяются в широком диапазоне возможных приложений, например для расчета начальных профилей метеорологических переменных в сложных трехмерных моделях. При введении параметризаций распределения атмосферных полей с высотой в лесном массиве в уравнениях возникают преобладающие нелинейные члены. Обычные критерии численной устойчивости для линейных уравнений являются слишком грубыми при наличии сильной нелинейности. В работе исследовалось поведение решения при стремлении к стационарному состоянию. При определенном размере шага по времени возникает бифуркационный каскад, который можно устранить только существенно уменьшив этот шаг. Соответствующее нелинейное разностное уравнение исследовалось методами теории бифуркаций [1]. Получен улучшенный критерий устойчивости, который переходит в обычный критерий при стремлении нелинейности к нулю.

Полученный критерий устойчивости может быть полезен, например, при расчете распределения атмосферных полей с высотой в лесном массиве [2, 3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00137: численное моделирование), а также ИВМиМГ СО РАН (государственное задание 0315-2016-0004: разработка эффективных вычислительных алгоритмов).

Список литературы

1. Schuster, H. G., Just, W. Deterministic Chaos WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2005
2. Yudin, M. S., Wilderotter, K., Simulating atmospheric flows in the vicinity of a water basin // *Computational Technologies*. 2006. V. 11, N.3. P. 128–134.
3. Yudin, M. S. Verification of a FEM model of front evolution with varying thermal stratification // *Proc. SPIE 11208, 25th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics*, 112087J (18 December 2019). DOI: 10.1117/12.2540624.

## Секция 6. ПРОГРАММИРОВАНИЕ

### Применение инструментов языка Python для цифровизации обработки данных

Г. Т. Балакаева, Г. Б. Калменова, М. Т. Турдалиев

Казахский национальный университет им. аль-Фараби

Email: [t\\_medet@mail.ru](mailto:t_medet@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10174

В данной работе были получены результаты по интегрированию и визуализации данных с помощью инструментов языка Python. Для интеграции с библиотекой вычисления обработки отходов нефтешлама [1] был использован встроенный инструмент `python ctypes` [2]. Данный инструмент помогает получать и использовать функции, написанные в языке C/C++ внутри языка Python. Программа для вычисления обработки отходов нефтешлама была сконструирована так, чтобы из графического интерфейса, написанного на языке Python (Tkinter) [3], можно было легко передавать свои параметры. Чтобы показать рисунок использовался инструмент Matplotlib [4]. С помощью данного инструмента был нарисован 3D рисунок (поверхность) нефтешлама, показывающий изменение температуры для данного нефтешлама. С помощью инструмента Tkinter был создан интуитивно понятный интерфейс для внедрения своих параметров и получения соответствующих результатов. Также было предусмотрено несколько материалов по умолчанию, которые имеют свои параметры.

Список литературы

1. Г. Б. Калменова, Г. Т. Балакаева. Мұнай қалдыктарын өңдеудің моделін жасау // Вестник КазНУ. 2019. № 5. С. 552–555.
2. Python interface to Tcl/Tk // Python Documentation URL: <https://docs.python.org/3/library/tkinter.html> (дата обращения: 18.02.2020).
3. A foreign function library for Python // Python Documentation URL: <https://docs.python.org/2/library/ctypes.html> (дата обращения: 18.02.2020).
4. Matplotlib: Python plotting – Matplotlib 3.2.1 documentation // Matplotlib Documentation URL: <https://matplotlib.org/> (дата обращения: 18.02.2020).

### Применение платформы HPC Community Cloud для автоматической генерации интерактивного суперкомпьютерного приложения на примере статистического моделирования газовых разрядов

М. А. Городничев<sup>1,2,3</sup>, М. А. Марченко<sup>1,2</sup>, В. А. Перепёлкин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Новосибирский государственный технический университет

Email: [perepelkin@ssd.sgcc.ru](mailto:perepelkin@ssd.sgcc.ru), [maxim@ssd.sgcc.ru](mailto:maxim@ssd.sgcc.ru), [marchenko@sscc.ru](mailto:marchenko@sscc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10175

Рассматривается проблема автоматизации создания программных продуктов на основе вычислительных программ, обеспечивающих решение задач моделирования и обработки данных на суперкомпьютерах. Программный продукт, в отличие от академических вычислительных кодов, типично используемых на суперкомпьютерах, должен предусматривать типичные сценарии применения и избавлять пользователя от рутины, не связанной с сутью решаемых задач.

В работе предлагается технология, которая позволяет формально специфицировать и реализовывать сценарии применения вычислительных программ для решения задач на суперкомпьютерах. Сценарии описывают частичных порядок действий, связанных с организацией вычислительного процесса, специфицируют характеристики объектов данных (например, файлы определенных форматов, группы файлов и т. п.), подаваемых на вход вычислительным программам, и результирующих объектов данных. Формальная спецификация сценариев позволяет автоматически генерировать веб-приложение, которое пользователь использует для организации вычислений на суперкомпьютерах. Совокупность веб-приложения и вычислительного кода, выполняемого на суперкомпьютере, составляют продукт – интерактивное суперкомпьютерное приложение.

Предлагаемая технология разрабатывается как расширение платформы HPC Community Cloud (HPC2C)[1]. HPC2C – это сервис для унификации порядка взаимодействия потребителей вычислительных

ресурсов с различными высокопроизводительными вычислительными системами (ВВС), а также одноименный набор инструментов для разработки приложений на основе этого сервиса. Программным системам доступен программный интерфейс (API) сервиса, а на основе API работает веб-приложение, посредством которого с сервисом могут взаимодействовать конечные пользователи. Сервис реализует базовые операции, связанные с выполнением вычислительных задач на суперкомпьютерах, включая подготовку входных файлов, постановку задач в очередь системы управления прохождением задач суперкомпьютера, отслеживание состояния, доступ пользователя к результатам расчетов. Унификация работы с различными суперкомпьютерами достигается за счет расширяемого набора модулей, обеспечивающих непосредственную реализацию операций на суперкомпьютерах. Особенностью проекта среди аналогов [2] является фокус на обеспечении накопления и переиспользования сценариев применения высокопроизводительных вычислительных ресурсов для решения задач и генерация интерактивных суперкомпьютерных приложений на основе таких сценариев, расширяемость базового веб-приложения за счет интеграции в него интерактивных суперкомпьютерных приложений, специализирующихся на решении конкретных задач моделирования и обработки данных.

С помощью возможностей платформы HPC2C разработано интерактивное суперкомпьютерное приложение для статистического моделирования газовых разрядов на основе вычислительного кода программы ELSHOW [3, 4], в которой реализован трехмерный параллельный алгоритм численного статистического моделирования развития электронных лавин в газе с целью получения таких интегральных характеристик, как число частиц в лавине, коэффициент ударной ионизации, скорость дрейфа и других [5, 6]. При реализации распараллеливания применяется библиотека PARMONC, предназначенная для реализации технологии распределенного численного статистического моделирования на массивно-параллельных вычислительных системах [7]. Созданное интерактивное суперкомпьютерное приложение позволяет специфицировать исходные данные для задачи моделирования: газ, характеристики поля, геометрию области, задавать параметры вероятностной модели газового разряда, указывать требования к вычислительным ресурсам, выбирать конкретный суперкомпьютер из множества доступных пользователю вычислительных систем. Пользователь может отслеживать статус вычислительных задач, выполняющихся на суперкомпьютерах, просматривать результаты расчетов, анализировать их в рамках предусмотренных сценариями. Интерфейс системы позволяет осуществлять поиск расчетов и каталогизировать их.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00599), Российского научного фонда (код проекта 19-72-20114), а также государственного задания ИВМиМГ СО РАН, тема № 0315-2019-0002 и тема № 0315-2019-0007.

#### Список литературы

1. Городничев М. А., Вайцель С. А. Организация доступа к высокопроизводительным вычислительным ресурсам в HPC Community Cloud // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2014. Т. 3, № 4. С. 85–95. DOI: 10.14529/cmse140406.
2. Calegari, P., Levrier, M., Balczyński, P.: Web portals for high-performance computing: a survey. ACM Trans. Web 13(1), 5:1–5:36 (2019). DOI: 10.1145/3197385.
3. Лотова Г. З., Марченко М. А., Михайлов Г. А., Рогазинский С. В., Рыжов В. В., Ухинов С. А., Шкляев В. А. Параллельная реализация метода Монте-Карло для моделирования развития электронных лавин в газе // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 3–2. С. 182–185.
4. Лотова Г. З., Рогазинский С. В., Марченко М. А. ELSHOW – программа для численного статистического моделирования процесса развития электронных лавин в газе на массивно-параллельных вычислительных системах. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016616477, дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 14.06.2016 г.
5. Lotova G. Z., Marchenko M. A., Mikhailov G. A., Rogazinskii S. V., Ukhinov S. A., Shklyayev V. A. Numerical statistical modelling algorithms for electron avalanches in gases // Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. Vol. 29, Iss. 4, pp. 251–263 (2014) . DOI: 10.1515/rnam-2014-0020.
6. Марченко М. А. Эффективное использование многоядерных сопроцессоров при суперкомпьютерном статистическом моделировании электронных лавин // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2013. Т. 2, № 4. С. 80–93. DOI: 10.14529/cmse140406.
7. Marchenko M. Efficient Computational Approaches for Parallel Stochastic Simulation on Supercomputers // Parallel Programming: Practical Aspects, Models and Current Limitations. New York: Nova Science Publishers, 2014. P. 117–142.

### **Аксиоматическая семантика подмножества языка Cloud Sisal для верификации программ инженерной математики**

*Д. А. Кондратьев, А. В. Промский*

*Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН*

*Email: apple-66@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10176

В ИСИ СО РАН разрабатывается система программирования для языка Cloud Sisal [1], включающая систему верификации. Циклические выражения этого языка позволяют реализовать концепцию неявного параллелизма для программ с итерациями над структурами данных, таких как программы инженерной математики с итерациями над векторами и матрицами. Вместо разработанной ранее системы [2], основанной на верификации промежуточного представления Cloud-Sisal-программ, нами реализована система дедуктивной верификации, основанная на аксиоматической семантике подмножества языка Cloud Sisal. Циклические выражений в этом подмножестве ограничены для использования специального правила вывода [3], позволяющего избежать задания инвариантов циклов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 18-11-00118).

#### Список литературы

1. Kasyanov V., Kasyanova E. Methods and system for cloud parallel programming // Proceedings of the 21st International Conference on Enterprise Information Systems (ICEIS 2019), 2019, Volume 1, pp. 623–629.
2. Kondratyev D., Promsky A. Proof Strategy for Automated Sisal Program Verification // Lecture Notes in Computer Science. 2019. Volume 11771. pp. 113–120.
3. Nepomniaschy V. A. Symbolic method of verification of definite iterations over altered data structures // Programming and Computer Software. 2005. Volume 31. Issue 1. pp. 1–9.

### **The overview of LuNA system for automatic construction of parallel programs of numerical simulation**

*V. E. Malyshkin<sup>1,2</sup>, V. A. Perepelkin<sup>1,2</sup>, N. A. Belyaev<sup>1,2</sup>*

*<sup>1</sup>Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

*<sup>2</sup>Novosibirsk State University*

*Email: perepelkin@ssd.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10177

To reduce the complexity of distributed numerical parallel programs development LuNA (Language for Numerical Algorithms) language and system of automatic parallel programs construction [1] is introduced. According to its theoretical basis [2] LuNA accepts a description of an application algorithm as a set of triplets (ins, mod, outs), where ins and outs are immutable pieces of data, processed by a sequential side-effect free module mod to compute outs from ins. Based on the representation a parallel program is constructed and executed automatically with its non-functional and dynamic properties provided. Two approaches are considered: dynamic interpretation of the representation by a distributed run-time system, and a parallel program generation. A number of real-life and synthetic tests are presented to investigate LuNA performance.

#### References

1. Victor E. Malyshkin, Vladislav A. Perepelkin. LuNA Fragmented Programming System, Main Functions and Peculiarities of Run-Time Subsystem // Parallel Computing Technologies. 11th International Conference, PaCT 2011, Proceedings. LNCS 6873. Springer, 2011. pp. 53–61.
2. Valkovskii V., Malyshkin V.: Parallel Programs and Systems Synthesis on the Basis of Computational Models. Novosibirsk: Nauka (In Russian. Sintez parallel'nykh program i system na vychislitel'nykh modelyakh). 1988.

## **Имитационное моделирование прохождения ламинарного потока через локальное сужение в трубе**

Ю. Г. Медведев

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: medvedev@ssd.ssc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10178

В работе рассматривается двумерный случай процесса прохождения ламинарного потока через сужение трубы. Двумерная постановка соответствует случаю с трехмерным потоком между двумя параллельными плоскостями, описанному в п. 17 "Течение по трубе" в [1]. Искомые зависимости – распределение скорости и давления вдоль направления движения потока при различных размерах сужения и различных градиентах давления на концах трубы.

Для имитационного моделирования используется клеточно-автоматная модель потока FHP-MP [2] с целочисленным алфавитом состояний и синхронным режимом работы. Клеточный массив выбран размером  $5000 \times 500$  клеток. Просвет сужения варьировался от 100 до 400 клеток. Концентрация частиц соответствует примерно 50 на клетку.

Целью работы является проверка возможности применения исследуемой модели в условиях движения потока в прямой трубе при постоянной температуре в докритическом режиме; в этих условиях критическое число Рейнольдса составляет несколько тысяч [1].

Результаты моделирования совпадают с известными данными, это позволяет заключить, что клеточно-автоматная модель FHP-MP адекватно моделирует ламинарный поток в трубе.

Работа была выполнена с использованием ресурсов ЦКП ССКЦ ИВМиМГ СО РАН и МСЦ РАН.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 4. Гидродинамика. 5-е изд. М.: Физматлит, 2001. 736 с.
2. Медведев Ю. Г. Многочастичная клеточно-автоматная модель потока жидкости FHP-MP // Вестн. ТГУ. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2009. № 1(6). С. 33–40.

## **Особенности разработки программных систем с длительным жизненным циклом использования**

И. Н. Скопин

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*Email: iskopin@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10179

К системам с длительным жизненным циклом относятся такие программные продукты, как операционные системы и компиляторы, СУБД и библиотеки поддержки специализированных вычислений: математических алгоритмов, символьных преобразований, машинной графики и др. Причин, из-за которых система обретает длительную жизнь, много, но всегда главной из них является пользовательская потребность в тех или иных программных средствах. Она часто осознается заранее, и тогда разработчики в принципе могут подготовиться к развитию нужных проектов в требуемых направлениях. Здесь проблема лишь в том, что потребность со временем меняется. В этом случае, а также тогда, когда новые идеи и экспериментальные разработки формируют потребность, разработчикам приходится адаптировать свои проекты к не до конца понятным условиям использования программных продуктов. Такой была Turbo-среда поддержки программирования, которая задумывалась исключительно для учебных целей, но стала фактическим стандартом для всех подобных систем. Не менее важной причиной систем с длительным жизненным циклом является поддержка преемственности сложившегося программного обеспечения, структур данных и других особенностей в условиях использования более производительной вычислительной обстановки. Здесь очевидным примером является "вечно живой" язык Фортран.

Требования адаптивности проектов к развитию пользовательской потребности и к условиям обновляемых вычислительных обстановок является главной особенностью обсуждаемых программных систем. Они предопределяют выбор методологий развития проектов, в том числе и подхода к формированию проектных команд. В докладе эти положения конкретизируются на основе анализа опыта разработки различных программных систем.

## Секция 7. СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

### Июнь 2020: Состояние суперкомпьютерной отрасли в мире и в России

*С. М. Абрамов*

*ИПС им. А. К. Айламазяна РАН*

*Email: abram@botik.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10377

Доклад продолжает цикл работ автора, посвященных анализу суперкомпьютерной отрасли на основании открытых данных из мирового рейтинга 500 самых мощных суперкомпьютеров – Top500.

Новые данные из последних редакций Top500 и новые не результаты (например, анализ некоторых технических аспектов, связанных с гибридными архитектурами и новыми решениями для интерконнекта) обсуждаются в данном докладе впервые.

Актуальность работы определяется современной тенденцией, связанной с цифровой экономикой, для которой суперкомпьютерные технологии необходимы, как инфраструктурный базис.

### Моделирование двухфазной фильтрации в коллекторе трещиновато-порового типа с помощью высокопроизводительной вычислительной техники

*Ю. О. Бобренёва<sup>1</sup>, Д. Д. Смирнов<sup>2</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>1,3</sup>, М. А. Марченко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Уфимский государственный нефтяной технический университет*

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>3</sup>*Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН*

*Email: yu.o.bobreneva@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10181

При разработке месторождения важным является знание об интенсивности распространения фильтрационных особенностях системы каналов и трещин в пласте [1]. Особенно актуальным вопросом остается для карбонатных коллекторов, в которых наличие трещиноватости приурочено к естественному геологическому процессу формирования залежи [2]. Наличие трещин усложняет разработку месторождения. Трещиновато-пористые коллектора характеризуются интенсивным обменным потоком жидкости [3] между трещинами и пористыми блоками, что вносит коррективы в известные методы определения фильтрационных параметров [4]. Поэтому, чтобы идентифицировать описанные фильтрационные потоки, необходимы такие модели [5], которые бы учитывали также и трещинную составляющую коллектора. В работе рассматривается математическая модель двухфазной фильтрации в коллекторе трещиновато-порового типа. Модель включает в себя два блока с системой гиперболических уравнений относительно водонасыщенности на фоне фиксированных скоростей фильтрации, и блоки, содержащие уравнения пьезопроводности для определения давлений в трещиновато-поровом коллекторе. Для решения задачи разработаны алгоритмы, реализованные на суперкомпьютере с помощью технологий параллельного программирования. Представлены результаты численного моделирования. Расчеты проведены на кластерах НКС-30Т и НКС-1П [6, 7].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-37-50025).

#### Список литературы

1. Наказная Л. Г. Фильтрация жидкости и газа в трещиноватых коллекторах. Москва : Недра, 1972 г. С. 184
2. Nelson N. A. Geologic analysis of naturally fractured reservoirs. 2001 г.
3. Warren, J. E. The behaviour of naturally fractured reservoirs / J. E. Warren, P. J. Root // Soc. Petrol. Eng. J. 1963. P. 245–255.
4. Aguilera R., Ng M.e. Decline-curve analysis of hydraulically fractured wells in dual-porosity reservoirs. [SPE-22938] Dallas, TX : 66th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers held, 1991.
5. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М.: Наука, 1989. 432 с.
6. М. А. Ключков, К. Ю. Марков, Ю. С. Митрохин, Л. С. Чиркова Организация параллельных вычислений для решения дифференциальных уравнений на blade-сервере: учеб.-метод. пособие / Ижевск: Изд-во "Удмуртский университет", 2011.

7. Сибирский суперкомпьютерный центр ИВМиМГ СО РАН. URL: <http://www.sccc.icmmg.nsc.ru> (дата обращения: 30.11.2019).

### **Параллельный алгоритм для моделирования процессов в цилиндрических открытых ловушках**

*М. А. Боронина, В. А. Вшивков, Е. А. Генрих, Г. И. Дудникова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: boronina@ssd.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10182

В докладе вниманию представляется параллельный алгоритм для проведения численного моделирования динамики плазмы в открытых цилиндрических ловушках в двумерном случае [1]. Алгоритм основан на использовании гибридной модели, идея которой состоит в кинетическом описании ионной компоненты и описании с помощью МГД-подхода электронной компоненты плазмы. Применен метод частиц-в-ячейках с численными схемами на сдвинутых сетках [2]. Для распараллеливания использована смешанная декомпозиция: расчетная область разбивается на подобласти, за каждую подобласть отвечает группа ядер, частицы в подобласти распределены между ядрами своей группы. Такой подход позволяет существенно ускорить вычисления за счет выделения большего количества ядер на группу с более высокой плотностью частиц и, соответственно, равномерной загрузки ядер внутри группы [3].

Реализованный алгоритм тестировался на задаче диамагнитного удержания плазмы. В докладе демонстрируются результаты численных экспериментов, проведенных на процессорах Сибирского суперкомпьютерного центра (ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-29-21025 мк). Концепция гибридной модели создана в рамках гос. задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315–2019–0009).

#### Список литературы

1. Beklemishev A. D. Phys. Plasmas 23 (2016).
2. Birdsall Ch. K., Langdon A. B. Plasma physics via computer simulation. McGraw-Hill Book Company, 1985.
3. Boronina M. A., Vshivkov V. A. J. of Plasma Phys. 2015. 81(6). 495810605.

### **Параллельная реализация полулагранжевого метода для численного решения уравнений**

#### **Навье – Стокса на многопроцессорных вычислительных системах**

*А. В. Вяткин<sup>1,2</sup>, Е. В. Кучунова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

<sup>2</sup>*Сибирский федеральный университет*

*Email: hkuchunova@sfu-kras.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10183

В работе представлен численный алгоритм решения уравнений Навье – Стокса, описывающий трехмерное течение вязкого теплопроводного газа. В работе для аппроксимации полной (субстанциональной) производной по времени в каждом уравнении системы используется метод траекторий. Дискретизация по пространству остальных слагаемых уравнений Навье – Стокса на каждом временном слое проводится методом конечных элементов [1]. Как следует из тестовых расчетов [2, 3], применение комбинации методов траекторий и конечных элементов позволяет построить алгоритм, довольно эффективный с вычислительной точки зрения. Разработана параллельная версия алгоритма для многопроцессорных вычислительных систем с использованием технологии передачи сообщений MPI. Созданный программный комплекс применен для моделирования трехмерного течения вязкого теплопроводного газа в трубе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научного проекта № 18-41-243006.

#### Список литературы

1. Shaydurov, V. V., Shchepanovskaya, G. I., Yakubovich, M. V. Semi-Lagrangian Approximation of Conservation Laws in the Flow around a Wedge // Lobachevskii J. of Mathematics. 2018. Vol. 39. P. 936–948.

2. Шайдуров В. В., Щепановская Г. И., Якубович М. В. Численное моделирование течений вязкого теплопроводного газа в канале // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18, №4. С. 77–90.

3. Шайдуров В. В., Щепановская Г. И., Якубович М. В. Применение метода траекторий и метода конечных элементов в моделировании движения вязкого теплопроводного газа // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. С. 275–281.

### **Построение онтологий для решения вычислительно сложных задач**

*Б. М. Глинский<sup>1</sup>, Ю. А. Загорулько<sup>2</sup>, Г. Б. Загорулько<sup>2</sup>, А. Ф. Сапетина<sup>1</sup>, И. М. Куликов<sup>1</sup>, П. А. Тутов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт систем информатики им. Еришова СО РАН*

*Email: gbm@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10184

В настоящее время онтологический подход широко используется в различных областях знаний и для решения разных классов задач. Онтологии признаны как концептуальные информационные модели, которые описывают сущности в определенных областях знаний в терминах классов, свойств и функций. Данный подход широко используется в биоинформатике, геофизике, астрофизике, геологии и др. Отметим, что большинство работ в этих областях ориентированы на хранение и обработку больших массивов данных. Авторы предлагают использовать онтологии для создания систем интеллектуальной поддержки решения больших задач [1]. При этом, ключевым моментом является построение онтологий методов и алгоритмов решения задачи и онтологии вычислительных систем, которые могут использоваться для решения задачи. В данной работе рассматриваются подходы к построению таких онтологий, приводятся примеры построения онтологий для решения задач астрофизики и геофизики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 19-07-00085, 19-07-00762).

#### **Список литературы**

1. B. Glinskiy, Y. Zagorulko, G. Zagorulko, I. Kulikov, A. Sapetina. The Creation of Intelligent Support Methods for Solving Mathematical Physics Problems on Supercomputers // Voevodin V., Sobolev S. (eds) Supercomputing. RuSCDays 2019. Communications in Computer and Information Science. 2019. vol 1129. P. 427–438.

### **Моделирование процесса сополимеризации бутадиена со стиролом на основе метода**

#### **Монте-Карло для каскада реакторов с применением технологии MPI**

*И. В. Захаров, Т. А. Михайлова, С. А. Мустафина*

*Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета*

*Email: zahrum@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10331

В современном производстве синтетических каучуков все чаще применяется математическое моделирование. В основе производства каучука лежат процессы полимеризации и сополимеризации, изучение которых позволяет синтезировать продукты с заданными свойствами, важными для потребителя. Имитация технологических процессов позволяет решать задачи прогнозирования и оптимизации производства.

Процесс производства осуществляется путем смешения эмульсии бутадиена и стирола в каскаде реакторов (9–12 последовательно соединенных реакторов) при температуре 5–6 °С.

Математическая модель процесса полимеризации записывается в виде системы дифференциальных уравнений, которые описывают скорость изменения концентраций всех типов частиц, присутствующих в реакционной системе и участвующих в процессе [1–3].

Поскольку требуется проводить вычисления для каждой частицы, возникает проблема скорости моделирования процесса в его программной реализации. Подобные вычисления возможно производить только для небольших порций продукта, поэтому моделирование приближенного к реальному процесса требует высокой производительности. Для решения подобной проблемы лучше всего подходят высокопроизводительные вычисления [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Республики Башкортостан в рамках научного проекта № 17-47-020068.

## Список литературы

1. Подвальный С.Л. Моделирование промышленных процессов полимеризации / С. Л. Подвальный. М.: Химия, 1979.
2. Слинько М.Г. Моделирование гетерогенных каталитических процессов // Теоретические основы химической технологии. 1998. Т.32, № 4. С. 433–440.
3. Слинько М.Г. Актуальные проблемы моделирования химических процессов и реакторов // Химическая промышленность. 1994. № 10. С. 651–655.
4. Оленев Н.Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. М.: ВЦ РАН, 2005.

**Анализ параллельного ускорения алгоритма идентификации источников на основе ансамблей решений сопряженных уравнений**

*А. В. Пененко<sup>1,2</sup> А. В. Гочаков<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>3</sup>*Сибирский региональный научно-исследовательский гидрометеорологический институт*

*Email: alexs@ommgp.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10354

Нелинейные обратные задачи, в том числе задачи идентификации источников [1, 2] и коэффициентов [3] моделей адвекции-диффузии-реакции могут быть сведены посредством ансамблей решений сопряженных уравнений к квазилинейным операторным уравнениям. Различным типам данных измерений соответствуют различные конструкции ансамбля. Так как при построении оператора чувствительности сопряжённые уравнения решаются независимо, и это является самой продолжительной по времени выполнения частью алгоритма, то теоретически алгоритм допускает эффективное распараллеливание. В работе на примере сценария идентификации источников по данным мониторинга в городской атмосфере осуществляется экспериментальная оценка ускорений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-07-01135) в части алгоритмов для решения коэффициентных обратных задач с данными контактных измерений, (код проекта 20-01-00560) в части алгоритмов для решения задач продолжения, Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Новосибирской области (код проекта 19-47-540011) в части приложений к условиям города Новосибирска.

## Список литературы

1. Penenko A. Convergence analysis of the adjoint ensemble method in inverse source problems for advection-diffusion-reaction models with image-type measurements // Inverse Problems & Imaging, American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), 2020, 14, 757–782.
2. Penenko, A.; Zubairova, U.; Mukatova, Z. & Nikolaev, S. Numerical algorithm for morphogen synthesis region identification with indirect image-type measurement data // Journal of Bioinformatics and Computational Biology, World Scientific Pub Co Pte Lt, 2019, V. 17, P. 1940002.
3. Пененко, А. В.; Николаев, С. В.; Голушко, С. К.; Ромащенко, А. В. & Кирилова, И. А. Численные алгоритмы идентификации коэффициента диффузии в задачах тканевой инженерии // Мат. биол. и биоинф., Institute of Mathematical Problems of Biology of RAS (IMPB RAS), 2016, 11, 426–444.

**Параллельная реализация на GPU инкрементального алгоритма Рамалингама для динамической обработки потоковых графов с одним источником**

*Т. В. Снытникова, А. Ш. Непомнящая*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: snytnikovat@ssd.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10186

В работе строится ассоциативная версия алгоритма Рамалингама для решения динамической проблемы достижимости в потоковых графах с одним источником при добавлении новой дуги. Эта задача возникает в таких приложениях, как компиляторы, системы верификации, а также анализ и синтез информации в геоинформационных системах. С ростом объемов обрабатываемых данных возрастает необходимость разработки динамических алгоритмов, которые выполняются быстрее, чем самые быстрые статические алгоритмы.

Для построения параллельной реализации алгоритма Рамалингама используется STAR-машина, которая моделирует работу ассоциативных параллельных процессоров с вертикальной обработкой данных. Эта модель реализована на графических ускорителях в работе [1].

Параллельная реализация упомянутого алгоритма на STAR-машине представлена в виде процедуры InsertEdgeReachability, корректность которой доказана. К основным достоинствам ассоциативной версии относятся простая структура данных и параллельная обработка графа по вершинам. Последнее приводит к существенному уменьшению числа итераций. Тестирование ассоциативного алгоритма проводится на графическом ускорителе.

Список литературы

1. Снытникова Т. В., Непомнящая А. Ш. Решение задач на графах с помощью STAR-машины, реализуемой на графических ускорителях. Прикладная дискретная математика. 2016. №3(33). С. 98–115.

### **Построение параллельного метода численного решения уравнений переноса для мезомасштабной метеорологической модели TSUNM3**

*А. В. Старченко<sup>1,2</sup>, Е. А. Данилкин<sup>1,2</sup>, Д. В. Лецинский<sup>1,2</sup>, Е. В. Семенов<sup>1,2</sup>, С. А. Проханов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Томский государственный университет

<sup>2</sup>Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН

Email: starch@math.tsu.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10187

В работе рассматриваются алгоритмы численного решения обобщенного трехмерного дифференциального уравнения конвективно-диффузионного переноса для мезомасштабной метеорологической модели TSUNM3 [1]. Для построения численного алгоритма используются структурированные сетки с равномерным шагом по всем направлениям. При аппроксимации дифференциальной постановки задачи используется метод конечного объема со вторым порядком аппроксимации по времени и пространственным переменным.

Гибридный алгоритм построен как комбинация двух технологий параллельного программирования MPI и OpenMP. Библиотека передачи сообщений MPI используется для взаимодействия между вычислительными узлами кластера, а распараллеливание внутри одного вычислительного узла выполнено с использованием библиотеки для работы с общей памятью OpenMP.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-71-20042).

Список литературы

1. Starchenko A. V., Bart A. A., Bogoslovskiy N. N., Danilkin E. A., Terenteva M. A. Mathematical modelling of atmospheric processes above an industrial centre // Proceedings of SPIE 9292, 2014, V. 9292. P. 929249-1–929249-30.

### **Globalizer – a parallel software system for solving computationally time consuming multi-criteria global optimization problems**

*A. Sysoyev, V. Gergel, E. Kozinov*

*Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*

Email: alexander.sysoyev@itmm.unn.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10185

В работе представлена программная система Globalizer, предназначенная для параллельного решения вычислительно трудоемких задач многомерной многоэкстремальной многокритериальной глобальной оптимизации. Globalizer реализует подход, основанный на редукции многокритериальных задач к задачам нелинейного программирования, используя различные свертки частных критериев, редукции многомерных задач к одномерным на основе кривых Пеано и применении эффективных информационно-статистических методов одномерной оптимизации. Реализованный подход позволяет выполнять распараллеливание как для кластеров, так и для вычислительных систем на общей памяти.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 19-07-00242 "Высокоэффективные параллельные методы глобальной оптимизации для задач суперкомпьютерного моделирования".

**Grid-switching nested streamed tsunami modeling infrastructure**

*K. Hayashi, A. P. Vazhenin,*

*University of Aizu, Japan*

*Email: vazhenin@u-aizu.ac.jp*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10188

The tsunami modeling on nested grids allows for decreasing the total amount of calculations by processing only selected coastal areas. In fact, nested computing is already used widely in numerical modeling such as weather forecasting and tsunami warning [1–3]. In comparison with other approaches, the presented model allows integrating in a single modeling scheme the bathymetry grids designed by different developers that usually have non-proportional grid steps and differences in bottom relief [4]. The paper describes the distributed streaming computational scheme allowing for flexible reconfiguration of heterogeneous computing resources with a variable set of modeling zones. Based on the component-based design approach, we developed a reconfigurable and scalable structure providing coarse-grained parallelization of the nested tsunami modeling. Here we describe the system components, algorithms of functioning and synchronizing as well as show how to assemble the computational schemes. Importantly, the proposed scheme allows for implementing tsunami modeling simultaneously for several coastal areas. The results on numerical experiments presented confirm the possibility of implementing high-speed computations concurrently on the computing system with rather limited computational resources using distributed computing in combination with CUDA-accelerators.

## References

1. Hasan M. M., S. M. M. Rahman S. M. M., Mahamud U. Numerical modeling for the propagation of tsunami wave and corresponding inundation// IOSR J. Mech. Civil Eng. 2015. V. 12, N 2, 2015, P. 55–62.
2. Gussyakov V. K., Fedotova Z. I., Khakimzyanov G. S., Chubarov L. B., Shokin Y. I. Some approaches to local modeling of tsunami wave runup on a coast// Russ. J. Num. An. Math. Model. 2008, V. 23, N. 6, P. 551–565.
3. Harig S., Chaeroni C., Pranowo W., Behrens J. Tsunami simulations on several scales: Comparison of approaches with unstructured meshes and nested grids// Oc. Dyn., 2008, V. 58, N. 5, P. 429–440.
4. Hayashi K., Marchuk A., Vazhenin A. Generating boundary conditions for the calculation of tsunami propagation on nested grids// Numerical Analysis and Applications. 2018. V. 11, N. 3, P. 256–267.

## Секция 8. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

### Определение коэффициента податливости упругого основания балки по собственным частотам ее колебаний

*А. А. Аитбаева*

*Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН*

*Email: aitbaeva.90@bk.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10189

Рассматривается механическая система, представляющая собой конечную балку Эйлера – Бернулли, лежащую на сплошном упругом основании. К таким балкам могут быть отнесены ленточные фундаменты зданий, шпалы железнодорожного пути, рельсы, трубопроводы и т. д. Упругое основание рассматривается как система опирающихся на жесткое горизонтальное основание не связанных между собой пружин, сжатие которых возрастает прямо пропорционально приложенной нагрузке. Коэффициент пропорциональности между нагрузкой и деформацией называется коэффициентом постели [1]. Задачу определения коэффициента постели можно свести к обратной спектральной задаче [2]. В такой формулировке требуется найти неизвестный параметр по собственным значениям спектральной задачи. Получена формула нахождения коэффициента податливости упругого основания балки (коэффициента постели) и рассмотрены примеры решения задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Республики Башкортостан молодым ученым 2020 г.

Список литературы

1. Каримов И. Ш. Строительная механика: Теоретический курс с примерами типовых расчетов: Учебное пособие. Уфа: Белая река, 2008. 280 с.
2. Аитбаева А. А. Определение коэффициента постели упругого основания балки с шарнирно закрепленными концами по собственным частотам ее колебаний // Изв. Уфимского научного центра РАН. 2016. № 4. С. 23–26.

### Приближенный метод расчета коэффициентов теплоотдачи участков разного уровня разреза "Ангренсор"

*Т. Акишев, А. Кыдырбаева*

*Экибастузский инженерно-технический институт им. акад. К. Сатпаева*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10190

В данной работе предложена методика, позволяющая определить коэффициент теплоотдачи грунта без разрушения его структуры, влажности, сохраняя его естественное состояние. Методика определения коэффициента теплоотдачи грунта позволяет создать устройство, применяемое в полевых условиях и обладающее относительно высокой точностью измерения и свойством неразрушающего контроля.

Разработан приближенный метод нахождения коэффициента теплоотдачи грунта с данными на поверхности, соприкасающейся с окружающей средой, а также исследованы математические свойства полученной приближенной задачи. Доказана ограниченность приближенного значения коэффициента теплоотдачи и устойчивость функционала. Разработаны алгоритмы расчета коэффициентов теплоотдачи грунта и разработан программный продукт. Используя данные измерений теплофизических характеристик изучаемого грунта с помощью приборов, коэффициенты теплоотдачи грунта определены на разных участках разреза "Ангренсор".

Для проверки правильности теоретических выводов были проведены численные расчеты для трехслойного грунта на разных участках разреза "Ангренсор".

Величина коэффициента теплоотдачи сильно зависит от количества, толщины и теплофизических характеристик слоев почвы и от скорости ветра. В глубине разреза значения коэффициента теплоотдачи уменьшаются.

Список литературы

1. Чудновский А. Ф. Теплофизика почв. 1976. М.: Наука. Стр. 352.
2. John H. Lienhard. Heat Transfer Textbook. Third Edition, Cambridge, 2008. P. 672.

3. Рысбайулы Б., Акишев Т. Б. Сходимость итерационного метода для определения коэффициента теплоотдачи // Труды шестого совещания Российско-Казахстанской рабочей группы по вычислительным и информационным технологиям. КазНУ, 16–19 марта 2009 г. С. 273–276.

### **Solving of an inverse boundary value problem for the heat conduction equation by using Lavrentiev regularization method**

*H. K. Al-Mahdawi*

*South Ural State University*

*Email: hssnkd@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10324

In this paper, the inverse problem for the boundary value of heat equation is posed and solved. It is well known that this problem is ill-posed. The boundary value problem can be represented as an integral equation of the first kind by using the separation of variables method to solve the boundary value of heat equation problem. The discretization of the integral equation allowed us to reduce the integral equation to a system of linear algebraic equations or a linear operator equation of the first kind on Hilbert spaces. In order to find an approximation solution, we need to apply a regularization algorithm. In this type of equation and through regularization step we faced non-injective operator problem. The Lavrentev regularization method was used to obtain the solution for this type of problem.

#### References

1. L. D. Menikhes, V. P. Tanana, "The finite-dimensional approximation for the Lavrent'ev method", *Sib. Zh. Vychisl. Mat.*, 1:1 (1998), 59–66.
2. Lavrent'ev M. M. *On Some Ill-Posed Problems of Mathematical Physics*. Novosibirsk: Siberian Branch of the Academy of Sciences of the USSR, 1962.
3. Tikhonov, A. *On the solution of incorrectly posed problem and the method of regularization*. *Sov. Math.* 4, 1963. 1035–1038.
4. Gallier J., *Singular Value Decomposition (SVD) and Polar Form BT - Geometric Methods and Applications: For Computer Science and Engineering*, New York, NY: Springer New York, 2011, pp. 367–385. doi.org/10.1007/978-1-4419-9961-0\_13.
5. Sidikova A. I. *A Study of an Inverse Boundary Value Problem for the Heat Conduction Equation* // *Sibirskii Zhurnal Vychislitel'noi Matematiki*, 2019, V. 22, N. 1, pp. 79–95.
6. Tanana V. P., Sidikova A. I. *Optimal Methods for Solving Ill-Posed Heat Conduction Problems*. *Inverse and Ill-Posed Problems Series 62*. De Gruyter, 2018.
7. Tanana V. P., Sidikova A. I. *On Estimating the Error of an Approximate Solution Caused by the Discretization of an Integral Equation of the First Kind* // *Steklov Institute of Mathematics*. 2017. V. 299, N. 1. pp. 217–224.
8. Tanana V. P., Vishnyakov E. Y., Sidikova A. I., *About an approximate solution to the Fredholm integral equation of the first kind by the residual method* // *Sib. Zh. Vychisl. Mat.*, 19:1 (2016), 97–105; *Num. Anal. Appl.*, 9:1 (2016), 74–81.
9. Al-Mahdawi H. K. *Development of a Numerical Method for Solving the Inverse Cauchy Problem for the Heat Equation*. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2019. V. 8, N.2, pp. 22–31.
10. Tanana V. P., *On the optimality of methods of solving nonlinear unstable problems* // *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 220:5 (1975), 1035–1037.
11. Tanana V. P. *On an iterative projection algorithm for solving ill posed problems equations with perturbed operator* // *Dokl. AN SSSR* 224 (15). 1979. pp. 1025–1029
12. Ivanov V. K. *About Application of Picard Method to the Solution of Integral Equations for the First Kind* // *Bui. Inst. Politehn. Iasi.*, 1968. V. 4, N. 34, pp. 71–78.
13. Kabanikhin S. I. *Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Applications* // *Inverse and Ill-Posed Problems*, Ser. 55. De Gruyter, 2012. 24 pp.
14. Wang, Haibing, Li, Yi. *Numerical solution of an inverse boundary value problem for the heat equation with unknown inclusions* // *J. of Computational Physics*. 2018. 369. 10.1016/j.jcp.2018.05.008.
15. Dmitriev, V. I., Stolyarov, L. V. *Numerical Method for the Inverse Boundary-Value Problem of the Heat Equation*. *Comput Math Model* 2017. 28, 141–147.
16. Al-Mahdawi H. K. *Studying the Picard's Method for Solving the Inverse Cauchy Problem for Heat Conductivity Equations*. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2019. V. 8, N. 4. pp. 5–14.

**Прямая и обратная задача для кинетического уравнения переноса нейтронов***К. С. Бобоев**Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет**Email: boboev@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10191

Для нестационарного кинетического уравнения переноса нейтронов рассматривается прямая и обратная задача определения коэффициентов на основе метода сферических гармоник [1]. Предложен оптимизационный метод решения обратной задачи [2, 3]. С учетом сопряженной задачи для системы метода сферических гармоник строится градиент функционала. Доказана сходимость предложенного метода.

## Список литературы

1. Романов В. Г. Кабанихин С. И. Бобоев К. С. Обратная задача для P<sub>n</sub>-приближения кинетического уравнения переноса // ДАН СССР. 1984. Т. 276, № 2.
2. Бобоев К. С. Обоснование сходимости для конечно-разностного решения одной обратной задачи для P<sub>n</sub>-приближения кинетического уравнения переноса // В сб. "Марчуковские научные чтения-2018".
3. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.

**Экономичные алгоритмы в обратных задачах термического зондирования атмосферы***В. В. Васин<sup>1,2</sup>, Г. Г. Скорик<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Институт математики и механики УрО РАН*<sup>2</sup>*Уральский федеральный университет**Email: vasin@imm.uran.ru, skorik@imm.uran.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10192

Рассматривается система нелинейных уравнений общего вида, система в общем случае может не иметь решения в обычном смысле, а матрица производных может быть плохо обусловленной и необратимой. В работах [1, 2] предложен и исследован устойчивый метод решения системы, основанный на квадратичной аппроксимации функционала Тихонова после предварительной регуляризации исходной системы. При этом к полученной задаче квадратичной минимизации применяется ргох-алгоритм. В итоге построенный метод сводится к двухпараметрическому итерационному процессу ньютоновского типа, в котором наиболее трудоемкой операцией является вычисление и обращение регуляризованной матрицы вторых производных на каждой итерации. Предлагается модифицированный вариант метода, в котором матрица Гессе вычисляется один раз в течение всего процесса итераций. Устанавливается сходимость итераций, свойство фейеровости оператора шага и оценка погрешности. На основе построенного более экономичного метода строится численный алгоритм, эффективность которого анализируется при решении обратной задачи теплового зондирования атмосферы.

Работа выполнена В. В. Васиным при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 18-11-00024), Г. Г. Скориком в рамках государственного задания (тема № 0387-2019-0044).

## Список литературы

1. Skorik G. G. Reconstruction of vertical profiles of heavy in atmosphere by IR-spectra of the solar light transmission // Eurasian J. Math. Comp. Appl. 2018. Vol. 6, Issue 1. P. 56–64.
2. Skorik G. G., Vasin V. V. Regularized Newton type method for retrieval of heavy water in atmosphere by IR-spectra of the solar light transmission // Eurasian J. Math. Comp. Appl., 2019. Vol. 7, Issue 2. P. 79–88.

**Решение обратной кинетической задачи на примере реакции получения бензилбутилового эфира***А. Г. Вовденко<sup>1</sup>, М. К. Вовденко<sup>1</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>1,2</sup>, К. Ф. Коледина<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН*<sup>2</sup>*Уфимский государственный нефтяной технический университет**Email: anna.oosipova@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10194

При моделировании кинетических процессов и определении параметров кинетической модели необходимо решение прямой и обратной задач. При этом решение обратной задачи является достаточно нетривиальной задачей [1].

В данной работе рассматривается пример решения обратной кинетической задачи различными методами для реакции образования бензил-бутилового эфира через каталитическое взаимодействие бензилового и бутилового спиртов [2–6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-71-00006).

#### Список литературы

1. Губайдуллин И. М., Сайфуллина Л. В., Еникеев М. Р. Информационно-аналитическая система обратных задач химической кинетики. Учебное пособие. Уфа: Изд-во Баш. ун-та, 2003. 89 с.
2. K F Koledina et al 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1368 042019. DOI: 10.1088/1742-6596/1368/4/042019.
3. Voytkevich S. A., 895 fragrances for perfumes and household chemicals / S. A. Voytkevich. M.: Food industry, 1994. 594 p.
4. Bayguzina A. R., Gimaletdinova L. I., Khusnutdinov R. I. RussJOrgChem2018, Vol. 54, No. 8, pp 1148–1155.
5. Kazuo Hattori, Yuxi Tanaka, Hiroyuki Suzuki, Tsuneo Ikawa and Hiroshi Kubota. Kinetics of liquid phase oxidation of cumene in bubble column // J. of chemical Engineering of Japan – 1970. P.72–78.
6. K F Koledina, S N Koledin, A G Vovdenko, A R Bayguzina and R I Khusnutdinov 2019 CEUR Workshop Proceedings J. of Physics: Conference Series 1368 (2019).

### **Решение обратной кинетической задачи на примере реакции окисления изопропилбензола**

*М. К. Вовденко<sup>1</sup>, А. Г. Вовденко<sup>1</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>1,2</sup>, К. Ф. Коледина<sup>1,2</sup>*

*<sup>1</sup>Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН*

*<sup>2</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет*

*Email: Mikhail\_vovdenko@rambler.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10193

Необходимость решения обратных кинетических задач является неотъемлемым этапом при определении параметров кинетической модели рассматриваемой химической реакции [1].

В данной работе рассматривается использование различных математических методов применительно к реакции окисления изопропилбензола на основе реакционной схемы [2] и данных, представленных в [3–5].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18-07-00341.

#### Список литературы

1. Губайдуллин И. М., Сайфуллина Л. В., Еникеев М. Р. Информационно-аналитическая система обратных задач химической кинетики. Учебное пособие. Уфа: Изд-во Баш. ун-та, 2003. 89 с.
2. М. К. Vovdenko et al 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1368 042020. DOI: 10.1088/1742-6596/1368/4/042020.
3. Попов. С. В., Серебряков Б. Р., Кириченко Г. С., Гольшева Г. П. Кинетическая модель процесса высокотемпературного окисления изопропилбензола // Нефтепереработка и нефтехимия. 1983. № 5. С. 31–33.
4. Сайт Международной конференции "Марчуковские научные чтения 2020". [Электрон. ресурс]. URL: <http://conf.nsc.ru/msr2020/ru> (дата обращения: 19.11.2019).
5. Kazuo Hattori, Yuxi Tanaka, Hiroyuki Suzuki, Tsuneo Ikawa and Hiroshi Kubota. Kinetics of liquid phase oxidation of cumene in bubble column // J. of chemical Engineering of Japan. 1970. P. 72–78.

### **О нескольких задачах с источником**

*Ю. В. Гласко*

*Научно-исследовательский вычислительный центр Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова*

*Email: glaskoyv@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10195

В докладе мы рассмотрим несколько обратных задач определения источника. Будет представлен ряд сеточных и математических моделей процессов на основе эллиптических и параболических уравнений. Рассмотрим задачи относительно точечного источника, нескольких точечных источников [1], непрерывного источника в рамках метода фиктивных областей [2], нескольких непрерывных источников, источника являющегося сложной функцией.

Представлен комплекс программ, включающий UPDATE web-ориентированной информационной системы месторождений различных углеводородов и пакеты прикладных программ для определения источников гравитационных и магнитных полей.

Работа выполнена в рамках НИР "Создание и развитие информационных систем учебного и административного назначения МГУ" (договор № 14).

Список литературы

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
2. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
3. Гласко Ю. В. Задача концентрации масс // Физика Земли. 2015. Т. 51, № 2. С. 37–43.

### **Об аналитических и численных решениях обратных задач механики композитов**

*С. К. Голушко*

*Новосибирский государственный университет*

*Институт вычислительных технологий СО РАН*

*Email: s.k.golushko@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10196

Рассмотрены различные постановки прямых задач расчета прочности и обратных задач оптимального проектирования однородных, слоистых и армированных пластин и оболочек. Получены условия разрешимости и построены разрешающие системы дифференциальных уравнений относительно различных функций проектирования. Исследован ряд конкретных задач расчета и оптимизации тонкостенных конструкций, когда в качестве критериев проектирования выступают требования минимального веса, безмоментности напряженного состояния или равнопрочности композиционного материала [1–4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-18029) и Российского научного фонда (код проекта 18-13-00392).

Список литературы

1. Амелина Е. В., Буров А. Е., Голушко С. К., Лепихин А. М., Москвичев В. В., Юрченко А. В. Расчетно-экспериментальная оценка прочности металлокомпозитного бака высокого давления // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 5. С. 3–21.
2. Голушко С. К., Идимешев С. В., Семисалов Б. В. Методы решения краевых задач механики композитных пластин и оболочек. Учеб. пособие по курсу "Прямые и обратные задачи механики композитов". [Электронный ресурс]. Новосибирск: КТИ ВТ СО РАН. 2014. 131 с.
3. Голушко С. К., Немировский Ю. В., Одновал С. В. Расчет и рациональное проектирование композитных оболочек вращения // Динамика сплошной среды. 1998. № 113. С. 39–44.
4. Голушко С. К., Немировский Ю. В. Построение проектов армированных оболочечных конструкций минимального веса // В сб.: Вычислительные проблемы механики. Красноярск, 1989. С. 117–130.

### **Эффективный численный метод для синтеза решеток Брэгга**

*Н. И. Горбенко*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: nikolay.gorbenko@sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10197

В докладе предложен новый численный метод решения уравнений Гельфанда – Левитана – Марченко (ГЛМ). Метод основан на аппроксимации системы интегральных уравнений ГЛМ и сведении полученной теплицевой системы к дополнению Шура. Доказывается, что полученная система уравнений имеет симметричную и положительно определенную матрицу. Для решения применяется метод сопряженных градиентов. Предложен алгоритм вычисления умножения матрицы на вектор, учитывающий теплицевую структуру матрицы. Для заданной точности предложенный метод требует наименьшего из известных алгоритмов количества операций.

**О моделировании римановых метрик в задачах рефракционной томографии***Е. Ю. Деревцов**Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН**Email: dert@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10346

Явление рефракция луча, вдоль которого распространяется сигнал, возникает в процессе зондирования неоднородной среды любым физическим полем. В ряде постановок, например в рамках сейсмической томографии, рефракция столь значительна, что пренебречь ею становится уже невозможно. Влияние степени рефракции на точность восстановления функции исследовалось в [1].

Задачи восстановления 2D функции или тензорного поля по их экспоненциальному лучевому преобразованию при известном коэффициенте поглощения и заданной рефракции поставлены и решены, например, в [2–4]. Решение задач рефракционной томографии удастся получать лишь приближенными методами в рамках математической модели рефракционной томографии, и моделирование рефракции заданием подходящих римановых метрик – один из важных элементов при построении моделей. Приведены краткие сведения о римановых 2D и 3D метриках, пригодных для реализации в численных экспериментах, методы их построения и основные характеристики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект Российского фонда фундаментальных исследований ННИО\_а 19-51-12008).

## References

1. Derevtsov E.Yu., Dietz R., Louis A.K. and Schuster T. Influence of refraction to the accuracy of a solution for the 2D-emission tomography problem. *J. Inverse Ill-posed Problems*. 2000. V. 8. P. 161–191.
2. Svetov I.E., Derevtsov E.Yu., Volkov Yu.S., Schuster T. A numerical solver based on B-splines for 2D vector field tomography in a refracting medium. *Mathematics and Computers in Simulation*. 2014. V. 97. P. 207–223.
3. Derevtsov E.Yu., Maltseva S.V. Reconstruction of the Singular Support of a Tensor Field Given in a Refracting Medium by Its Ray Transform. *J. of Applied and Industrial Mathematics*. 2015. V. 9, No. 4. P. 447–460.
4. Derevtsov E.Yu., Maltseva S.V., Svetov I.E. Determination of Discontinuities of a Function in a Domain with Refraction from Its Attenuated Ray Transform. *J. of Applied and Industrial Mathematics*. 2018. V. 12, No. 4. P. 619–641.

**A reconstruction of a tensor field and its discontinuities by tomography data***E. Yu. Derevtsov**Sobolev Institute of Mathematics SB RAS**Email: dert@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10198

A problem of recovery of a tensor field and its discontinuities by certain types of ray transforms is investigated. Detailed decomposition of a symmetric tensor field, its representation through potentials and application of ray transforms [1] allow to reconstruct the field by means of suggested in [2] back-projection operators. The description of kernels and images of new types of ray transforms, the inversion formulas for sought-for tensor field or for its potentials are obtained. The problem of reconstruction of discontinuities of a tensor field given in refracting medium is considered. To solve this problem, we construct some operators of the inhomogeneity indicator, which enables to identify the set of points of discontinuities of the field. Back-projection operators and differential operators of tensor analysis are used. The operators form a set of algorithms for reconstruction of discontinuities [3]. A generalization for attenuated ray transform (ART) is suggested [4]. Connections between ART of various orders are established and their differential equations are obtained. Angular moments of ART as generalization of back-projection operators are developed.

The work was funded partially by RFBR and DFG according to the research project No. 19-51-12008.

## References

1. Derevtsov E.Yu., Svetov I. E. Tomography of tensor fields in the plane. *Eurasian J. Math. Comp. Appl.* 2015. V. 3, N. 2. P. 24–68.
2. Derevtsov E.Yu., Maltseva S. V., Svetov I. E. Mathematical models and algorithms for reconstruction of singular support of functions and vector fields by tomographic data. *Eurasian J. Math. Comp. Appl.* 2015. V. 3, N. 4. P. 4–44.
3. Derevtsov E.Yu., Maltseva S. V., Svetov I. E. Determination of Discontinuities of a Function in a Domain with Refraction from Its Attenuated Ray Transform. *J. Applied and Industrial Mathematics*. 2018. V. 12, N. 4. P. 619–641.

4. Derevtsov E. Yu. On a generalization of attenuated ray transform in tomography. Sib. J. Pure Applied Math. 2018. V. 18, N. 4. P. 29–41.

### **Линейные и нелинейные обратные задачи для многомерного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка**

С. З. Джамалов<sup>1</sup>, Р. Р. Ашуров<sup>2</sup>

*Институт математики Академии наук Узбекистана*

*Email: siroj63@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10325

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными условиями и обратными задачами. Отметим, что интерес к исследованию обратных задач для уравнений математической физики обусловлен важностью их приложений в различных разделах механики, сейсмологии, медицинской томографии и геофизики. К настоящему времени достаточно хорошо изучены обратные задачи для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов [1, 2]. Значительно менее изученными являются обратные задачи для неклассических уравнений математической физики, в частности для уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода. В работе А. Г. Меграбова [3] и К. Б. Сабитова [4] изучены обратные задачи для модельных уравнений смешанного типа на плоскости. В работах [5, 6] изучены некоторые линейные обратные задачи для уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода в пространствах Соболева. В данной работе предлагается новый метод, который позволяет доказать однозначную разрешимость некоторых линейных и нелинейных обратных задач для многомерного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российско-Узбекского научного гранта (номер гранта MRU-OT-1.2017) и фонда научно-исследовательских работ ОТ-ФА-88.

#### Список литературы

1. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Васильев В. Г. Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука, 1969.
2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.
3. Megrabov A. G. Forward and inverse problems for hyperbolic, elliptic and mixed type equations. Vtrecht; Boston: VSP, 2003.
4. Сабитов К. Б., Мартемьянова Н. В. Нелокальная обратная задача для уравнения смешанного типа. // Изв. вузов. Математика. 2011. № 2. С. 71–85.
5. С. З. Джамалов, Р. Р. Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55, № 1. С. 34–44.
6. С. З. Джамалов, Р. Р. Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка // Известия вузов. Математика. 2019. № 6. С. 1–12.

### **Определение оптимальных кинетических параметров реакции низкотемпературной паровой конверсии C<sub>2</sub>+углеводородов методом гравитационного поиска**

Л. В. Еникеева<sup>1,2</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>2,3</sup>, М. Р. Еникеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>2</sup>*Уфимский государственный нефтяной технический университет*

<sup>3</sup>*Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН*

*Email: Leniza.Enikeeva@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10199

Алгоритм гравитационного поиска в данной работе применялся для определения оптимальных кинетических параметров реакции низкотемпературной паровой конверсии C<sub>2</sub>+углеводородов в смеси с высоким содержанием метана. В рамках данной работы проведено математическое моделирование процесса предриформинга пропана при давлениях 1 и 5 атм, скоростях потока 4000 и 12000 ч<sup>-1</sup> и температурах 220–380 °С. Решение обратной задачи проводилось с помощью алгоритма гравитационного поиска. Для моделирования эксперимента было найдено решение обратной задачи в виде дробной зависимости по механизму Лэнгмюра – Хиншельвуда. Показано, что модель корректно описывает эксперименталь-

ные данные и может использоваться для описания процесса предриформинга пропана и предсказания конверсии пропана при заданных условиях реакции.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-37-60014).

### **Применение интервальных вычислений при решении обратной задачи химической кинетики**

*Д. Р. Зигангирова, С. А. Мустафина*  
*Башкирский государственный университет*  
*Email: zigangirovadiana@yandex.ru*  
DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10200

В данной работе анализируются методы решения обратной задачи химической кинетики для определения констант скоростей реакции [1]. Исходные данные берутся в виде интервала, учитывающего погрешность изменений [2]. Рассматриваются способы минимизации отклонения расчетных данных от экспериментальных. Расчеты ведутся с использованием интервальных вычислений [3]. В качестве примера исследуется химическая реакция пиролиза этана.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 17-47-020068 и проекта, выполняемого вузом в рамках государственного задания Минобрнауки РФ.

Список литературы

1. Царева, З. М. Теоретические основы химической технологии. Киев: Вища школа, 1986, 272 с.
2. Белов, В. М. Интервальный подход при решении задач кинетики простых химических реакций // Вычислительные технологии. 1997. Т. 2, № 1. С. 10–18.
3. Шарый, С. П. Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск: XYZ, 2013, 606 с.

### **Математическая модель и алгоритмы решения обратной коэффициентной задачи на основе георадарных данных**

*К. Т. Искаков<sup>1</sup>, М. А. Шишленин<sup>2</sup>, Д. К. Токсеит<sup>1</sup>*  
*<sup>1</sup>Евразийский университет им. Л. Н. Гумилева*  
*<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет*  
*Email: maxim.shishlenin@sscc.ru*  
DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10201

Нами проведены серии экспериментальных исследований с применением георадара Зонд-12 на вновь созданном лабораторном полигоне. Отличительной особенностью этих исследований является выбор нескольких локализованных объектов в виде купола соли, брикета торфа, помещенных в идеальную слоистую среду, а именно в чистый сухой песок. Выбор такой среды необходим для тестирования алгоритмов, математических моделей по определению глубины залегания локализованных и физических свойств объектов [1]. Одной из главных помех при измерении локализованных подземных объектов является верхняя часть грунта, лежащая над искомыми объектами. Проходя через эту область, электромагнитные волны, отраженные от различных объектов, взаимодействуют между собой, могут усиливаться или, наоборот, уменьшаться. Одним из способов решения этой задачи является продолжение решения системы уравнений Максвелла с земной поверхности в сторону расположения искомым объектов. Задача продолжения является некорректной из-за наличия затухания электромагнитного поля в проводящих средах.

Проведены серии экспериментальных исследований с применением георадара и получен ряд радарограмм на предмет изучения полученных радарограмм. Проведен цикл расчетов по проверке соответствия результатов математического моделирования реальным данным георадара.

Работа поддержана грантом МОН РК по договору № 132 от 12.03.18 "Разработка алгоритмов и встроенного программного обеспечения по определению геоэлектрического разреза для геоинформационной технологии GPR" (ИРН AP05133922).

Список литературы

- 1 Romanov V. G., Kabanikhin S. I, Inverse Problems for Maxwell's Equations. VSP, Utrecht, 1994. 250 p.

**Применение методов стереологии в томографии***И. Г. Казанцев**Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН**Email: kig@ooi.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10202

Рассматривается применение методов стереологии [1] в томографии в двумерном и трехмерном случаях. Стереология изучает пространственные соотношения фигур и тел, в совокупности перекрывающих объект, исследуемый в томографии, пересекая его от источника излучения до детектора. В работе получены формулы площадей и объемов пересечений различных геометрических фигур, являющихся областями интегрирования и участвующих в прямой задаче томографии и интегральной геометрии. В зависимости от формы источника детектора в схеме сканирования этими фигурами являются полосы, параллелепипеды, цилиндры и другие. Полученные формулы использованы при создании новых алгоритмов реконструкции изображений по проекциям. Результаты иллюстрируются.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2016-0003).

Список литературы

1. Вульфсон Н. И. Методы стереологии в геофизике. Ленинград: Гидрометеиздат, 1989.

**Итерационный метод определения показателя порядка дробной производной по времени уравнения диффузии***А. М. Кардашевский**Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова**Email: kardam123@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10203

В работе предлагается итерационный метод определения показателя порядка дробной производной в уравнении диффузии.

Представлены результаты численной реализации предложенного вычислительного алгоритма на модельных одномерных и двумерных задачах с точными решениями. Результаты вычислительного эксперимента показали эффективность итерационного метода: высокую точность и быструю сходимость итерационного метода.

Работа выполнена при финансовой поддержке мегагранта Правительства РФ (соглашение № 14.У26.31.0013).

**О кластеризации стационарных точек функционала невязки условно корректных обратных задач***М. Ю. Кокурин**Марийский государственный университет**Email: kokurinm@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10205

Рассматривается класс условно корректных задач, характеризуемый гильбертовой оценкой условной устойчивости на выпуклом компакте в гильбертовом пространстве. Оператор прямой задачи и правая часть уравнения заданы с погрешностями, близость производных точного и возмущенного оператора не предполагается. Исследуются свойства выпуклости и одноэкстремальности функционала невязки метода квазирешений. Для этого функционала устанавливается, что каждая его стационарная точка на множестве условной корректности, не слишком далекая от искомого решения исходной обратной задачи, лежит в малой окрестности решения. Даны оценки диаметра указанной окрестности в терминах погрешностей входных данных. Показано, что эта окрестность является аттрактором итераций метода проекции градиента, и получены оценки скорости сходимости итераций к аттрактору. Устанавливается необходимость используемой оценки условной устойчивости для существования итерационных процессов с указанными свойствами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 20-11-20085).

### **Итеративно регуляризованные методы решения нерегулярных нелинейных уравнений с апостериорным остановом**

М. Ю. Кокурин, М. М. Кокурин, О. В. Лобанова

Марийский государственный университет

Email: kokurinm@yandex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10204

Рассматриваются нерегулярные нелинейные операторные уравнения с гладкими операторами общего вида в гильбертовом или банаховом пространстве. Исследуются группы итеративно регуляризованных методов типа Гаусса – Ньютона и Ньютона – Канторовича [1]. Ранее указанные методы изучались в основном с привлечением априорных правил останова итераций в зависимости от уровня погрешности входных данных. При этом для получения оценок точности получаемых приближений в терминах погрешности требуется задание показателя истокорпредставимости искомого решения. В работе для класса итеративно регуляризованных процессов получены оценки такого вида при использовании апостериорного останова итераций, не предполагающего задание показателя истокорпредставимости. Исследуются конечномерные версии процессов с априорным и апостериорным остановом итераций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Кокурин М. Ю., Кокурин М. М., код проекта 20-11-20085) и стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам (Кокурин М. М., СП-5252.2018.5).

Список литературы

1. Bakushinsky A., Kokurin M. Yu., Kokurin M. M. Regularization Algorithms for Ill-Posed Problems. Belin: Walter de Gruyter, 2018.

### **Оптимизация условий проведения реакции на основе кинетической модели**

К. Ф. Коледина<sup>1,2</sup>, С. Н. Коледин<sup>2</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН

<sup>2</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет

Email: koledinakamila@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10206

Решение задачи однокритериальной или многокритериальной оптимизации условий проведения реакции представляет собой обратную задачу определения варьируемых параметров для достижения экстремумов критериев оптимальности [1]. В качестве критериев оптимальности могут применяться как физико-химические показатели эффективности реакции – выход продукта, селективность, конверсия, так и экономические или промышленные – производительность, интенсивность, рентабельность, прибыль [2]. Также применение экологических критериев оптимальности является актуальным ввиду современных ограничений вредных выбросов в окружающую среду [3]. В работе разработаны и математически формализованы указанные критерии оптимальности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-00006).

Список литературы

1. Коледина К. Ф., Коледин С. Н., Губайдуллин И. М. Автоматизированная система идентификации условий проведения гомогенных и гетерогенных реакций в задачах многоцелевой оптимизации // Сиб. журн. вычисл. Математики. 2019. Т. 22, № 2. С. 137–151.

2. Koledina K. F., Koledin S. N., Karpenko A. P., Gubaydullin I. M., Vovdenko M. K. Multi-objective optimization of chemical reaction conditions based on a kinetic model // J. of Mathematical Chemistry. 2019. V. 57, I. 2. P. 484–493.

3. Зайнуллин Р. З., Загоруйко А. Н., Коледина К. Ф., Губайдуллин И. М., Фасхутдинова Р. И. Многокритериальная оптимизация реакторного блока каталитического риформинга с использованием генетического алгоритма // Катализ в промышленности. 2019. Т. 19, № 6. С. 465–473.

### **Fast gradient method for numerical solving of the source problem for partial differential equations**

О. И. Krivorotko<sup>1,2</sup>, Т. А. Zvonareva<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS

<sup>2</sup>Novosibirsk State University

Email: t.zvonareva@g.nsu.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10207

The fast gradient method (FGM) has multilevel structure and can avoid local extreme of optimization problem [1]. We consider the nonlinear partial differential equation with the Neumann boundary conditions that

describes information diffusion in online social networks [2]. It is necessary to determine the source condition using additional measurements about the number of influenced users with a discrete distance at fixed times. Source problem is reduced to a problem of multi-parametric minimization of the misfit function that may has a lot of solutions. FGM is applied to solve the minimization problem. The evident formulas for continuous and discrete variations of gradient of misfit function are implemented to FGM that depend on solution of an adjoint problem. The comparative analysis for gradients of misfit function is conducted. Numerical results are presented and discussed.

This work is supported by the grant of President of Russian Federation (Agreement No. 075-15-2019-1078 (МК-814.2019.1)).

#### References

1. A. Gasnikov, Yu. Nesterov. Universal fast gradient method for stochastic composit optimization problems // *Comp. Math. & Math. Phys.* 2018. Vol. 58, N. 1. P. 51–68.
2. Wang H., Wang F., Xu K. Modeling information diffusion in online social networks with partial differential equations // *arXiv: 1310.0505*. 2013.

### **Обратные задачи для многомерных стохастических дифференциальных уравнений, возникающих в экономике и финансах**

*О. И. Криворотко<sup>1,2</sup>, Н. Ю. Зятьков<sup>1</sup>, Т. Хохэдж<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>3</sup>*Университет Георга-Августа, Германия*

*Email: o.krivorotko@g.nsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10208

В работе численно исследуется решение задачи определения функции сдвига или волатильности (обратная задача) входящих в систему стохастических дифференциальных уравнений с винеровским полем, моделирующую поведение ценных бумаг в экономике, по дополнительным измерениям некоторых траекторий системы в фиксированное время [1]. Обратная задача сведена к минимизации функционала невязки. Для решения задачи минимизации применен метод итерации Ландвебера [2], для которого получена явная форма градиента целевого функционала, связанного с решением детерминистской сопряженной задачи. Решение обратной задачи получено на кластере из графических ускорителей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-31-20019) и гранта Президента РФ (номер гранта МК-814.2019.1).

#### Список литературы

1. F. Dunker and T. Hohage. On parameter identification in stochastic differential equations by penalized maximum likelihood // *Inverse Problems*. 2014. V. 30, no. 9. P. 095001.
2. B. Kaltenbacher, A. Neubauer, O. Scherzer. Iterative Regularization Methods for Non-linear ill-posed Problems. Radon Series on Computational and Applied Mathematics. Berlin: de Gruyter, 2008.

### **О задаче коррекции фазы при обработке томографических данных**

*А. С. Леонов<sup>1</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>2</sup>, В. Д. Шинкарёв<sup>2</sup>, А. Г. Ягола<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Национальный исследовательский ядерный университет (МИФИ)*

<sup>2</sup>*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

*Email: asleonov@mephi.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10209

В томографических исследованиях для исключения дифракционных эффектов, связанных с набегом фазы, часто возникает необходимость вычислить интенсивность рентгеновского излучения на плоскости, близкой к изучаемому объекту, зная эту интенсивность на некоторой удаленной плоскости. Это обычно делается путем решения эллиптического уравнения транспорта фазы [1]. В докладе предлагается новая постановка задачи транспорта фазы для конической и параллельной томографии. На основании этой постановки созданы методы коррекции фазы для высококонтрастной технической томографии геологических образцов. Методы реализованы численно и включены в томографическую схему исследования. Численные эксперименты показывают существенное улучшение решений обратной задачи томографии при использовании скорректированных данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-51-53005-ГФЕН-а).

#### Список литературы

1. D. Paganin, S. C. Mayo, T. E. Gureyev, P. R. Miller & S. W. Wilkins. Simultaneous phase and amplitude extraction from a single defocused image of a homogeneous object // *J. of Microscopy*, Vol. 206, Pt 1 April 2002, P. 33–40.

### **Метод Гершберга – Папулиса в задаче векторной томографии с ограниченными данными**

*С. В. Мальцева, И. Е. Светов*

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: maltsevasv@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10210

Рассматривается задача двумерной векторной томографии о восстановлении соленоидального векторного поля по значению его продольного лучевого преобразования в неполном диапазоне данных. Для решения задачи построен итерационный алгоритм на основании метода Гершберга – Папулиса [1, 2], успешно применяемого для восстановления функции по ее преобразованию Радона в ограниченном угловом диапазоне [3] и других задачах томографии с ограниченными данными (см. например [4]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-51-12008 ННИО\_а).

#### Список литературы

1. Gerchberg, R. W., 1974, *Optica Acta*, 21, 709.
2. Papoulis, A., 1975, *I. E.E. E. Trans. Circuits Syst.*, CAS-22, 735.
3. M. Defrise, C. de Mol. A Regularized Iterative Algorithm for Limited-angle Inverse Radon Transform // *Optica Acta: International J. of Optics*, 1983. V. 30, No. 4, pp. 403–408.
4. В. В. Пикалов, А. В. Лихачев. Применение метода Гершберга – Папулиса в трехмерной доплеровской томографии, *Выч. мет. программирование*, 5:1 (2004), 146–153.

### **16-компонентная кинетическая модель процесса каталитического крекинга**

*Г. И. Маннанова<sup>1</sup>, Г. Р. Бикбова<sup>2</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>1,2</sup>, К. Ф. Коледина<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН*

<sup>2</sup>*Уфимский государственный нефтяной технологический университет*

*Email: gulshat.islamova.2017@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10211

Процесс каталитического крекинга является важнейшим процессом, позволяющий получить ключевой компонент товарного бензина и углубляющий переработку нефти [1]. Разработка математической модели процесса каталитического крекинга является актуальной задачей современной науки. Авторами разработана 16-компонентная кинетическая модель каталитического крекинга вакуумного газойля. Модель предназначена для оценки количества и качества не только целевого продукта – бензина каталитического крекинга, как большинство существующих моделей [2], но и побочных продуктов: пропан-пропиленовой и бутан-бутиленовой фракций, являющихся сырьем для производства полимеров, легких и тяжелых каталитических газойлей, являющихся компонентами дизельного и котельного топлива соответственно. Для решения прямой задачи кинетики нами был использован метод Рунге – Кутты 4-го порядка, для решения обратной задачи кинетики применялся метод прямого поиска минимизации функции суммы отклонений экспериментальных значений от расчетных. Таким образом, рассчитаны константы скорости реакции для разработанной модели.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 18-07-00341

#### Список литературы

1. Ахметов С. А. Технологии глубокой переработки нефти и газа. Уч. пособие для вузов. Уфа: Гилем. 2002.
2. Исламова Г. И., Губайдуллин И. М. Обзор и анализ математических моделей процесса каталитического крекинга // *Марчуковские научные чтения – 2019: Тезисы Международной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики"*. Новосибирск: ИПЦ НГУ. 2019. С. 126–127.

**О решении обратной задачи формирования молекулярно-массового распределения***Э. Н. Мифтахов, С. А. Мустафина**Башкирский государственный университет**Email: promif@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10212

Основным методом получения синтетических каучуков является полимеризация, осуществляемая технологически в массе, эмульсии и растворе. Огромную долю промышленно производимых каучуков в России составляют продукты полимеризации изопрена в присутствии катализаторов типа Циглера – Натта [1]. На характеристики получаемого продукта огромное влияние оказывает характер распределения активных центров, инициирующих процесс полимеризации. В случае образования продукта с широким молекулярно-массовым распределением (ММР) можно утверждать о полицентровости применяемой каталитической системы [2]. С целью получения истинной картины распределения производится постановка и решение обратной задачи формирования ММР [3]. Численное ее решение осуществляется с применением метода регуляризации Тихонова [4]. Современное развитие численных методов в сочетании с состоянием компьютерных технологий позволяет представить ее решение в виде программной реализации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 17-47-020068 и проекта, выполняемого вузом в рамках государственного задания Минобрнауки РФ.

**Список литературы**

1. Пат. РФ 2539655 (опубл. 2015). Способ получения цис-1,4-полиизопрена.
2. Захаров В. П., Мингалеев В. З., Берлин А. А., Насыров И. Ш., Жаворонков Д. А., Захарова Е. М. Кинетическая неоднородность титановых и неодимовых катализаторов производства 1,4-цис-полиизопрена // *Химическая физика*. 2015. Т. 34, № 3. С. 69–75.
3. Усманов Т. С., Спивак С. И., Усманов С. М. Обратные задачи формирования молекулярно-массовых распределений. М.: Химия, 2004.
4. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.

**Аналог теоремы Лебега – Римана для функции двух переменных***А. Б. Назимов<sup>1</sup>, Ш. М. Мухамеджонов<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Вологодский государственный университет**<sup>2</sup>Худжандский государственный университет, Республика Таджикистан**Email: n.akbar54@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10213

Исследование сходимости ряда Фурье функций, принадлежащих конкретным функциональным пространствам, является важной задачей теории рядов Фурье. Одними из средств изучения этого вопроса являются теорема Лебега – Римана и сходимость ряда Фурье этих функций. В настоящем докладе доказываются аналог этой теоремы для функции двух переменных и сходимость несимметрических частичных сумм ряда Фурье функций двух переменных, принадлежащих пространству суммируемых на квадрате функций

**Inverse problem subsurface investigation***D. Omarkhanova<sup>1</sup>, Zh. Oralbekova<sup>1</sup>, A. Karchevsky<sup>2</sup>**<sup>1</sup>L. N. Gumilyov Eurasian National University**<sup>2</sup>Sobolev Institute of Mathematics SB RAS**Email: dinara.omarkhanova@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10214

Inverse problem play a huge role in mathematical modeling and interpretation of observed data. If the cause is known and it is necessary to establish the consequences, then this is a direct problem. If the consequences are known and it is necessary to establish the cause of these consequences, then this is the inverse problem. The problem of determining the dielectric constant and conductivity is an urgent problem in Geophysics. As a rule,

the inverse problem is solved in the frequency domain, i.e. the source of other currents is harmonic. Despite the obvious idea that one can search for a single complex function, many authors propose numerical algorithms for recovery, where there are two real functions  $\sigma$  and  $\varepsilon$ , or real and imaginary parts of the corresponding complex functions. This leads to the fact that the resulting formulas are too complicated and inconvenient for analysis [1–2]. A numerical method is proposing for simultaneously determining the conductivity  $\sigma$  and dielectric constant  $\varepsilon$ . Instead of two unknown real functions, one complex function is considered. The properties of two residual functions that can be applied to the numerical solution of the inverse problem are investigated [4].

The work was supported by the Ministry of education and science of Republic Kazakhstan (government order AP05133922)

#### References

1. A. L. Karchevsky, Simultaneous reconstruction of permittivity and conductivity // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2009, v. 17, n. 4, p. 385–402.
2. A. L. Karchevsky, Reconstruction of pressure velocities and boundaries of thin layers in thinly-stratified layers // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2010, v. 18, N 4, p. 371–388.
3. Zh. O. Oralbekova, K. T. Iskakov, A. L. Karchevsky, Existence of the residual functional derivative with respect to a coordinate of gap point of medium // Applied and Computational Mathematics, 2013. Vol. 12, No 2. P. 222–233.
4. A. Karchevsky, Zh. Oralbekova, K. Iskakov, Solution of the inverse problem of subsurface electric exploration for horizontally layered medium // J. of Applied Mathematics. 2013. Vol. 2013. Art. ID 432121, 9 p.

#### **Вариационная ассимиляция данных спутниковых наблюдений для модели динамики моря**

*Е. И. Пармузин<sup>1,2</sup>, В. И. Агошков<sup>1,3</sup>, В. П. Шутяев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН*

<sup>2</sup>*Московский физико-технический институт*

<sup>3</sup>*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

*Email: parm@inm.ras.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10215

Четырехмерное вариационное усвоение данных наблюдений является одной из перспективных технологий для решения задач мониторинга и анализа состояния окружающей среды. Важную роль при исследовании здесь играет разработка и обоснование алгоритмов для численного решения вариационных задач ассимиляции данных [1–3].

В данной работе формулируется и исследуется задача вариационной ассимиляции данных наблюдений температуры поверхности моря в акваториях Черного и Азовского морей.

В работе представлены результаты численных экспериментов по восстановлению потока тепла с поверхности моря и получению решения системы (температура, соленость, скорость на поверхности моря и высота уровня) для модели гидродинамики в акваториях Черного и Азовского морей [4] с использованием процедуры ассимиляции данных. В численных расчетах использовались данные дистанционного зондирования Центра коллективного пользования (ЦКП) "ИКИ-Мониторинг" [5]. Эти данные были использованы в процедурах ассимиляции, включенных в модель гидротермодинамики Черного и Азовского морей.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-71-20035) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекта №19-01-00595).

#### Список литературы

1. Марчук Г. И., Агошков В. И., Шутяев В. П. Сопряженные уравнения и методы возмущений в нелинейных задачах математической физики. - М., Наука, 1993, 224 с.
2. E. I. Parmuzin, V. I. Agoshkov, Numerical solution of the variational assimilation problem for sea surface temperature in the model of the Black Sea dynamics. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling (2012) 27, No.1, 69–94.
3. В. И. Агошков, Н. А. Асеев, С. В. Гиниатулин, В. Б. Залесный, Е. И. Пармузин. Информационно-вычислительная система "ИВМ РАН – Черное море". Москва, ИВМ РАН, 2016.
4. V. B. Zalesny, N. A. Diansky, V. V. Fomin, "Numerical model of the circulation of the Black Sea and the Sea of Azov", Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 27, 1, 95–111, (2012).
5. <https://oceandata.sci.gsfc.nasa.gov/> (дата обращения 13.02.2020).

**Алгоритм обратного проецирования с фильтрацией для плоских кривых в задачах томографии**

В. В. Пикалов

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

Email: vvpikalov@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10216

В работах [1–2] было предложено для задач томографии переводить веерную схему регистрации проекций в систему параллельных лучей путем деформации неизвестного изображения. Деформация томограммы для каждого направления наблюдения будет своя, но взаимно однозначный характер этих деформаций позволяет вернуться к исходной системе координат. В докладе этот метод обобщен на семейство криволинейных траекторий, позволяющих взаимно однозначные переходы к параллельным лучам. Для каждой обратной проекции изображение оказывается промодулировано известной функцией, следующей из уравнения дифференциала пути траектории. Даны иллюстрации работы данного алгоритма на примере синусоидальной траектории луча.

Работа частично выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы (проект АААА–А17–117030610126–4), а также гранта Российского фонда фундаментальных исследований (№ 19–51–12008 ННИО\_а).

## Список литературы

1. Pickalov V. V., Kazantsev D. I., Ayupova N. B., Golubyatnikov V. P. Considerations on iterative algorithms for fan-beam tomography scheme // 4th World Congress in Industrial Process Tomography (Aizu, Japan). 2005. Vol.2. P. 687–690.
2. Kazantsev D., Pickalov V. New iterative reconstruction methods for fan-beam tomography // Inv. Prob. Sci. Engin. 2018. Vol. 26. No 6. P. 773–791.

**О построении сингулярного разложения оператора динамического лучевого преобразования, действующего на двумерные симметричные 2-тензорные поля**А. П. Полякова<sup>1</sup>, И. Е. Светов<sup>1</sup>, Б. Хан<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН<sup>2</sup>Университет Вюрцбурга, Германия

Email: apolyakova@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10217

Обратная задача называется динамической, если исследуемый объект изменяется в процессе измерений. Подобные постановки возникают, например, в медицине при исследовании сердца или легких. Методы решения задач традиционной томографии разработаны в предположении, что объект неподвижен, поэтому в динамическом случае напрямую они неприменимы, но требуют по меньшей мере существенной модификации.

В работе предлагается алгоритм восстановления двумерного симметричного 2-тензорного поля, которое вместе с носителем изменяется во времени по известному закону (аффинное преобразование) [1]. Данными задачи являются значения продольного лучевого преобразования. Для решения поставленной задачи строится сингулярное разложение оператора динамического продольного лучевого преобразования. Установлена связь сингулярных разложений в динамическом и стационарном [2] случаях. Ранее авторами было получено сингулярное разложение оператора динамического лучевого преобразования, действующего на двумерные векторные поля [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Немецкого научно-исследовательского общества, проект 19-51-12008.

## Список литературы

1. Hahn B. Null space and resolution in dynamic computerized tomography. Inverse Problems. 2016. V. 32, No 2, 025006.
2. Derevtsov E. Yu., Polyakova A. P. Solution of the Integral Geometry Problem for 2-Tensor Fields by the Singular Value Decomposition Method. J. of Mathematical Sciences. 2014. V. 202, No 1. P. 50–71.
3. Polyakova A. P., Svetov I. E., Hahn B. N. The Singular Value Decomposition of the Operators of the Dynamic Ray Transforms Acting on 2D Vector Fields. In: Sergeyev Y., Kvasov D. (eds) Numerical Computations: Theory and Algorithms. NUMTA 2019. Lecture Notes in Computer Science. 2020. V. 11974. P. 446–453.

### **О построении сингулярного разложения оператора нормального преобразования Радона, действующего на трехмерные симметричные 2-тензорные поля**

*А. П. Полякова, И. Е. Светов*

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: apolyakova@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10218

Рассматривается задача восстановления трехмерного симметричного 2-тензорного поля, заданного в единичном шаре, по его известному нормальному преобразованию Радона. Поскольку соленоидальная часть симметричного 2-тензорного поля лежит в ядре оператора нормального преобразования Радона, мы можем восстановить лишь его потенциальную часть.

Ранее [1] было построено сингулярное разложение оператора нормального преобразования Радона, действующего на трехмерные векторные поля, и численно реализован алгоритм восстановления потенциальной части трехмерного векторного поля [2].

В данной работе построено сингулярное разложение оператора нормального преобразования Радона, действующего на симметричные 2-тензорные поля, получена формула обращения и аппроксимации для обратного оператора. В исходном пространстве ортонормированные базисы строятся с помощью полиномов Якоби и сферических гармоник. Используя [3], удалось показать, что соответствующие ортонормированные базисы в пространстве образов строятся на основе полиномов Гегенбауэра и сферических гармоник. Упомянем работу [4], в которой ортогональность построенных базисных полей была проверена численно.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и немецкого научно-исследовательского общества, проект 19-51-12008.

#### Список литературы

1. Polyakova A. P. Reconstruction of a vector field in a ball from its normal Radon transform. *J. of Mathematical Sciences*. 2015. V. 205, No 3. P. 418–439.
2. Polyakova A. P., Svetov I. E. Numerical Solution of the Problem of Reconstructing a Potential Vector Field in the Unit Ball from Its Normal Radon Transform. *J. of Applied and Industrial Mathematics*. 2015. V. 9, No 4. P. 547–558.
3. Louis A. K. Orthogonal function series expansions and the null space of the Radon Transform. *Society for industrial and applied mathematics*. 1984. V.15, No 3. P. 621–633.
4. Полякова А. П., Светов И. Е. Численное решение задачи восстановления потенциального симметричного 2-тензорного поля в шаре по его нормальному преобразованию Радона. *Сибирские электронные математические известия*. 2016. Т. 13. С. 154–174.

### **Численные методы решения задачи продолжения решения параболического уравнения с данными на части границы**

*А. Ю. Приходько<sup>1,2</sup>, М. А. Шишленин<sup>1,2,3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>3</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: a.prihodko@g.nsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10219

Исследуются численные методы решения задачи продолжения решения трехмерного параболического уравнения с данными, заданными на времениподобной поверхности. Такие задачи возникают при исследовании процессов тепло-массопереноса [1].

Измерение плотности теплового потока является сложной задачей. Существующие на данный момент методы обладают невысокой точностью, датчики теплового потока имеют большие размеры и не могут быть успешно использованы, особенно в мини- и микросистемах. Прямых методов дистанционного измерения плотности теплового потока на сегодняшний момент нет. Поэтому необходимо применять математическое моделирование для вычисления плотности теплового потока.

Реализованы метод обращения разностной схемы (и его регуляризованный вариант) и градиентный метод [2]. Получена формула градиента функционала.

Проведен сравнительный анализ численных методов решения задачи продолжения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00694).

#### Список литературы

1. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Ненарокомов А. В. Обратные задачи в исследовании сложного теплообмена // М.: Янус-К. 2009.
2. Belonosov A., Shishlenin M., Klyuchinskiy D. A comparative analysis of numerical methods of solving the continuation problem for 1D parabolic equation with the data given on the part of the boundary // *Advances in Computational Mathematics*. 2019. Т. 45. №. 2. С. 735–755.

### **Регуляризация алгоритмов построения апостериорных погрешностей приближенных решений дифференциальных уравнений**

*А. Н. Рогалев*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

*Email: rogalov@icm.krasn.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10220

Большинство методов оценки ошибок численных решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) приводят к сильному росту границ этих ошибок, отсутствует дополнительная априорная информация о точном решении [1]. В докладе предлагается регуляризация алгоритмов оценки точности численных решений, записанных в операторном виде. Эти алгоритмы выполняют апостериорный анализ ошибок численных решений ОДУ [2–3], а именно, реализуется коррекция дефекта (невязки), решаются задачи с возмущенной специально подобранной правой частью и модифицированные уравнения. Эти алгоритмы являются регуляризирующими правилами нахождения оценки приближенного решения сходящейся к точной оценке погрешности при стремлении невязки к нулю. Регуляризация существенно упрощает построение достаточно точных оценок погрешности.

#### Список литературы

1. Дорофеев К. Ю., Титаренко В. Н., Ягола А. Г. Алгоритмы построения апостериорных погрешностей для некорректных задач // *Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физ.* 2003. Т. 43, № 1. С. 2–5.
2. Corless, R. M., Pilyugin, S. Y. Approximate and real trajectories for generic dynamical systems. *J. Math. Anal. Appl.* 1995, 189(2), p. 409–423.
3. Рогалев А. Н. Построение регуляризирующего оператора при обратном анализе ошибок // *Труды Международной конференции "АПВМ-2019"*. С. 406–412. URL <http://conf.nsc.ru/files/conferences/amca2019/554130/APBPM-2019.pdf>.

### **Обратная задача электродинамики для анизотропной среды**

*В. Г. Романов*

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: romanov@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10378

Для системы уравнений электродинамики, в которой диэлектрическая проницаемость определяется симметрической матрицей, рассматривается обратная задача об определении этой матрицы по информации о решениях уравнений электродинамики. Предполагается, что диэлектрическая проницаемость является постоянной всюду вне некоторой ограниченной области и совпадает там с заданной положительной постоянной, а внутри области среда является анизотропной и элементы искомой матрицы мало отличаются от заданной постоянной. Обратная задача исследуется в линейном приближении. Изучается структура решения линеаризованной прямой задачи для уравнений электродинамики и доказывается, что при некоторой специальной системе наблюдений можно однозначно найти все элементы матрицы. При этом оказывается, что задачи об определении диагональных компонент матрицы совпадают с обычными задачами рентгеновской томографии, что позволяет эффективно их вычислять. Отыскание не диагональных компонент матрицы приводит к более сложной алгоритмической процедуре.

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке при НГУ, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2019-1613.

**The structural crisis and recovery scenarios for the coronavirus-plagued US economy***A. V. Ryzhenkov**Novosibirsk State University**The Institute of Economics and Industrial Engineering SB RAS**Email: ryzhenko@ieie.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10221

This paper re-defines two hypothetical laws of capital accumulation (H-2 and H-3) at first in their deterministic forms. They include the endogenous rate of capital accumulation and capital-output ratio as state variables. An original non-linear relationship relates their time derivatives. Other state variables are the output per worker, employment ratio, net output and relative labour compensation. The derivative of the growth rate of output per worker with respect to the growth rate of employment ratio and the derivative of the growth rate of the rate of capital accumulation with respect to the growth rate of capital-output ratio contain discontinuity of the second kind.

H-2 has substituted a traditional Phillips equation by an advanced one that reflects a long-term tendency of relative labour compensation to fall [1, 2]. Discontinuity of the first kind is a characteristic of a derivative of unit labour power value with respect to time. The fixed information delay enables a comparison of the surplus value produced in two adjacent years for establishing absolute capital over-accumulation whenever its magnitude in the current year is not greater than in the previous one that triggers a crisis in the industrial cycle.

An alternative control law (H-3) contains the same five ODEs from H-2. The only ODE for relative labour compensation is transformed for determining a growth rate of surplus value by a gap between target and current employment ratios and by the growth rate of employment ratio [3].

Extended Kalan filtering in a simplified form in conjunction with maximum likelihood is applied to the USA data over 1979–2019 for identifying unobserved parameters of H-2 probabilistic form. The Lie derivative is calculated for statistically estimated parameters' magnitudes.

H-3 could alleviate the severity of the current structural crisis in the coronavirus-plagued US economy compared to evolution based on altered H-2. The suggested stabilization policy has a strong potential even under more or less catastrophic conditions related to Covid-19 pandemic. V-shaped trajectories for recovery are in a viable and quite possible range even under the given risk and uncertainty.

**References**

1. Ryzhenkov A. V. The Marx's Theory of Industrial Cycles and the Innovative Models of Extended Reproduction in the USA / *Ideas and Ideals*, 2018, Vol. 10, iss. 4, pt 2. P. 71–93. URL: <http://ideaidealy.nsuem.ru/storage/uploads/2018/11/5.71-93.pdf>.
2. Рыженков А. В. Модель неравновесных макроэкономических переходов в США для 1979–2039 // *Экономика Сибири в условиях глобальных вызовов XXI века* : сб. статей в 6 т. Т. 4: Модели и методы исследований перспектив социально-экономического развития Сибири и России в целом и в разрезе отраслевых комплексов и макрорегионов / под ред. В. И. Сулова, Н. В. Горбачёвой ; Новосибирск: Изд-во ИЭОПП СО РАН, 2018. С. 209–227.
3. Ryzhenkov A. V. 2015. Socially efficient stabilization policies for growth cycles / *Advances in Economics and Business* 3 (11): 502–527. URL: <http://www.hrpub.org/download/20151130/AEB5-11804853.pdf>.

**Coefficient inverse problem of heat and mass transfer***B. Rysbaiuly<sup>1</sup>, A. A. Adamov<sup>2</sup>, Zh. O. Karashbayeva<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>International Information Technology University**<sup>2</sup>L. N. Gumilyov Eurasian National University**Email: zhanat.k.o.91@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10222

The aim of the work is to develop methods for solving the inverse problem of non-destructive testing materials. The development of methods and verification of its reliability is scientifically and practically important [1]. This work considers systems of differential equations with partial derivatives of heat and mass transfer. The physical properties of the soil were taken into account in setting the boundary conditions. As an additional condition, the measured values of moisture and heat at the accessible boundary of the region are taken. The inverse problem is solved by using iterative method. On the basis of system of equations of heat and moisture transfer it was developed an approximate method for finding the diffusion coefficient of homogeneous soil.

Measuring works of some selected soil area and numerical calculations are carried out. The results of numerical calculations are compared with experimental data.

This work was (partially) supported by grant funding for Scientific and Technical Programs and Projects of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP05132736)

#### References

1. Julien B., Dutykh D., Mendes M., Rysbaiuly B. A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials // International J. of Heat and Mass Transfer. 2019. Vol. 134, P. 1041–1060.

### **The method for determining the system of thermophysical parameters for multilayered structures**

*B. Rysbaiuly<sup>1</sup>, N. Mukhametkaliyeva<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*International Information Technology University*

<sup>2</sup>*Kazakh-British Technical University*

*Email: nazerkem09@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10379

The aim of this work is to determine the thermophysical parameters of material without destroying the structure [1]. As an experiment, two-layered rectangular construction is studied, which is affected by two different ambient temperatures on both sides. The internal and external boundary conditions are set. The system of methods for estimating thermophysical parameters of the rectangular structure is developed based on the heat conductivity equation. The iterative formulas for defining the coefficients of heat capacity and thermal conductivity are derived for each layer of construction. Numerical calculations are carried out and received results are compared with experimental data.

This work was supported by grant funding for Scientific and Technical Programs and Projects of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP05132736).

#### References

1. B. Rysbaiuly, M. Ryskeldi, A. Kulzhanov, K. Rysbayeva Inverse problems of heat and mass transfer in onelayer and multilayer walling, 11 p. Global Journal of Pure and Applied Mathematics, 2018, 11p.

### **Аналитический метод решения одной обратной задачи процесса тепло- и массопереноса**

*Б. Р. Рысбайұлы<sup>1</sup>, А. В. Синица<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Международный университет информационных технологий, Казахстан*

<sup>2</sup>*Казахстанско-британский технический университет, Казахстан*

*Email: b.rysbaiuly@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10223

В работе приведены результаты исследования нахождения аналитического решения коэффициентной обратной задачи процесса тепло и массопереноса [1]. Разрабатывается метод нахождения коэффициента теплопроводности материала, который находится в членах при старших производных уравнения теплопроводности, в связи с чем оказывает сильное влияние на изменение процесса переноса тепла и массы.

Актуальность рассматриваемой тематики связана с податливостью к изменениям материалов, используемых при сооружении искусственных конструкций. Такие явления, как тепловое старение материала, его деформационный износ ведут к изменениям теплофизических характеристик материала. В связи с этим возникает необходимость разработки метода расчета и создания алгоритма нахождения теплофизических характеристик материала на основе имеющейся информации, такой как распределение температуры и влаги на доступной границе рассматриваемой области.

Используя математическую модель процесса переноса тепла и влаги, выводятся вспомогательная и сопряженная задачи. На основании прямой и сопряженной задач, принимая во внимание условия минимизации функционала, выводится итерационная формула нахождения коэффициента теплопроводности материала. Разрабатывается метод решения системы прямой и сопряженной задачи и создается программный продукт. Проведены необходимые измерительные работы температуры и влаги, на основании которых проводятся вычислительные эксперименты. Результаты численных расчетов сравниваются с экспериментальными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00208)

#### Список литературы

1. A. L. Karchevsky, B. R. Rysbayuly, Analytical expressions for a solution of convective heat and moisture transfer equations. Eurasian journal of mathematical and computer applications ISSN 2306–6172. 2015. Vol. 3, iss. 4. P. 55–67.

#### Детальное разложение трехмерных тензорных полей

*И. Е. Светов, А. П. Полякова*

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: svetovie@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10224

Известно [1], что в ограниченной области  $n$ -мерного пространства имеет место однозначное разложение любого симметричного  $m$ -тензорного поля на сумму соленоидального и потенциального полей с граничными условиями на потенциал. В двумерном пространстве ранее было получено более детальное разложение [2] на сумму соленоидального и  $m$  потенциальных полей, каждое из которых строится с использованием комбинации операторов внутреннего дифференцирования и ортогонального внутреннего дифференцирования, действующей на функцию.

В данной работе предлагается вариант разложения симметричных  $m$ -тензорных полей в трехмерном пространстве на сумму соленоидальных и потенциальных полей, каждое из которых строится с использованием комбинации операторов внутреннего дифференцирования и операторов, являющихся обобщениями оператора ротора. Полученные разложения представляют как фундаментальный, так и прикладной интерес.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и немецкого научно-исследовательского общества, проект 19-51-12008.

#### Список литературы

1. Шарафутдинов В. А. Интегральная геометрия тензорных полей. Новосибирск: Наука, 1993.  
2. Derevtsov E. Yu., Svetov I. E. Tomography of tensor fields in the plain. Eurasian J. of Mathematical and Computer Application. 2015. V. 3, No 2. P. 24–68.

#### Метод приближенного обращения для операторов нормального преобразования Радона, действующих на трехмерные векторные и симметричные 2-тензорные поля

*И. Е. Светов, А. П. Полякова*

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: svetovie@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10347

Пусть в некоторой ограниченной области трехмерного пространства распределено некоторое симметричное  $m$ -тензорное поле ( $m=0,1,2$ ). По известным значениям преобразования Радона (для  $m=0$ ) или нормального преобразования Радона (для  $m=1,2$ ) требуется восстановить это поле.

Для решения поставленных задач предлагаются подходы, основанные на так называемом методе приближенного обращения [1–3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и немецкого научно-исследовательского общества, проект 19-51-12008.

#### Список литературы

1. Louis A. K., Maass P. A mollifier method for linear operator equations of the first kind. Inverse Problems. 1990. V. 6. P. 427–440.  
2. Louis A. K. Approximate inverse for linear and some nonlinear problems. Inverse Problems. 1996. V. 12. P. 175–190.  
3. Schuster T. The Method of Approximate Inverse: Theory and Applications. Lecture Notes in Mathematics. V. 906. Heidelberg: Springer-Verl., 2007.

### **Послойное решение задачи трехмерной 2-тензорной томографии с использованием метода приближенного обращения**

И. Е. Светов<sup>1</sup>, А. П. Полякова<sup>1</sup>, С. В. Мальцева<sup>1</sup>, А. К. Луис<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

<sup>2</sup>Университет Саарланда, Германия

Email: svetovie@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10225

Пусть симметричное 2-тензорное поле  $v$  распределено в единичном трехмерном шаре. Задача: восстановить это поле по его известным значениям продольного лучевого преобразования  $Iv$ . Продольное лучевое преобразование имеет нетривиальное ядро, состоящее из всех потенциальных полей с потенциалами, обращающимися в нуль на границе шара. Поэтому возможно восстановить только соленоидальную часть поля  $v$  по известным значениям  $Iv$ . В работе [1] получены формулы обращения для решения поставленной задачи при неполном наборе данных. Именно, известны значения лучевого преобразования для всех прямых параллельных фиксированному набору плоскостей.

В данной работе мы предлагаем алгоритм решения задачи тензорной томографии с той же схемой сбора данных. Алгоритм основан на методе приближенного обращения [2], который ранее был успешно применен для решения задач двумерной 2-тензорной томографии [3] и трехмерной векторной томографии [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Немецкого научно-исследовательского общества, проект 19-51-12008.

#### Список литературы

1. Sharafutdinov V. A. Slice-by-slice reconstruction algorithm for vector tomography with incomplete data. *Inverse Problems*. 2007. V. 23, No 6. P. 2603–2627.
2. Louis A. K., Maass P. A mollifier method for linear operator equations of the first kind. *Inverse Problems*. 1990. V. 6, No 3. P. 427–440.
3. Derevtsov E. Yu., Louis A. K., Maltseva S. V., Polyakova A. P., Svetov I. E. Numerical solvers based on the method of approximate inverse for 2D vector and 2-tensor tomography problems. 2017. *Inverse Problems*. V 33, No 12, 124001.
4. Svetov I. E., Maltseva S. V., Louis A. K. The Method of Approximate Inverse in Slice-by-Slice Vector Tomography Problems. In: Sergeyev Y., Kvasov D. (eds) *Numerical Computations: Theory and Algorithms*. NUMTA 2019. Lecture Notes in Computer Science. 2020. V. 11974. P. 487–494.

### **О решении обратной граничной задачи теплообмена для полого шара**

А. И. Сидикова

Южно-Уральский государственный университет

Email: sidikovaai@susu.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10226

В работе исследуется и решается обратная задача об определении температуры на внутренней стенке полого шара, состоящего из композитных материалов. Данная задача представляет известный интерес в связи с теорией термпар и приборов для измерения тока. В работе проведено аналитическое исследование прямой задачи, которое позволило дать строгую постановку обратной задачи и определить функциональные пространства, в которых будет решаться обратная задача. Для получения оценки погрешности решения обратной задачи использован метод проекционной регуляризации [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание FENU-2020-0022).

#### Список литературы

1. Танана В. П., Данилин А. Р. Об оптимальности регуляризующих алгоритмов при решении некорректных задач // *Дифференциальные уравнения*. 1976. Т. 12, № 7. С. 1323–1326.

### **Численный алгоритм нахождения коэффициента теплопроводности для изотропной маскировочной оболочки**

*О. В. Соболева*

*Институт прикладной математики ДВО РАН*

*Email: soboleva22@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10227

Исследуется обратная задача теплопереноса, связанная с построением материальных оболочек, маскирующих присутствие тела во внешне приложенном температурном поле [1]. С помощью оптимизационного метода указанная обратная задача сводится к экстремальной задаче, в которой роль управления играет коэффициент теплопроводности изотропного материала оболочки [2]. Предлагается численный алгоритм ее решения, основанный на системе оптимальности, обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Института прикладной математики Дальневосточного филиала РАН (Тема № 075-00400-19-01).

Список литературы

1. Alekseev G., Tokhtina A. and Soboleva O. Invisibility problem in acoustics, electromagnetism and heat transfer. Inverse design method // IOP Conf. Series: J. of Physics: Conf. Series 894. 2017. 012004. DOI: 10.1088/1742-6596/894/1/012004.

2. Alekseev G. V., Tereshko D. A., Seleznev T. E., and Shepelov M. A. Optimization Method in Problems of Manipulating DC Currents // Progress In Electromagnetics Research Symposium – Spring (PIERS), St Petersburg, Russia, 22–25 May 2017. DOI: 10.1109/PIERS.2017.8261959.

### **Теория и методы решения невыпуклых задач оптимального управления**

*А. С. Стрекаловский*

*Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН*

*Email: strekal@icc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10228

Рассматривается задача оптимального управления (ОУ) "со свободным правым концом", с целевым функционалом и ограничениями типа равенства и неравенства типа Больца (терминально-интегральными).

При этом функционалы заданы гладкими d.c. функциями (разностью выпуклых функций) по отношению к фазовым переменным.

Задача ОУ с ограничениями сводится к задаче без функциональных ограничений посредством теории точного штрафа, а целевой функционал оштрафованной задачи представлен как d.c. функционал по фазовым переменным.

Используя эту структуру, для оштрафованной задачи получены условия глобальной оптимальности (УГО), связанные с принципом Понтрягина (ПМП). На основе УГО разработан специальный метод локального поиска (СМЛП), сходящийся к критическому процессу управления, т. е. являющийся решением частично линеаризованной ("по фазе", на критическом процессе), выпуклой ("по фазе") задачи ОУ.

Доказано, что если процесс управления удовлетворяет УГО, то он является критическим.

Наконец, разработана схема глобального поиска (СГП) в оштрафованной задаче, основанная на УГО и использующая СМЛП, а также методы принципа Понтрягина. При известных предположениях доказана сходимости СГП.

Проведены первые успешные численные эксперименты по тестированию СГП.

### **Решение обратной граничной задачи теплопроводности методом квазиобращения**

*А. С. Сушков<sup>1</sup>, А. И. Сидикова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Челябинский государственный университет*

<sup>2</sup>*Южно-Уральский государственный университет*

*Email: mesocyclon@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10229

В работе изучается задача об определении граничного условия в уравнении теплопроводности для отрезка, состоящего из двух кусков с различными коэффициентами теплопроводности [1]. Основная

область их применения – это тепловая диагностика теплонагруженных узлов технических конструкций. Приближенное решение строится методом квазиобращения [2], который состоит в замене неустойчивой исходной задачи устойчивой задачей для гиперболического уравнения с "малым" параметром. Получена точная по порядку оценка погрешности построенного приближенного решения. Произведена дискретизация метода при помощи неявной разностной схемы, а также приведено доказательство сходимости. Разработана программа, позволяющая находить и визуализировать приближенное решение исследуемой задачи.

#### Список литературы

1. Танана В. П., Ершова А. А. О решении обратной граничной задачи для композиционных материалов // Вестник Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2018. Т. 28, № 4. С. 474–488.
2. Латтес Р. Метод квазиобращения и его приложения / Р. Латтес, Ж. Д. Лионс. М.: Мир, 1970.

### **Numerical solution of a nonlinear inverse problem with an integral overdetermination condition**

*E. V. Tabarintseva*

*South Ural State University*

*Email: eltab@rambler.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10230

We consider an inverse problem for a nonlinear heat conductivity equation with an integral overdetermination condition. In addition to the instability of the problem in standard function spaces, it is necessary to take into account that the operator of the problem is not self-adjoint. The accurate in the order estimate of the continuity module for the nonlinear inverse problem is obtained. To get a stable (regularized) solutions to the problem posed, we use to solve a "close" stable problem with a small parameter in the overdetermination conditions. For the constructed approximate solution, an exact estimate of its deviation from the accurate solution is derived.

The work was supported by Act 211 Government of the Russian Federation, contract № 02.A03.21.0011

#### References

1. Alekseev G. V. Optimization in stationary problems of heat and mass transfer and magnetic hydrodynamics.: Science World, 2010.
2. Ivanov V. K., Vasin V. V., Tanana V. P. Theory of Linear Ill-Posed Problems and Its Applications. M.: Nauka 1978.
3. Ionkin N. I. The solution of a certain boundary value problem of the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition'er // Differ. Equ. 1977. V. 13 (2), P. 294–304.
4. Samarskii A. A. Some problems of the theory of differential equations // Differ. Equ. 1980. V. 16 (1). P. 1925–1935.

### **Решение обратной граничной задачи теплопроводности**

*В. П. Танана*

*Южно-Уральский государственный университет*

*Email: tananavp@susu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10231

В настоящей работе решена обратная граничная задача теплопроводности при условии, что коэффициент теплопроводности является кусочно-постоянной функцией. Эта задача занимает важное место в технике, так как теплонагруженные узлы технических конструкций покрывают теплозащитным слоем, термические характеристики которого существенно отличаются от термических характеристик самой конструкции. В работе приведена математическая модель, описывающая данное явление. Доказана применимость преобразования Фурье к данной задаче, а также приведено ее решение методом проекционной регуляризации и получена оценка погрешности приближенного решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание FENU-2020-0022).

### **О решении слабонелинейной обратной граничной задачи теплопроводности для полупрямой, составленной из композитных материалов**

В. П. Танана<sup>1</sup>, Б. А. Марков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южно-уральский государственный университет

<sup>2</sup>Челябинское высшее военное авиационное училище штурманов

Email: [tvpa@susu.ac.ru](mailto:tvpa@susu.ac.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10380

В работе предлагается постановка обратной слабонелинейной граничной задачи теплопроводности композитных материалов для полупрямой. Впервые обратная граничная задача для уравнения теплопроводности была рассмотрена в [1].

Сложность решения задачи состоит в том, что не удаётся использовать классическое решение, так как, в силу композитности материала, производная решения терпит разрыв на границе раздела сред. Кроме того, слабая нелинейность задачи приводит к необходимости решать нелинейную задачу для построения решения обратной задачи.

Для обратной задачи приведена оценка погрешности [2-4] приближённого решения.

#### Список литературы

1. Тихонов А.Н., Гласко В.Б. К вопросу о методах определения температуры поверхности тела. 1967 ЖВМиМФ. Т. 7. № 4. С. 267-273.
2. Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и её приложения. М.: Наука, 1978.
3. Танана В.П. Об оптимальности методов решения нелинейных неустойчивых задач // ДАН СССР. 1975. Т. 220. № 5. С. 1035-1037.
4. Иванов В.К., Корольюк Т.И. Об оценке погрешности при решении линейных некорректно поставленных задач. // ЖВМиМФ. 1969. Т. 9. № 1. С. 30-41.

### **Восстановление характеристик объектов в околосемном пространстве по фотометрическим данным**

Д. В. Чурбанов

Московский физико-технический институт

Московский государственный университет им М. В. Ломоносова

Email: [dmitriychurbanov@gmail.com](mailto:dmitriychurbanov@gmail.com)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10233

Анализ фотометрических данных позволяет получить характеристики как формы, так и вращения орбитальных объектов в случаях, когда изображение летательного объекта недоступно. Фотометрическая модель представляет собой многомерное интегральное уравнение, решение которого – вычислительно сложная задача, решение которой в общем случае не единственно. Одним из способов упрощения задачи является подход последовательного раздельного анализа вращения и формы искусственных космических объектов.

Особый интерес представляет задача восстановления формы невыпуклых тел. Как было показано в работах [2, 3], анализ кривых блеска позволяет восстанавливать формы невыпуклых объектов, в том числе при применении подходов, создававшихся для восстановления выпуклых форм, при этом кривые блеска модели повторяются с плохим приближением, что говорит о неполном использовании исходной информации. Применение специальных норм в регуляризирующем функционале позволяет более точно учитывать угловые формы, что в итоге дает более корректное приближение модельных данных.

#### Список литературы

1. H. Minkowski, "Volumen und Oberfl"ache," *Mathematische Annalen* 57, pp. 447-495, 1903.
2. Kaasalainen, M. and Torppa, J., "Optimization Methods for Asteroid Lightcurve Inversion I. Shape Determination," *Icarus*, Vol. 153, pp. 24-36, 2001.
3. Kaasalainen, M. et. al., "Optimization Methods for Asteroid Lightcurve Inversion II. The Complete Inverse Problem," *Icarus*, Vol. 153, pp. 37-51, 2001.
4. Hall D. et. al., "AMOS Observations of NASA's IMAGE Satellite," *The 2006 AMOS Technical Conference Proceedings*, Kihei, HI, 2006.

### **Исследование и решение обратных задач в проблемах моделирования гидрофизических полей в акваториях с открытыми границами**

*Т. О. Шелопут*

*Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН*

*Email: sheloput@phystech.edu*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10348

Работа посвящена исследованию и численному решению некоторых обратных задач и задач вариационной ассимиляции данных наблюдений, возникающих при моделировании гидротермодинамики в акваториях с жидкими (открытыми) границами. Постановка граничных условий на жидких границах является одной из актуальных проблем математического моделирования гидротермодинамики открытых акваторий. Вариационная ассимиляция данных – один из методов, позволяющих учесть жидкие границы в моделях. В работе исследовался подход, который состоял в том, чтобы имея данные наблюдений в некоторый момент времени рассматривать задачу как обратную, в которой дополнительными неизвестными являются функции потоков через открытую границу. Было проведено теоретическое исследование и разработаны алгоритмы решения обратных задач и задач вариационной ассимиляции данных, позволяющие учитывать жидкие границы при моделировании гидротермодинамики в открытых акваториях для моделей, основанных на методе расщепления [1, 2]. Также были проведены численные эксперименты по использованию алгоритмов в модели гидротермодинамики Балтийского моря [2, 3]. В основе данной работы лежит общая методология исследования и решения обратных задач и задач оптимального управления с использованием сопряженных уравнений [4, 5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00595) и Российского научного фонда (код проекта 19-71-20035).

#### Список литературы

1. Agoshkov V. I., Lezina N. R., Sheloput T. O. Domain decomposition method for the variational assimilation of the sea level in a model of open water areas hydrodynamics // *J. of Marine Science and Engineering*. 2019. V. 7 (6). P. 195.
2. Agoshkov V. I., Sheloput T. O. The study and numerical solution of some inverse problems in simulation of hydrophysical fields in water areas with ‘liquid’ boundaries // *Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2017. V. 32 (3). P. 147–164.
3. Агошков В. И., Залесный В. Б., Шелопут Т. О. Вариационная ассимиляция данных наблюдений в математической модели динамики Черного моря // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2020. Т. 56 (3). С. 293–308.
4. Марчук Г.И. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. М.: Наука, 1992.
5. Агошков В. И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. М.: ИВМ РАН, 2016.

### **Аппроксимационно-нейросетевой метод решения нелинейной многокритериальной обратной задачи геофизики**

*М. И. Шимелевич<sup>1</sup>, Е. А. Оборнев<sup>1</sup>, И. Е. Оборнев<sup>1,2</sup>, Е. А. Родионов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Российский государственный геологоразведочный университет им. С. Орджоникидзе*

<sup>2</sup>*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова*

*Email: shimelevich-m@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10234

Нейронные сети (НС) широко используются при решении различного рода задач интерпретации и обработки геофизических данных. В настоящей работе рассматриваются вопросы применения аппроксимационного нейросетевого (АНС) метода для решения обратных, в том числе многокритериальных, задач геофизики, которые сводятся к нелинейному операторному уравнению 1 рода (соответственно к системе операторных уравнений). АНС метод заключается в построении приближенного обратного оператора задачи с помощью нейросетевых аппроксимационных конструкций (MLP сетей) на основе заранее построенного множества опорных решений прямых и обратных задач [1–2]. Рассматриваются методы оценки практической неоднозначности (погрешности) приближенных решений многокритериальных обратных задач [3]. Приводятся результаты авторов по решению АНС методом обратной двухкритериальной 2D задачи гравиметрии в комплексе с магнитометрией.

Работа выполнена с использованием вычислительных ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН). Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 19-01-00738 и за счет гранта Российского научного фонда проект № 19-11-00333.

#### Список литературы

1. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А. Аппроксимационный метод решения обратной задачи МТЗ с использованием нейронных сетей // Физика Земли. 2009. Т. 45, № 12. С. 22–38.
2. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А., Оборнев И. Е., Родионов Е. А. Алгоритм решения обратной задачи геоэлектрики на основе нейросетевой аппроксимации // СибЖВМ. 2018. № 4. С. 437–452.
3. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А., Оборнев И. Е., Родионов Е. А. Численные методы оценки степени практической устойчивости обратных задач геоэлектрики // Физика Земли, 2013. № 3. С. 58–64.

#### **Повышение эффективности обучения нейронных MLP сетей на основе нескольких обучающих множеств в приложении к обратной задаче геоэлектрики**

*М. И. Шимелевич<sup>1</sup>, Е. А. Оборнев<sup>1</sup>, И. Е. Оборнев<sup>1,2</sup>, Е. А. Родионов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Российский государственный геологоразведочный университет им. С. Орджоникидзе*

<sup>2</sup>*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова*

*Email: shimelevich-m@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10235

В настоящей работе представлена модификация аппроксимационного нейросетевого (АНС) метода решения нелинейного операторного уравнения 1 рода. АНС метод заключается в построении приближенного обратного оператора задачи (НС аппроксиматора инверсии) с помощью нейросетевых аппроксимационных конструкций (MLP сетей) на основе заранее построенного множества опорных решений прямых и обратных задач [1–2]. В обратных задачах наземной геофизики отклик от приповерхностной части среды вносит существенный вклад в общее геофизическое поле, наблюдаемое на поверхности Земли и поэтому является шумовой составляющей при определении параметров нижележащих областей среды. Это приводит (особенно в случае детальной параметризации приповерхностной части) к значительному снижению качества обучения НС аппроксиматора задачи по отношению к параметрам глубинных областей. В данном исследовании предлагается строить НС аппроксиматор на основе двух различных множеств опорных решений: первое – с высокой степенью детальности параметризации приповерхностной части среды, а второе – с "загрубленной" параметризацией этой части для обеспечения качества обучения по отношению к глубинным подобластям. Приводится пример построения НС аппроксиматора инверсии по предложенной методике для обратной задачи геоэлектрики.

Работа выполнена с использованием вычислительных ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН). Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 19-01-00738.

#### Список литературы

1. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А. Аппроксимационный метод решения обратной задачи МТЗ с использованием нейронных сетей. Физика Земли, 2009. Т. 45, № 12. С. 22–38.
2. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А., Оборнев И. Е., Родионов Е. А. Алгоритм решения обратной задачи геоэлектрики на основе нейросетевой аппроксимации // СибЖВМ. 2018. № 4. С. 437–452.

#### **Применение методов планирования экспериментов для вычисления эффективного коэффициента теплопроводности в гетерогенных средах с фазовыми превращениями**

*Э. П. Шурина<sup>1,2</sup>, Н. Б. Иткина<sup>2,3</sup>, С. И. Марков<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет*

<sup>3</sup>*Институт вычислительных технологий СО РАН*

*Email: www.sim91@list.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10236

Рассматриваются вопросы математического моделирования процесса теплопроводности с фазовыми превращениями в гетерогенных трехмерных средах. Математическая модель процесса

теплопроводности в фазоизменяемом образце описывается задачей Стефана. Для дискретизации задачи Стефана используется вычислительная схема многомасштабного разрывного метода Галёркина.

Для вычисления эффективного коэффициента теплопроводности разработан алгоритм на базе методов планирования экспериментов и решения обратной коэффициентной задачи теплопроводности. Решение обратной коэффициентной задачи реализуется при использовании градиентного метода Флетчера – Ривса и метода Ньютона для локального уточнения решения. Оценивается эффект применения аппарата планирования эксперимента для получения дополнительной информации, обеспечивающей повышение точности решения обратной коэффициентной задачи.

Приведены результаты математического моделирования и сравнение с данными физического эксперимента.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы ФНИ (проект 0266-2019-0007), Комплексной программы СО РАН (проект П.1.32), Программы ФНИ (проект 0331-2019-0015).

### **A priori and a posteriori error estimation for solutions of ill-posed problems**

*A. G. Yagola*

*Department of Mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University*

*Email: yagola@physics.msu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10357

In order to calculate a priori or a posteriori error estimates for solutions of an ill-posed operator equation with an injective operator we need to describe a set of approximate solutions that contains an exact solution. After that we have to calculate a diameter of this set or maximal distance from a fixed approximate solution to any element of this set. I will describe three approaches for constructing error estimates and also their practical applications.

This work was supported by the RFBR-NSCF grant 19-51-53005.

## Секция 9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

### Development of regional environment digital twin

*E. P. Gordov<sup>1,2</sup>, I. G. Okladnikov<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS*

<sup>2</sup>*Institute of Computational Technologies SB RAS*

*Email: gordov@scert.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10240*

Reported are first results of recently initiated development of Siberia environment digital twin aimed at study of the region response on the global change impact. This activity continues efforts devoted to development of reliable information-computational infrastructure to support investigations of on-going and potential climatic and socio-economical processes in the region [1–3]

Initial stage of this work was partially supported by the RFBR grant 16-07-01028.

#### References

1. Gordov E. P., Lykosov V. N., Krupchatnikov V. N., Okladnikov I.G., Titov A. G., Shulgina T. M. Computation-Informational Technologies for monitoring and modeling of climatic Changes and their consequences. 2013, Novosibirsk, Nauka, 199 p.
2. E Gordov, A Shiklomanov, I Okladnikov, A Prusevich and A Titov. Development of Distributed Research Center for analysis of regional climatic and environmental changes //IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2016. V. 48. 012033. DOI:10.1088/1755-1315/48/1/012033.
3. E. P. Gordov, I. G. Okladnikov, A. G. Titov, N. N. Voropay, A. A. Ryazanova, and V. N. Lykosov. Development of Information-computational Infrastructure for Modern Climatology. Russian Meteorology and Hydrology, 2018, Vol. 43, No. 11, pp. 722–728.

### Решение задач математической физики на основе вычислительной системы ФМКИТ

*В. С. Горшунов, Л. А. Голубева, В. П. Ильин*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: basil.gorshunov@gmail.com*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10242*

Вычислительная система ФМКИТ (англ. Physical and Mathematical Kit (PHMKIT)) [1, 2] представляет собой набор средств для решения задач математической физики. Под вычислительной системой мы понимаем комплекс взаимодействующих компонентов, предназначенный для решения определенных вычислительных задач. Система ФМКИТ предполагает предоставление понятного графического интерфейса, построение геометрической и сеточной моделей и возможности графического представления таких моделей, а также решение физико-математических задач на таких структурах данных. ФМКИТ базируется на ИИПП "Гербарий" [3].

В настоящей работе были исследованы геометрические и сеточные модели, а также применимость решателей для конкретных задач на этих моделях, разработан набор тестов. Сформированы предпосылки для создания базы знаний для вычислительной системы, которая включает в себя различные методы и способы построения геометрической и сеточной моделей, методы решения физико-математических задач [4]. Такая база знаний в дальнейшем может составить основу для автоматизации решения задач различными методами и разработки модели управления вычислительной системой с помощью базы знаний, представленной в виде семантической сети.

В настоящей статье рассматривается тестирование системы ФМКИТ и демонстрируется решение конкретных задач на ней.

#### Список литературы

1. Голубева Л. А., Горшунов В. С., Ильин В. П., Эрдыниева Э. Б. Программный комплекс для решения 3-мерных задач математической физики на основе концепции БСМ. Труды Международной конференции "Вычислительная математика и математическая геофизика", посв. 90-летию со дня рождения акад. А. С. Алексеева. 2018. С. 126–132.

2. Горшунов В. С., Голубева Л. А., Ильин В. П. Алгоритмы построения квазиструктурированных сеточных моделей для программного комплекса на основе концепции БСМ. "Марчуковские научные чтения-2019". Тезисы Международной конференции. 2019. С. 112–113.

3. ГЕРБАРИЙ. [Электрон. ресурс]. URL: <http://tflex.ru/about/publications/detail/index.php?ID=3846> (дата обращения: 02.02.2020).

4. Голубева Л. А., Горшунов В. С., Ильин В. П. Управление посредством семантической сети прикладным программным комплексом для решения задач математической физики. Вестник СибГУТИ, 2019, № 3. С. 55–62.

### **Алгоритм вычисления значения интенсивности в пикселях фотореалистических интерференционных картин**

*В. А. Дебелов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: [debelov@oapmg.sccc.ru](mailto:debelov@oapmg.sccc.ru)*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10244*

В работах, посвященных рендерингу 3D сцен с учетом интерференции [1–2 и др.], превалирует подход, который можно охарактеризовать как разработку "метода встраивания в существующие рендеры" (как RGB-рендеры, так и спектральные) "возможности" учета явления интерференции. В процессе расчета изображения на основе трассировки лучей можно выделить несколько основных этапов, последний из которых заключается в вычислении результирующей интенсивности пикселя на основе энергий, приносимых в него лучами. Именно этот этап в упомянутых работах не затрагивается. Более того, в численных экспериментах сцена сильно упрощалась за счет игнорирования оптической дисперсии.

В работе [3], посвященной расчету оптических устройств, моделируется физическое распространение света на основе волнового представления, дается вполне достоверное решение для вычисления значения в пикселе интерференционной картины. Нами предложено использовать аналогичную технику на последнем этапе рендеринга, используя волновое представление только последнего луча из пути трассировки. Такое решение позволяет модифицировать существующие программы-рендеры и расширить их функциональность.

Работа выполнена по госпрограмме (код проекта 0315-2019-0001). Использовались результаты проекта Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16-07-00762).

Список литературы

1. Sun Y., Fracchia F. D., Calvert T. W., Drew M. S. A spectrally based framework for realistic image synthesis // *The Visual Computer*. 2001. Vol. 17, No. 7, p. 429–444.

2. Iwasaki K. et al. Real-time rendering of soap bubbles taking into account light interference // *Proceedings of Computer Graphics International Conference, CGI, 2004*. p. 344 – 348.

3. Harvey J. E., Irvin R. G., Pfisterer R. N. Modeling physical optics phenomena by complex ray tracing // *Optical Engineering*. 2015. Vol. 54, No. 3.

### **Моделирование процесса окислительной регенерации**

*О. В. Дубинец<sup>1</sup>, Р. М. Узянбаев<sup>1</sup>, И. М. Губайдуллин<sup>1,2</sup>*

*<sup>1</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет*

*<sup>2</sup>Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН*

*Email: [olesya.vladimirovna9@yandex.ru](mailto:olesya.vladimirovna9@yandex.ru)*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10245*

Окислительная регенерация закоксованных катализаторов представляет собой совокупность химических реакций, которые протекают при взаимодействии кислорода с коксом. Удаление кокса с активной поверхности катализатора происходит в виде газообразных продуктов окисления. Физико-химические закономерности этих реакций определяются составом газовой фазы, свойствами поверхности, температурой, а также количеством и способностью кокса к окислению. В практике математического моделирования процесса окислительной регенерации выявлению закономерностей выжигания кокса уделяется особое внимание. В исследованиях используются различные модификации модели послойного горения. [1]. В последние годы для моделирования процесса регенерации на уровне зерна разрабатывается диффузионная модель. [2].

Список литературы

1. Жоров Ю. М. Моделирование физико-химических процессов нефтепереработки и нефтехимии. М.: Химия, 1978, 376 с.

2. Ramachandran P. A., Dudukovic M. P. Reactions of Solid Particles with Nonuniform Distribution of Solid Reactant. The Volume Reaction Model. – Chem. Eng. Sci., 1975, v. 30, № 1, p. 125–134.

### **Применение визуальных образов технологического оборудования в задаче разработки и отладки алгоритмов управления роботизированных систем**

С. С. Журавлев<sup>1</sup>, М. С. Никитенко<sup>2</sup>, С. А. Кизилов<sup>2</sup>, Ю. В. Малахов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр угля и углехимии СО РАН

Email: s-zhur@yandex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10246

Создание новых образцов технологического оборудования сопряжено с разработкой алгоритмов управления программного обеспечения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) [1]. Применение визуальных образов технологического оборудования позволяет повысить надежность проверки корректности алгоритмов управления роботизированных систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-48-420017 p\_a).

#### Список литературы

1. Разработка имитационной модели шагающей крепи с интеграцией алгоритмов управления для визуализации технологических процессов / Никитенко М. С., Журавлев С. С., Малахов Ю. В., Абабков Н. В. // Вестн. Кузбасского государственного технического университета, 2019. № 1. С.49–58. DOI: 10.26730/1999-4125-2019-1-49-58.

### **Архитектура программного обеспечения для отладки алгоритмов АСУ ТП при полунатурном моделировании**

С. С. Журавлев, С. Р. Шакиров

Институт вычислительных технологий СО РАН

Email: s-zhur@yandex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10248

Процесс создания современных автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) сопряжен с разработкой программного обеспечения. Вновь создаваемые или адаптируемые алгоритмы могут содержать логические, арифметические и другие ошибки. Контроль качества создаваемого программного обеспечения АСУ ТП возможно выполнить с помощью специализированных комплексов, поддерживающих полунатурное моделирование [1].

В докладе рассмотрена архитектура программного обеспечения специализированного комплекса для отладки алгоритмов АСУ ТП. Приведено сравнение с существующими аналогами.

#### Список литературы

1. Журавлев С. С., Окольников В. В., Рудометов С. В., Шакиров С. Р. Применение подхода "модельно-ориентированного проектирования" к созданию АСУ ТП опасных промышленных объектов // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии, 2018. Т. 16, № 4. С. 56–67. DOI 10.25205/1818-7900-2018-16-4-56-67.

### **Многоблочные вычислительные технологии в пакете VP2/3 для решения задач вихревой аэрогидромеханики и теплофизики**

С. А. Исаев<sup>1,2</sup>, П. А. Баранов<sup>2</sup>, Д. В. Никущенко<sup>1</sup>, А. Г. Судаков<sup>2</sup>, А. Е. Усачов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации

<sup>3</sup>Московский комплекс ЦАГИ

Email: isaev3612@yandex.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10249

Генезис многоблочных вычислительных технологий и доморощенного пакета VP2/3 (velocity-pressure, 2D/3D) с использованием разномасштабных структурированных сеток, в том числе с неструктурированными вставками в местах их пересечения, представляется в [1]. Двадцатилетний опыт вери-

фикации и применения пакета для моделирования физико-технических процессов в аэрогидромеханике, теплофизике, окружающей среде и др. демонстрируется в [2, 3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00210), Российского научного фонда (код проекта 19-19-00259).

#### Список литературы

1. Исаев С. А., Баранов П. А., Усачов А. Е. Многоблочные вычислительные технологии в пакете VP2/3 по аэротермодинамике. Саарбрюкен: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
2. Аэродинамика утолщенных тел с вихревыми ячейками. Численное и физическое и моделирование / Под ред. С. А. Исаева. СПб. : Изд-во политехн. ун-та, 2016.
3. Исаев С. А., Судаков А. Г., Баранов П. А., Жукова Ю. В., Усачов А. Е. Многоблочные вычислительные технологии применительно к расчету турбулентных отрывных и струйных течений сжимаемого вязкого газа со скачками уплотнения и ударными волнами в рамках модели переноса сдвиговых напряжений. 6 глава в коллективной монографии под ред. В. А. Левина, Н. А. Фомина, В. Е. Фортова. Физика ударных волн, горения, детонации, взрыва и неравновесных процессов. Часть 2. Минск: ИТМО НАН Беларуси, 2018. С. 216–228.

### **Теория графов в химии**

*Г. Р. Кильдибаева, С. А. Мустафина*

*Башкирский государственный университет*

*Email: gul\_w@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10250

Химические графы дают возможность прогнозировать химические превращения, пояснять сущность и систематизировать некоторые основные понятия химии: структуру, конфигурацию, конформацию, квантовомеханические и статистико-механические взаимодействия молекул, изомерию [1].

Молекулярные графы, применяемые в стереохимии и структурной топологии, химии кластеров, полимеров, представляют собой неориентированные графы, отображающие строение молекул. Вершины и ребра этих графов отвечают соответственно атомам и химическим связям между ними [2].

Обычный индекс Винера описывает только молекулярные графы, а улучшенный индекс Винера может описывать и реакционные графы, т. е. графы, в которых используются двойные, тройные связи и гетероатомы (например, кислород, азот, фосфор, сера).

Молекулярные графы дают возможность сводить задачи, связанные с кодированием, номенклатурой и структурными особенностями (например, разветвленность, цикличность) молекул различных соединений, к анализу и сопоставлению математических признаков и свойств молекулярных графов и их деревьев, а также соответствующих им матриц.

#### Список литературы

1. Сайт о химии Химик. [Электрон. ресурс]. URL: <http://www.xumuk.ru/encyklopedia/1148.html> (дата обращения: 29.01.2020).
2. Сайт Химический каталог. [Электрон. ресурс]. URL: <http://www.ximicat.com/info.php?id=1913> (дата обращения: 29.01.2020).

### **Надежная и безопасная система распределенного хранения данных в облаках**

*Н. Н. Кучеров<sup>1</sup>, М. Г. Бабенко<sup>1</sup>, А. Н. Черных<sup>2</sup>, В. А. Кучуков<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Северо-Кавказский федеральный университет*

*<sup>2</sup>Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*

*Email: nkuchеров@ncfu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10253

В работе предлагается новая надежная и безопасная система распределенного хранения и обработки данных в мультиоблачной среде, которая основана на принципах модулярной арифметики. Использование модулярной арифметики в качестве основы позволяет, с одной стороны, обеспечить надежность данных, так как является кодом обнаружения и исправления ошибки, с другой стороны, обеспечивает безопасность, так как является пороговой структурой доступа к данным. Преимуществом предлагаемой системы обработки конфиденциальных данных является возможность обрабатывать данные в зашифрованном виде за счет использования гомоморфного шифра. В статье авторами также исследуется

вопрос об уменьшении экономических издержек на содержание IT-инфраструктуры. Предлагается подход, позволяющий найти компромисс между надежностью, безопасностью и быстродействием системы распределенной обработки и хранения данных.

Работа выполнена при финансовой Российской фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-37-70023) и Совета по грантам Президента РФ (номер гранта МК-24.2020.9, МК-341.2019.9, СП-2236.2018.5).

### **Целочисленные модели построения расписаний сложных комплексов работ**

*О. А. Ляхов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: loa@rav.sscs.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10326

Предложена формализация условий календарных задач сетевого планирования с учетом ограничений на ресурсы в виде, пригодном для применения общих методов целочисленного программирования. Приведены результаты численных экспериментов с использованием известных пакетов решения оптимизационных задач.

Работа выполнена по плану ПФНИ (проект 0315-2019-006).

### **Применение аппарата дескрипционной логики для формализации структуры иерархических концептуальных систем**

*В. В. Михелёв, С. И. Маторин*

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет*

*Email: 1334449@bsu.edu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10254

Информация может представлять собой информационную систему, например совокупность данных при определенных условиях, классификация, в том числе онтология. Одним из важных примеров таких информационных систем являются концептуальные системы [1] или "системы – классы" [2]. В работах [3, 4] обоснована важность изучения таких систем и разработки системных принципов, применимых и к материальным, и к концептуальным системам, для построения действительно общей теории систем.

Изучение и формализация структуры таких систем, а также понятия системно-объектного подхода "система – класс" и "свойство – класс", сопоставлены с понятиями дескрипционной логики [5]. Путем описания синтаксиса и семантики ДЛ ALCOQ и SHIOQ формально обоснована структура иерархии систем-классов и показана обязательность выполнения принципа моноцентризма для концептуальных систем. Введены и описаны средствами ДЛ понятия объема и содержания систем-классов, которые расширяют системную теорию, основанную на системно-объектном подходе. Полученные результаты в перспективе позволят совершенствовать существующие и создавать новые классификаторы, представляющие собой важный вид концептуальных моделей понятийных знаний.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований № 19-07-00290а, № 19-07-00111а, 18-07-00355а, 19-29-01047мк.

#### Список литературы

1. Шрейдер Ю. А., Шаров А. А. Системы и модели. М.: Радио и связь, 1982. 152 с.
2. Маторин С. И., Соловьева Е. А. Детерминантная модель системы и системологический анализ принципов детерминизма и бесконечности мира // НТИ. Сер. 2. 1996. № 8. С. 1–8.
3. Ackoff R. L. General system theory and systems research: Contrasting conceptions of system science. // In Proceedings of the Second Systems Symposium at Case Institute of Technology. 1964. P. 51–60.
4. Дубровский В. Я. К разработке системных принципов: общая теория систем и альтернативный подход [Электронный ресурс]. URL: <http://gtmarket.ru/laboratory/expertize/6566>.
5. Baader F., Calvanese D., McGuinness L., Nardi D. Patel-Schneider P. F. 2003. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications. – Cambridge University Press: 576.

**Балансировка нагрузки в SDN с помощью реактивной маршрутизации на основе требований QoS**Г. Г. Патрушев<sup>1,3</sup>, В. Г. Дроздова<sup>2</sup>, К. В. Павский<sup>3</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный университет<sup>2</sup>Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики<sup>3</sup>Институт физики полупроводников СО РАН

Email: gg.patrushev@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10255

SDN (программно-определяемые сети) – компьютерные сети нового поколения. В основе концепции SDN лежит принцип разделения сети на 3 уровня: инфраструктурный ("глупое железо"), контроллер SDN (владеет полной абстракцией сетевой инфраструктуры и топологии) и уровень приложений (разрабатывать которые могут уже не только производители сетевого оборудования, чаще называют NFV – Network Functions Virtualization) [1]. SDN архитектура лежит в основе (Network Core) Интернета вещей (IoT) и сетей связи пятого поколения (5G New Radio) [2].

Обеспечение на основе единого ядра SDN управления качеством обслуживания различных типов трафиков и различных типов абонентов с различными способами доступа к сети предъявляет высокие требования к управлению и балансировке нагрузки [3].

В работе представлен разработанный алгоритм реактивной маршрутизации в SDN, учитывающий принцип распределенного управления сетью, требования к задержке синхронизации с конечным узлом на MAC-подуровне, требования соединения к качеству сервиса (задержки, джиттер, скорость передачи данных, уровень потери пакетов, уровень доступности, уровень блокировок) согласно приоритету каждого требования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-37-00464 мол\_а), гранта Президента РФ (номер гранта МК-1047.2020.9).

**Список литературы**

1. Advait Dixit, Fang Hao, Sarit Mukherjee, T. V. Lakshman, and Ramana Kompella, "Towards an Elastic Distributed SDN Controller", ACM SIGCOMM Computer Communication Review, Vol. 43, No. 4, pp. 7–12, 2013.
2. A. Vora, K.-D. Kang, Downlink Scheduling and Resource Allocation for 5G MIMO Multicarrier Systems. In Proceedings of the 2018 IEEE 5G World Forum (5GWF), Santa Clara, CA, USA, 9–11 July 2018. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Математический сборник. 1959. Т. 47 (89), № 3. С. 271–306.
3. Quang Tran Anh Pham, Jean-Michel Sanner, Cedric Morin, Yassine Hadjadj-Aoul. Multi-objective multi-constrained QoS Routing in large-scale networks: A genetic algorithm approach. SaCoNet 2018 - 7th IEEE International Conference on Smart Communications in Network Technologies, Oct 2018, El Oued, Algeria. IEEE, pp.1–6.

**Some ideas about creation of intelligent transport navigation system**

A. S. Rodionov

The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS

Email: asrod@sscc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10359

The outline of proposed future transport navigation system is presented.

In contrast to most existing navigation systems, when planning a route, not only information about destinations, a map of roads and their current load is used, but also a forecast of road load at the times when a vehicle enters them.

We assume that the following information is known about most part of vehicles:

- current disposition (may be taken from GLONASS/GPS, BeiDou, etc);
- vehicle type (known from personal vehicle ID);
- predicted routes (known from messages from vehicles' navigators).

We assume that a vehicle's speed depends on its type and current state of a road. Under state of a road we understand its loading  $l = L/Th$ , where  $L$  is a number of vehicles per 100 square meters of the road and  $Th$  – road's throughput.

We use scaled table for vehicle's speed, that is speed  $v_{ij}$  of a vehicle of type  $i$  in a road with loading on interval  $j$  is assumed to be constant.

We use origin-destination matrices (ODM)  $A(t)$  whose estimation may be done by many methods [1–3] for predicting additional new requests for routes.

Note that calculation time, needed for obtaining a shortest path, highly depends of a graph's dimension, so some heuristics for its reducing are needed.

As our road graph is Euclidian, we propose (similar to [3]) cut off all parts of the map that lay farther than  $k_1\%$  of the distance  $l$  between start (A) and end (B) of the rout in opposite directions, and  $k_2\%$  to left and right from the direct line AB, while  $l > l_m$ , otherwise we fix size of the area. We use  $k_1 = 15$  and  $k_2 = 30$ .

This research is supported by the budget project 0315-2019-0006 for ICMMG SB RAS.

#### References

1. Flinsenberg, I. C. M. (2004). Route planning algorithms for car navigation. Technische Universiteit Eindhoven. <https://doi.org/10.6100/IR580449>. DOI: 10.6100/IR580449.
2. Hitoshi Kanoh. (2007). Dynamic route planning for car navigation systems using virus genetic algorithms. Int. J. Know.-Based Intell. Eng. Syst. Vol. 11, No. 1, P. 65–78. DOI: 10.3233/KES-2007-11105.
3. Mengyin Fu, Jie Li and Zhihong Deng. A practical route planning algorithm for vehicle navigation system, 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, China, 2004, P. 5326-5329 Vol.6, DOI: 10.1109/WCICA.2004.1343742.

#### **Применение кластеризации узлов для оптимальной передачи данных в сетях с меняющейся топологией**

*О. Д. Соколова, С. В. Рудометов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: olga@rav.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10370

В современных сетях связи надежная доставка пакетов должна обеспечиваться в условиях постоянно изменяющейся топологии сети. Для повышения эффективности функционирования активно применяются методы, основанные на кластеризации узлов, интегрировании с придорожной инфраструктурой, возможностях базовых станций [1-3]. Множество узлов сети разделяется на подмножества (кластеры), в каждом выбирается головной узел (cluster head, СН), который аккумулирует пакеты узлов и передает их, в соответствии с используемыми протоколами, другим мобильным СН либо придорожным станциям. СН может ретранслировать сообщения узлам своего кластера с использованием широковещательной рассылки, на отдельном радиоканале и т.д. Такие подходы позволяют оптимизировать ресурсы сети. В докладе рассматривается задача сбора информации в сетях с узлами на автомобилях (Vehicle ad hoc networks, VANET). Исследуются различные алгоритмы кластеризации, проведен их сравнительный анализ на различных топологиях сети. Для проверки эффективности алгоритмов использовались возможности имитационного моделирования. Тестирование проводилось на системе Manufacturing and Transportation Simulation System [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 19-47-540007 и №19-01-00562).

#### Список литературы

1. Craig Cooper etc. A Comparative Survey of VANET Clustering Techniques. IEEE Communications Surveys & Tutorials, Volume: 19, Issue: 1, 2017.
2. R. Pal, A. Prakash, R. Tripathi, D. Singh Analytical model for clustered vehicular ad hoc network analysis // ICT Express, Vol. 4, Iss. 3, r 2018, P. 160-164
3. C. Sommer, I. Dietrich and F. Dressler Realistic simulation of network protocols in VANET scenarios // Mobile Networking for Vehicular Environments. IEEE, 2007, pp. 139-143.
4. Рудометов С.В., Соколова О.Д. Моделирование передачи сообщений между движущимися объектами в транспортной среде // Программные продукты и системы. 2019. Т. 32. № 1. С. 141–145.

#### **Имитационная модель сбора информации о состоянии атмосферы, используя технологию VANET**

*К. В. Ткачѳв*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: tkachev@sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10360

В статье рассматривается разработанная имитационная модель, позволяющая найти оптимальную расстановку датчиков на общественном транспорте для сбора и передачи данных о загрязнении

атмосферы используя технологию VANET. Моделируется сбор данных о качестве воздуха с применением современных коммуникационных технологий – беспроводные сенсорных сетей. Основные свойства данной модели включают в себя возможности построения транспортной сети, маршрутов на ней, расстановку транспортных средств на участках сети различным способом, регулировка движения автобусов с помощью светофоров и остановок, управление скоростью и потоками движения, сбор данных о состоянии воздуха с помощью датчиков. Рекомендации к оптимальной расстановке датчиков на автобусах с учетом требования об обнаружении превышения ПДК за время не более чем заданное. Оптимальная расстановка датчиков может быть определена различными алгоритмами.

Разработанная модель входит в систему "GeoMonitoring" – система моделирования для оптимизации методов мониторинга состояния воздуха мегаполиса.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00562) и в рамках программы фундаментальных исследований СО РАН (проект 0315-2019-006).

### **Возможности имитационной модели сбора информации о состоянии атмосферы с помощью датчиков, установленных на общественном транспорте**

*К. В. Ткачев, Корсаков С. П., Мишуков В. И.*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: tkachev@sscc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10361

В статье рассматривается разработанный модуль, который позволит с помощью имитационного моделирования движения общественного транспорта с закрепленными на них датчиками мониторинга состояния атмосферы определить источник загрязнения на наблюдаемой территории. Разработанная модель входит в систему "GeoMonitoring" – система моделирования для оптимизации методов мониторинга состояния воздуха мегаполиса. Основными характеристиками данного модуля являются возможности установка эпицентров для моделей с помощью конструктора так и случайным образом, визуализация полей распространения загрязнения на карте, определение мест расположения источников распространения загрязнения по данным, полученных от датчиков. Для определения местоположения эпицентра загрязнения применялся метод обратных взвешенных расстояний (Inverse Weighted Distance Method). Метод основан на главном принципе географии – чем ближе расположены объекты, тем более они похожи (чем ближе друг к другу находятся точки на карте местности, тем ближе значения в них).

Реализовано моделирование источников загрязнений на карте (движение, расширение области и др.) и их нахождения с целью оперативного мониторинга состояния атмосферы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-47-540007) и в рамках программы фундаментальных исследований СО РАН (проект 0315-2019-006).

### **Analysis of the complexity of the multi-criterial optimization problems of engineering networks**

*G. Y. Toktoshov, A. N. Yurgenson, D. A. Migov*

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

*Email: tgi\_tok@rambler.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10257

This work is devoted to the optimization problems utility networks according to various criteria, such as, minimum total construction costs, reliability and compatibility. A new technique for modeling utility networks based on the hypernet model, which allows one to take into account, firstly, the nesting of one structure in another, and secondly, the interdependence of indicators of the elements of these structures is proposed. This approach makes the considered in these paper optimizations problems universal, and allows you to take into account the interaction of the designed types of networks with each other. In addition, by combining the problems presented in this paper, one can obtain various variations optimization problems. In this case, multicriteria tasks can be obtained, such as, design networks of minimum cost, taking into account their reliability; design networks of minimum cost, taking into account their compatibility and reliability and others. Note that all these problems are NP-hard, for the solution of which there is no polynomial exact algorithms. In particular, it was shown that the optimization problems in the simplest hypernet formulation is NP-hard, since it contains the NP-hard problem of constructing Steiner tree. Possible methods for solving these problems, and the possibility

of applying accurate and approximate methods for solving them, and assessing the accuracy of these methods, were examined.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project code No. 18-07-00460).

### **Программный код для описания гидро- и термодинамики полидисперсных гетерогенных сред**

*Н. А. Тукмакова<sup>1</sup>, А. Л. Тукмаков<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева*

<sup>2</sup>*Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН*

*Email: nadejdatukmakova@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10258

Программный код предназначен для описания гидро- и термодинамики полидисперсных парокапельных сред и газовзвесей. При описании течения полидисперсной парокапельной смеси учитываются такие механизмы, как газодинамическое дробление и коагуляция капель, конденсация пара, нагрев и испарение капель. При моделировании динамики газовзвесей учитывается полидисперсность состава, скоростное и температурное скольжение фаз, межфазный обмен импульсом и энергией, а также механизмы коагуляции и дробления частиц [1].

Динамика гетерогенной смеси описывается системой уравнений [2], включающей систему уравнений движения несущей среды [3] и дисперсной фазы, которая может включать в себя несколько фракций частиц или капель, различающихся по размерам [4]. Сила межфазного взаимодействия включает силу аэродинамического трения, силу Архимеда, силу присоединенных масс, силу Сэффмана и Магнуса. В случае описания электрически заряженных дисперсных систем рассчитываются параметры внешнего электрического поля и самосогласованного с пространственным распределением плотности заряженной дисперсной фазы электрического поля, учитывается действие силы Кулона на дисперсную фазу [5, 6]. Система уравнений движения записывается в обобщенных криволинейных координатах и решается явным методом Мак-Кормака второго порядка со схемой нелинейной коррекции.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-48-160017\19).

#### Список литературы

1. Тукмаков А. Л., Тукмакова Н. А. Динамика полидисперсной парокапельной смеси с учетом дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара // ТВТ. 2019. Т. 57, № 3. С. 437–445.
2. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003.
3. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т.: Т. 2: Пер. с англ. М.: Мир, 1991.
4. Тукмаков А. Л., Тонконог В. Г., Тукмакова Н. А. Нелинейный резонанс в акустической системе с коагулирующей газовзвесью // Акустический журнал. 2017. Т. 63, № 5. С. 566–572.
5. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974.
6. Тукмаков А. Л. Численная модель электрогазодинамики аэродисперсной системы на основе уравнений движения двухскоростной двухтемпературной газовзвеси // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56, № 4. С. 112–120.

### **Структурные изменения в стохастических системах массового обслуживания и надежности**

*Г. Ш. Цициашвили*

*Институт прикладной математики ДВО РАН*

*Email: guram@iam.dvo.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10259

В сообщении делается обзор некоторых зависимостей показателей эффективности стохастических систем от их структуры. Рассматривается модель  $n$ -канальной систем массового обслуживания  $M|M|n$  с интенсивностью входного потока, пропорциональной  $n \rightarrow \infty$ . Показывается, как стационарное время ожидания или стационарная длина очереди убывают к нулю при  $n \rightarrow \infty$  и обсуждается применение этих предельных соотношений при моделировании современных телекоммуникационных систем. Строится математическая модель нестационарной системы массового обслуживания непрерывного действия и рассчитываются ее характеристики. Оценивается преимущество отдельного резервирования перед

блочным в терминах необходимых объемов резерва. Строится математическая модель сложной системы, организованной по модульному принципу, и вычисляется ее надежность.

### **Разработка алгоритмов автоматического управления для информационно-управляющей системы установки переработки органических отходов**

С. Р. Шакиров<sup>1</sup>, А. В. Писарев<sup>1</sup>, А. Г. Квашинин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [ShakirovSR@ict.nsc.ru](mailto:ShakirovSR@ict.nsc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10260

В данной работе представлены результаты разработки алгоритмов автоматического управления технологическими процессами установки переработки органических отходов. Одной из особенностей, выявленной при испытаниях экспериментального образца установки, является большой диапазон изменения свойств сырья (концентрация органики, зольность, влажность, температура) и, соответственно, нестационарность рабочих параметров узлов и агрегатов. Для эффективного управления параметрами установки по переработке органических отходов необходима разработка всережимных регуляторов [1].

На основании разработанных математических моделей узлов и агрегатов установки выполнен синтез регуляторов общего воздуха, разрежения, тепловой нагрузки установки, производительности вихревой сушилки.

#### Список литературы

1. Вильчек С. Ю., Квашинин А. Г., Сафронов А. В., Сторожев Ф. Н. Проблемы создания адаптивной системы управления энергетическим комплексом по переработке углеродосодержащих отходов // "Индустриальные информационные системы" – ИИС-2015. Всероссийская конференция с международным участием: Сборник тезисов докладов. Новосибирск, КТИ ВТ СО РАН, 2015. С. 15–16.

### **Preferential attachment in the citation network of scientific articles**

N. G. Scherbakova, S. V. Bredikhin

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS

Email: [scherbakova@sscc.ru](mailto:scherbakova@sscc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10327

A bibliometric network based on the binary relation of citing between actors is a scale-free complex network whose degrees of nodes are distributed in accordance with the power law. The question is how growing networks self-organize into a scale-invariant structure. In [1], it was suggested that the growth mechanism is based on the strategy "success breeds success", which was mathematically substantiated in [2]. The generalization of the Barabashi-Albert model led to a formal definition of the network growth parameters: "initial attractiveness", "preferential attachment", "aging effect" [3]. The report presents methods for measuring these parameters and the results of analysis of the bibliometric network based on DB RePEc big data.

The work performed as a part of the program № 0315-2019-006.

#### References

1. Price D.J. de Solla. A general theory of bibliometric and other cumulative advantage processes // J. of the American Society for Information Science. 1976. V. 27(5-5). P. 292–306.
2. Barabási A.-L., Albert R. Emergence of scaling in random networks // Science. 1999. V. 286. P. 509–512.
3. Scherbakova N. G. Preferential attachment models // Problemi informatiki. 2019. N. 3. P. 46–61.

## Секция 10. МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

### Сравнительный анализ эффективности методов машинного обучения при построении моделей классификации однонуклеотидных полиморфизмов в регуляторных и экзомных участках генетических последовательностей

В. Б. Бериков<sup>1,2</sup>, С. Н. Постовалов<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт математики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Новосибирский государственный технический университет

Email: berikov@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10262

Регуляторные однонуклеотидные полиморфизмы (rSNP), участвующие в контроле уровня экспрессии генов, вносят существенный вклад в формирование предрасположенности к различным заболеваниям. При этом такие полиморфизмы остаются на сегодняшний день наименее изученными из-за трудности их обнаружения [1]. В то же время, благодаря прогрессу в технологиях секвенирования, число известных полиморфизмов в кодирующих (экзомных) участках последовательностей (cSNP) в геноме человека из года в год увеличивается.

В предлагаемой работе решается задача построения классификационных моделей зависимости между rSNP и cSNP с помощью методов машинного обучения. На примере 22 хромосомы человека проведен анализ данных 2504 человек (информация получена на основе проекта "1000 геномов"). В докладе сообщается о результатах проведенных исследований с использованием различных методов машинного обучения, в том числе основанных на ансамблевом сходстве [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18-29-09041.

Список литературы

1. E. E. Korbolina et al. Novel approach to functional SNPs discovery from genome-wide data reveals promising variants for colon cancer risk // Human Mutation. 2018. Vol. 39, no 6. Pp. 851–859.
2. V. Berikov et al. Classification at Incomplete Training Information: Usage of Group Clustering to Improve Performance // J. of Theoretical and Applied Information Technology. 2019. Vol. 97. No. 19. P. 5048–5060.

### Вычислительная сложность кластеризации с опорой на конкурентное сходство

И. А. Борисова

Институт математики им. С. Л. Соболева

Новосибирский государственный университет

Email: biatia@mail.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10263

Рассматривается формальная постановка задачи выбора подмножества типичных объектов из неклассифицированной выборки с помощью функции конкурентного сходства, используемой для оценки сходства между объектами в конкурентной среде при решении различных задач машинного обучения [1]. В дальнейшем полученное множество может использоваться для кластеризации или сжатия данных. При этом предполагается, что типичными являются те объекты выборки, на которые похожи объекты того же кластера и не похожи объекты конкурирующих кластеров. Для этой задачи доказывается, что она является NP-трудной в сильном смысле даже для частного случая, когда выбор типичных объектов осуществляется в метрическом пространстве. Для этого к рассматриваемой задаче сводится NP-трудная в сильном смысле задача 3-Matching [2]. Так как доказанная NP-трудность в сильном смысле предполагает невозможность построения точных полиномиальных и псевдо-полиномиальных алгоритмов решения поставленной задачи, для этих целей предлагается приближенный жадный алгоритм.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований СО РАН, проект № 0314-2019-0015.

## Список литературы

1. N. G. Zagoruiko, I.A. Borisova, V. V. Dyubanov, O. A. Kutnenko. Methods of recognition based on the function of rival similarity // Pattern Recognition and Image Analysis. 2008. Vol. 18, № 1. P. 1–6.
2. Garey, M. and Johnson, D. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. Freeman, New York, 1979.

**Проблемы очистки данных в пространствах большой размерности**

*И. А. Борисова, О. А. Кутненко*

*Институт математики им. С. Л. Соболева*

*Email: biatia@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10264

В анализе данных большая размерность задачи является фактором, накладывающим ряд ограничений на методы, пригодные для ее решения. С одной стороны, в число описывающих характеристик могут попадать нерелевантные, что приводит к усложнению поиска скрытых в этих данных закономерностей. С другой, многие метрические методы анализа данных в пространствах больших размерностей не работают. Помимо этого, часть алгоритмов имеет высокую трудоемкость, и их использование напрямую для задач большой размерности вызывает технические сложности.

В работе предлагается метод снятия части ограничений, накладываемых большой размерностью на задачу цензурирования (очистки) данных [1]. Для этого используется технология снижения размерности за счет выбора наиболее информативных признаков, основанная на использовании ансамблей. В результате исходная задача распадается на серию параллельно решаемых подзадач малой размерности. При этом цензурирование может осуществляться как в каждой подзадаче отдельно, так и после агрегирования результатов в общее решение, содержащее информацию как о признаках, наиболее релевантных для исходной задачи, так и об объектах, признанных выбросами. Предлагаемый подход использует функцию конкурентного сходства [2].

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований СО РАН, проект № 0314-2019-0015.

## Список литературы

1. Aggarwal C. C. Outlier analysis // Data Mining. Springer International Publishing. 2015. P. 237–263.
2. N. G. Zagoruiko, I.A. Borisova, V. V. Dyubanov, O. A. Kutnenko. Methods of recognition based on the function of rival similarity // Pattern Recognition and Image Analysis. 2008. Vol. 18, № 1. P. 1–6.

**Разработка системы распознавания жестового языка**

*Д. Г. Еникеев, С. А. Мустафина*

*Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета*

*Email: cooldeepband@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10265

В работе представлен обзор существующих методов распознавания жестовых языков. Исследованы аппаратные возможности сбора данных жестового языка: сенсорные перчатки, различные виды камер и специализированные видеоустройства. В качестве инструмента записи информации был выбран инфракрасный датчик движения рук Leap Motion [1], произведен обзор программного обеспечения и возможностей прибора. Создана архитектура нейронной сети распознавания дактильного жестового языка.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Республики Башкортостан (код проекта 17-47-020068).

## Список литературы

1. Сайт датчика движения Leap Motion Controller. [Электрон. ресурс]. URL: <https://developer.leapmotion.com/> (дата обращения: 20.01.2020).

### **Разработка системы автоматизированного построения онтологий на основе разнородных паттернов онтологического проектирования**

*Ю. А. Загорулько, О. И. Боровикова*

*Институт систем информатики имени А. П. Ершова СО РАН*

*Email: zagor@iis.nsk.su, olesya@iis.nsk.su*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10266

В настоящее время онтологии стали основным средством формализации и систематизации знаний в научных предметных областях (НПО). В связи с этим возникла острая необходимость в методах и программных средствах, позволяющих вовлекать в процесс построения онтологий не только специалистов по онтологическому моделированию, но и специалистов научных предметных областей.

В докладе представлен подход к разработке системы, поддерживающей автоматизированное построение онтологий НПО на основе паттернов онтологического проектирования (ОП) [1], которые представляют собой формальные описания проверенных на практике решений типовых проблем онтологического моделирования. Основными компонентами данной системы являются: репозитории разнородных паттернов ОП и базовых (ядерных) онтологий, включающих понятия, характерные для большинства НПО, и редакторы паттернов и онтологий, служащие для построения и специализации паттернов ОП и пополнения онтологий на их основе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-07-00762).

Список литературы

1. Gangemi A., Presutti V. *Ontology Design Patterns // Handbook on Ontologies*, Eds., S. Staab, and R. Studer. Berlin: Springer Verlag, 2009. pp. 221–243.

### **Модифицированный алгоритм латентно-семантического анализа текстов на живом языке**

*А. А. Иванов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: bppp@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10267

В настоящее время скорость накопления данных происходит с экспоненциальным ростом. Быстрый рост данных остро ставит вопрос о способах преобразования данных в информацию с целью синтеза знаний. На сегодняшний день текст является наиболее распространенным средством передачи информации. Поэтому автоматическое выделение смысла из текста, извлечение из него некоторой информации и преобразование ее в знания является одной из самых важных задач, решение которой востребовано во многих практических областях.

Классическим методом обработки текста является латентно-семантический анализ (ЛСА) [1]. Метод предназначен для анализа отношений между документами и терминами в коллекции, для определения тематик в документах. Классический ЛСА имеет ряд ограничений, которые влияют на точность получаемых результатов. Помимо ограничений метода для реального анализа большого объема данных (Big data) требуется проводить расчеты с использованием параллельных вычислений.

В работе приводится ряд модификаций для ЛСА, которые направлены на увеличение точности применения метода. Указаны возможности для распараллеливания приведенного алгоритма. Приведены результаты сравнения классического и модифицированного алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00698 А), а так же в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2019-0002).

Список литературы

1. Федюшкин Н. А., Савинов И. А., Федосин С. А. Латентно-семантический анализ текста. Саранск, ВУЗ: Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, 11 февраля 2018 г.

### **Применение методов искусственного интеллекта для криптоанализа шифра Плейфера**

*Г. Куттубек-к, А. В. Старченко*

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

*Email: wendiya97@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10350

Криптоанализ – наука о методах расшифровки зашифрованной информации без предназначенного для этого ключа [1]. Нейронные сети не подходят для задачи подбора ключей при дешифровании текста, но вполне способны решить проблему с оценкой пригодности дешифрованного текста.

Целью работы является применение методов искусственного интеллекта в криптоанализе шифра Плейфера.

В работе представлена математическая постановка задачи криптоанализа шифра Плейфера с применением технологии нейронных сетей (ИНС), а также математическое описание модели ИНС, выбранной для решения задачи классификации текста (прямое и обратное распространение ошибки сети). Сформированы обучающая и тестовая выборки, а также процедуры предварительной обработки входных данных для ИНС.

Список литературы

1. Focardi R., Luccio F.L. Neural Cryptanalysis of Classical Ciphers // Proceedings of the 19th Italian Conference on Theoretical Computer Science/Urbino. 2018. P. 104–115.

### **Segmentation of MRI images in classification tasks**

*A. S. Miroshnichenko<sup>1</sup>, V. M. Mikhelev<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Belgorod State National Research University*

*<sup>2</sup>Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov*

*Email: 963565@bsu.edu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10269

One of the main tasks in the analysis of medical images is segmentation. Segmentation involves the allocation of certain areas of the image by a set of specific features. The article discusses methods and algorithms for image processing for automatic and semi-automatic segmentation of images of brain MRI. A comparative analysis of the methods and approaches of image segmentation for the subsequent classification of images. A study was conducted on the effectiveness of using various methods and models for the segmentation of images of brain MRI.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 19-07-00133\_A)

References.

1. Clarke L. P. MRI segmentation: Methods and applications / L. P. Clarke, R. P. Velthuizen, M. A. Camacho et al. // Magnetic Resonance Imaging. 1995. Vol. 13-3. P. 343–368.

2. Miroshnichenko A. S., Mikhelev V. M. - "The method of recognition of objects in MRI images based on a convolutional neural network" // XVIII International Conference "Computer Science: problems, methodology, technologies" (IPMT-2018) and IXED – 2018, 8–9 February, Voronezh. P. 181–185.

3. Manoj, L. L. Brain Tumor Detection and Segmentation Using Histogram Thresholding/ K. K. Manoj, Y. K. Soubrabh// International J. of Engineering and Advanced Technology. 2012. Vol. 1. Issue 04. P. 16–20.

### **Эволюционный синтез нелинейных моделей на основе метаэвристического программирования и темплейтов**

*О. Г. Монахов*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: monakhov@rav.sccc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10270

Рассмотрено применение алгоритма метаэвристического программирования (МР), основанного на различных биоинспирированных алгоритмах, для эволюционного синтеза нелинейных моделей. Описанный подход эволюционного синтеза объединяет преимущества генетических алгоритмов и генетического программирования, использует последовательную операторную структуру хромосомы,

темплейты (шаблоны, скелетоны) алгоритмов и заданные множества пар входных – выходных данных. Исследовано влияние степени специализации темплейта на характеристики алгоритма поиска при эволюционном синтезе нелинейных моделей, заданных обыкновенными дифференциальными уравнениями с недоопределенными функциями. Получены оценки трудоемкости данного алгоритма и показано значительное сокращение времени поиска при использовании темплейтов в процессе эволюционного синтеза.

### **Распознавание острого инсульта по изображениям мультиспиральной компьютерной томографии с использованием сетей глубокого обучения**

В. М. Неделько<sup>1,2</sup>, Р. М. Козинец<sup>2</sup>, А. А. Тулунов<sup>2,3</sup>, В. Б. Бериков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт математики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Международный томографический центр СО РАН

Email: berikov@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10271

На сегодняшний день мультиспиральная компьютерная томография (МСКТ) головного мозга занимает основное место при диагностике острого инсульта. Для повышения надежности анализа МСКТ изображений целесообразна разработка автоматизированной системы распознавания с использованием нейронных сетей глубокого обучения. В работе описан прототип системы распознавания патологических изменений вещества головного мозга на основе анализа МСКТ изображений головного мозга пациентов с перенесенным инсультом. Выборка пациентов сформирована из базы МТЦ СО РАН. Были выбраны анонимизированные изображения с диагностированными ишемическими или геморрагическими инсультами, которые были вручную сегментированы специалистами-рентгенологами. Для анализа полученных изображений использовалась модифицированная архитектура сети глубокого обучения U-net [1]. В докладе сообщается о результатах проведенных экспериментов с системой распознавания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 19-29-01175.

#### Список литературы

1. O. Ronneberger, P. Fischer, and T. Brox "U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation," in Intern. Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention, pp. 234-241. Springer, Cham. 2015.

### **Исследование свойств алгоритмов классификации с использованием ансамблевых ядер**

Н. С. Одиноких<sup>1</sup>, В. Б. Бериков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт математики СО РАН

Email: nikita.odinokikh@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10272

Одним из основных способов решения задач классификации являются алгоритмы, основанные на линейном разбиении пространства объектов на области, содержащие объекты одного класса. В случае, когда множества классов являются линейно неразделимыми, используется *kernel trick*— перевод объектов в пространство, в котором объекты становятся линейно разделимыми. Однако выбирать функцию для данного преобразования можно множеством различных способов.

В данной работе исследуются свойства алгоритма КССЕ [1]. Исследовано изменение качества и скорости работы алгоритма при различных стратегиях выбора весов в ансамбле. Проведено сравнение работы алгоритма при выборе различных стратегий с иными алгоритмами классификации на различных задачах, в том числе и с зашумленными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 19-29-01175, 18-07-00600.

#### Список литературы

1. N. Odinokikh and V. Berikov, "Cluster Ensemble Kernel for Kernel-based Classification," 2019 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Russia, 2019. P. 0670–0674. doi.org/10.1109/SIBIRCON48586.2019.8958184.

**Система предсказания химико-физических и биологических свойств веществ**

*А. Л. Осипов, В. П. Трушина*

*Новосибирский государственный университет экономики и управления*

*Email: alosip@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10273

Важным направлением использования компьютерных методов и моделей в химико-биологических исследованиях является поиск закономерностей между структурами веществ и их различными свойствами, включая биологические. В работе задача предсказания новых перспективных соединений решается с использованием интеллектуальных методов анализа данных. Они позволяют фильтровать и отсеивать ненужные соединения и оставлять небольшой процент соединений, с которыми можно экспериментально работать. Созданы методы и модели для предсказания физико-химических, лекарственных и биологических свойств органических веществ с использованием фактографических баз данных. Разработана процедура виртуального скрининга, которая включает автоматизированный просмотр базы данных химических веществ и отбор тех из них, для которых прогнозируется наличие желаемых свойств. Разработанные математические методы моделирования и компьютерные технологии позволяют существенно ограничить область поиска химических веществ с требуемыми свойствами.

**Список литературы**

1. Osipov A. L. Models for predicting the biological activity of chemical substances / A. L. Osipov, V. P. Trushina // International J. of Advanced Studies. 2019. Volume 9. No 1–2. P. 12–18.

**Решение обратных задач сейсморазведки в трещиноватых средах методами машинного обучения**

*И. Б. Петров, М. В. Муратов*

*Московский физико-технический институт (Государственный университет)*

*Email: max.muratov@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10274

За последние годы методы машинное обучение и, в частности, глубокие нейронные сети показали впечатляющие результаты во многих областях, таких как компьютерное зрение [1–2] – классификация, распознавание и генерация изображений, распознавание речи и машинный перевод. Одним из существенных преимуществ методов глубокого обучения является то, что эти методы могут быть перенесены на многие другие области, связанные с обработкой большого количества данных. В данной работе с помощью предлагаемого подхода рассматривается задача распознавания пространственного положения и ориентации трещин в упругой среде. Эта задача является частью более глобальных исследований, таких как изучение разрушения ледового острова и изучение трещиноватых пластов в задачах сейсморазведки. Использованию нейронных сетей для распознавания структуры геологических пластов в задачах сейсморазведки посвящены работы [3–4]. Большое преимущество подобных работ состоит в том, что входные данные для алгоритмов глубокого обучения не требуют специальной обработки и, следовательно, такие методы могут быть проще в применении, чем стандартные методы сейсморазведки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00023).

**Список литературы**

1. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. E. Imagenet classification with deep convolutional neural networks // Advances in neural information processing systems. 2012. P. 1097–1105. DOI: 10.1145/3065386.

2. Szegedy C., Toshev A., Erhan D. Deep neural networks for object detection // Proceeding NIPS'13 Proceedings of the 26th International Conference on Neural Information Processing Systems. 2013, Vol. 2. P. 2553–2561.

3. Zhang C., Frogner C., Araya-Polo M., Hohl D. Machine-learning Based Automated Fault Detection in Seismic Traces // EAGE Conference and Exhibition 2014. DOI: 10.1190/tle36030208.1.

4. Araya-Polo M., Dahlke T., Frogner C., Zhang C., Poggio T., Hohl D. Automated fault detection without seismic processing // The leading edge. 2017, Vol. 36, Iss. 3. P. 194-280. DOI: 10.1190/tle36030208.1.

**Development of machine learning techniques to enhance turbulence models***O. Razizadeh<sup>1</sup>, S. N. Yakovenko<sup>2</sup>*<sup>1</sup>*Novosibirsk State University*<sup>2</sup>*Khrstianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS**Email: o.razizadeh1@g.nsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10275

In spite of numerous studies to develop the Reynolds-averaged Navier–Stokes equation models, which have lower computational costs, they are still not universal and accurate. Finding a way to improve the model predictability will be an advantage, and machine-learning algorithms based on available high-fidelity data sets for canonical flow cases obtained from DNS and measurements can be helpful for this [1]. The application of these algorithms for a fully-developed turbulent channel flow [2] and other cases is considered. Combining the methods of Convolutional Neural Network with Decision Tree can improve the predictions of the Reynolds-stress anisotropy tensor components in comparison with those of [3].

This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant 17-01-00332).

## References

1. Duraisamy K., Iaccarino G., Xiao H. Turbulence modeling in the age of data // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2019. V. 51. P. 357–377.
2. Lee M., Moser R. D. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re\tau \approx 5200$  // *J. Fluid Mech.* 2015. V. 774. P. 395–415.
3. Kaandorp M. Machine learning for data-driven RANS turbulence modelling: Master of Science Thesis. Delft University of Technology, 2018. [Electronic resource]. URL: [tiny.cc/s6sejz](http://tiny.cc/s6sejz) (the date of access: 01.03.2018).

**Обучение нейронных сетей: распознавание изображений***P. P. Sagitov, S. A. Mустафина**Стерлитамакский филиал БашГУ**Email: Ruslans\_mail@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10276

Искусственный интеллект на сегодняшний день получил очень широкое распространение. Искусственный интеллект внедряется в различные отрасли, такие как: переработка нефтепродуктов, система дорожного регулирования, логистика, маркетинг и т. д.

Наиболее универсальным и популярным методом машинного обучения являются нейронные сети. Нейронные сети являются чрезвычайно гибким инструментом, который при правильном использовании применим для огромного спектра задач.

В начале данной статьи будет представлена краткая информация о структуре нейронных сетей, приведены и описаны основные идеи построения архитектуры нейронной сети.

Далее будут рассмотрены два метода обновления весов для многослойных нейронных сетей: метод обратного распространения ошибки и метод эволюции [1].

Затем в статье будет представлен материал о методах обучения нейронных сетей и продемонстрировано обучение нейронной сети для распознавания изображений рукописных цифр. В представляемом примере нейронная сеть и ее обучение производится средствами языка программирования Python и библиотек TensorFlow [2].

В конце статьи будут проанализированы результаты обучения и основные этапы обучения нейронных сетей.

## Список литературы

1. Романов Д. Е. Нейронные сети обратного распространения ошибки // *Инж. вестн. Дона.* 2009. С. 19–24.
2. Ян Гудфеллоу, Йошуа Бенджио, Аарон Курвилль. Глубокое обучение. М.: ДМК Пресс, 2018. 652 с.

**Распознавание цепочек аргументов на основе схем рассуждений от эксперта**

*Н. В. Саломатина<sup>1</sup>, И. С. Кононенко<sup>2</sup>, Е. А. Сидорова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева*

<sup>2</sup>*Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН*

*Email: nataly@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10277

Предлагается комбинированный метод частичного восстановления аргументативной структуры текста с опорой на индикаторные шаблоны аргумента от эксперта [1]. Алгоритм реализуется в три этапа: 1) разбиение текста на сверхфразовые единства [2], 2) отбор сверхфразовых единств, содержащих все варианты рассуждений от эксперта, 3) построение графа аргументов, содержащихся в сверхфразовом единстве, с применением схем рассуждений и дискурсивных маркеров, отвечающих за организацию текста [3]. Эксперимент проведен на коллекции из 950 научно-популярных текстов объемом от 200 до 1000 слов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 18-00-01376 (18-00-00889) и 18-00-01376 (18-00-00760)).

**Список литературы**

1. Achmadeeva I., Kononenko I., Salomatina N., Sidorova E. Indicator Patterns as Features for Argument Mining // [Электрон. ресурс]. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8958295> (дата обращения: 27.01.2020).
2. Гусев В. Д., Мирошниченко Л. А., Саломатина Н. В. Тематический анализ и квазиреферирование текста с использованием сканирующих статистик // [Электрон. ресурс]. URL: <http://www.dialog-21.ru/media/2374/gusevvd.pdf> (дата обращения: 27.01.2020).
3. Lawrence J., Reed C. Combining Argument Mining Techniques // [Электрон. ресурс]. URL: <https://www.aclweb.org/anthology/W15-0516.pdf> (дата обращения: 27.01.2020).

**Architecture co-design for fast and energy-efficient multi-dimensional CNN computing**

*S. Sedukhin, Y. Tomioka*

*The University of Aizu*

*Email: sedukhin@u-aizu.ac.jp*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10278

Multi-channel 2D convolution (CONV) is prevalent in many classes of Deep Neural Networks, including Convolutional Neural Network (CNN) where CONV layers form more than 90 % of total computational workload. This CNN workload is mostly an execution of the big number of three-read/one-write Multiply-Accumulate (MAC) operations. With that, in the current CMOS technology, computing of a single MAC is cheap, but memory References (to read/write operands) are relatively expensive in terms of the area/time/energy consumption.

The main goal of this presentation is to show how to extremely accelerate an execution of the CONV layers by maximization of both the number of concurrent MAC operations (to increase a performance) and data reuse (to reduce an energy consumption).

**Computer system for leukocytes classification on medical images**

*E. M. Chernykh<sup>1</sup>, V. M. Mikhelev<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Belgorod State National Research University*

<sup>2</sup>*Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov*

*Email: jaddyroot@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10279

This work is devoted to the development of a computer system for leukocytes classification on blood cell images. Solving of the white blood cells classification task makes it possible to diagnose not only blood diseases, but also a wide range of other diseases, as well as to evaluate the overall functional state of human health. Current leukocytes classification methods and ways have a fairly large number of drawbacks, which make the problem of finding the optimal and effective method as a tool to solve this classification task. In this developed computer system, we use the method based on the using of a trained convolutional neural network as a binary classifier for leukocytes classification. The article shows the advantage of using this architecture and deep learning technology to solve objects classification task on digital images.

The developed system allows in most cases correctly and with a high speed to determine whether the white blood cell belongs to one of the two classes, which indicates the possibility of using this system as auxiliary tool for blood hematological analysis.

This work was supported by Russian Foundation for Basic Research (RFBR) grant 19-07-00133–A.

## Секция 11. КОМПЬЮТЕРНАЯ БИОЛОГИЯ, МЕДИЦИНА И БИОТЕХНОЛОГИЯ

### Выявление контекстных сигналов в промоторах генов, регулирующих ответ на световой стресс у *Arabidopsis thaliana*

А. В. Бобровских<sup>1</sup>, Д. К. Константинов<sup>1,2</sup>, А. А. Ермаков<sup>1</sup>, У. С. Зубаирова<sup>1,2</sup>, А. В. Дорошков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: ad@bionet.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10338

Одним из важнейших факторов, оказывающих влияние на метаболизм и продуктивность растений, является интенсивность солнечного света и ее суточные и сезонные колебания. Известно, что на генетическом уровне избыточная освещенность приводит к многоуровневому ответу, который включает в себя группу генов и их транскрипционных факторов [1]. Поиск новых регуляторов и более комплексное описание генетических механизмов, вовлеченных в ответ на световой стресс, позволит расширить текущее фундаментальное понимание проблемы, а также предсказать перспективные для дальнейшего анализа и селекции гены-мишени. В данной работе проведен мета анализ транскриптомных данных ответа на гиперинсоляцию у *Arabidopsis thaliana*, на основании которого была построена генетическая сеть стрессового ответа и идентифицированы контекстные сигналы цис-регуляторных элементов в промоторах генов. Данный интегративный подход позволил авторам выявить ключевые системы и регуляторы, характерные для ответа на гиперинсоляцию.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-44-543021)

Список литературы

1. Galvão V. C., Fankhauser C. Sensing the light environment in plants: photoreceptors and early signaling steps // Current opinion in neurobiology. 2015. Т. 34. С. 46–53.

### Выявление контекстных сигналов цис-регуляторных элементов транскрипционного ответа на солевой стресс у *Arabidopsis thaliana*

А. В. Бобровских<sup>1</sup>, Д. К. Константинов<sup>1,2</sup>, А. А. Ермаков<sup>1</sup>, У. С. Зубаирова<sup>1,2</sup>, А. В. Дорошков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: ad@bionet.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10339

Избыточная засоленность почв для ряда экосистем является лимитирующим фактором для их освоения и сельскохозяйственного использования [1]. Изучение генетических основ стрессового ответа растений на избыток соли является фундаментальной задачей, которая позволит выявить закономерности реакции растения на стресс и выявить перспективные гены-мишени для дальнейшей селекции. Для решения данной задачи необходим холистический подход, на что указывает автор работы [2]. Данная работа применяет интегративный биоинформатический подход в изучении ответа на засоленность, основываясь на доступных геномных и транскриптомных данных, а также знаний о генетических регуляторах солевого ответа.

В работе выполнен транскриптомный метаанализ доступных данных, было протестировано несколько скоринг-функций для выделения наиболее значимых генов-кандидатов, контролирующих ответ на солевой стресс у *Arabidopsis thaliana*. На основе баз данных о межгенных и межбелковых взаимодействиях и ранжированного списка выявленных генов была реконструирована генная сеть ответа на засоленность. Были изучены топологические особенности сети и выявлены высоко связанные кластеры узлов, которые были классифицированы по характеру регуляции, предсказаны ключевые компоненты – "хабы" сети.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-416-543006)

Список литературы:

1. Food and Agriculture: Key to Achieving the 2030, Agenda for Sustainable Development. Job No. I5499, Food and Agriculture Organization of the United Nations, Rome, 23. Available online at: <http://www.fao.org/3/a-i5499e.pdf>.
3. Dinneny J. R. Traversing organizational scales in plant salt-stress responses // Current opinion in plant biology. 2015. Т. 23. С. 70–75.

### **Численный анализ математических моделей функционирования системы биомаркеров дегенеративных заболеваний**

*К. С. Гаврилова<sup>1,2</sup>, О. Ф. Воропаева<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [ksu483@yandex.ru](mailto:ksu483@yandex.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10329

Белок p53 и его отрицательные регуляторы Mdm2 и Wip1, играющие критическую роль в определении судьбы клетки при повреждении ДНК, известны как биомаркеры дегенеративных заболеваний. В докладе представлены результаты сравнительного анализа трех математических моделей функционирования системы p53–Mdm2–Wip1, характеризующихся разными уровнями биологической идеализации. Предложенные модификации моделей расширяют границы их применимости до состояний системы p53–ингибитор, наблюдаемых в условиях рака и нейродегенерации. Выполнено сопоставление с экспериментальными данными. В рамках принятых моделей в биологически значимом диапазоне решений и параметров найдены стационарные, периодические и квазипериодические режимы функционирования сети p53–Mdm2–Wip1, которые, по-видимому, могут служить иллюстрацией весьма тонкой организации ответа реальной биологической системы на стрессовые воздействия.

### **Фазовый портрет модели генной сети Еловица – Лейблера**

*В. П. Голубятников<sup>1,2</sup>, Л. С. Минушкина<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [Vladimir.Golubyatnikov1@fulbrightmail.org](mailto:Vladimir.Golubyatnikov1@fulbrightmail.org)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10281

Изучается блочно-линейная динамическая система размерности 6, моделирующая кольцевые генные сети; гладкий аналог такой системы был введен в [1]. Для рассматриваемой системы мы установили в [2] условия существования цикла и построили его инвариантную окрестность  $W$  в фазовом портрете.

В этом докладе мы строим в дополнении к окрестности  $W$  инвариантную кусочно-линейную поверхность размерности 2, состоящую из траекторий, стягивающихся по спиральям к особой точке системы. Эта точка лежит на границе области  $W$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00057).

Список литературы

1. Elowitz M. B., Leibler S. A synthetic oscillatory network of transcriptional regulators. Nature. 2000. V. 403, P. 335–338.
2. Голубятников В. П., Минушкина Л. С. Монотонность отображения Пуанкаре в некоторых моделях кольцевых генных сетей. Сибирский журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22, № 3. С. 39–47.

### **Спектры периодичностей как инструмент дифференциации родственных бактериальных геномов**

В. Д. Гусев, Л. А. Мирошниченко

Институт математики им. С. Л. Соболева

Email: luba@math.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10282

Локальными периодичностями в ДНК-последовательностях обычно называют участки, представленные тандемно повторяющимися фрагментами ограниченной длины. Периодичности характеризуются длиной тиражируемого фрагмента, составом элементов и кратностью повторений. Полные спектры периодичностей можно рассматривать в качестве компактного описания геномов достаточно большой длины. Многие периодичности носят неслучайный характер и могут быть использованы в качестве биомаркеров для различения родственных объектов, в частности некоторых бактериальных геномов. Особый интерес в этом плане представляют геномы чумной бактерии (*Yersinia pestis*) и бактерии псевдотуберкулеза (*Yersinia pseudotuberculosis*). При близости геномов в целом эти бактерии сильно отличаются по своей патогенности. Получены и охарактеризованы полные спектры периодичностей для достаточно представительных подборок геномов обоих видов. Выявлены периодичности, наиболее информативные в плане дифференциации этих классов объектов.

Работа выполнена при поддержке программы Фундаментальных научных исследований РАН, проект № 03 14-2019-0015.

### **BioNet: Моделирование масс-спектров пептидов**

Р. Ю. Епифанов<sup>1</sup>, Д. А. Афонников<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

Email: ada@bionet.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10365

Важная роль белков в жизнедеятельности организмов привела к развитию методов исследования первичной структуры белка, основанных на масс-спектрометрии. Расшифровка масс-спектров является сложной задачей, так как не в полной мере известны механизмы диссоциации белков в экспериментальных установках, а также влияние совокупности внешних факторов на данный процесс. Поэтому требуется большое количество данных по аннотированным масс-спектрам пептидов с известной последовательностью для совершенствования существующих или разработки новых алгоритмов расшифровки масс-спектров.

В работе рассматривается задача о построении алгоритма *in silico* моделирования масс-спектра пептидов, решающего проблему учета влияния неканонического аминокислотного состава и посттрансляционных модификаций на процесс диссоциации.

Работа поддержана грантами РФФИ № 17-00-00470 (К), 17-00-00462.

### **Метод главных координат как способ расчета главных компонент**

В. М. Ефимов<sup>1,2</sup>, Д. А. Полунин<sup>2</sup>, В. Ю. Ковалева<sup>3</sup>, К. В. Ефимов<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт систематики и экологии СО РАН

<sup>4</sup>Институт высшей нервной деятельности РАН

Email: efitov@bionet.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10283

При использовании метода главных компонент (ГК, PCA) практически всегда используются матрицы корреляций исходных переменных. Однако более полувека назад Дж. Гауэр [1] предложил метод расчета ГК через матрицу евклидовых расстояний между объектами (PCo).

PCo очень полезен на практике, если число объектов значительно меньше числа признаков или их нет вообще, что становится все более рутинным в биологических исследованиях, особенно молекулярных [2–3].

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (19-07-00658-а) и Бюджетным проектом ИЦиГ СО РАН (0324-2019-0040-С-01).

#### Список литературы

1. Gower JC (1966) Some distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis. *Biometrika*, 53(3-4), 325–338.
2. Efimov VM, Efimov KV, Kovaleva VY (2019) Principal component analysis and its generalizations for any type sequence (PCA-Seq). *Vavilov J. of Genetics and Breeding*. 23(8):1032–1036. DOI: 10.18699/VJ19.584.
3. Polunin DA, Shtaiyer IA, Efimov VM (2019) JACOBI4 software for multivariate analysis of biological data. bioRxiv 803684. DOI: 10.1101/803684.

#### **Об интегральных поверхностях в моделях генных сетей**

*Н. Е. Кириллова*

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

*Email: kne@math.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10284

Для несимметричной динамической системы размерности 6, моделирующей функционирование генной сети типа Еловица – Лейблера (см. [2]), в работе [3] была проведена дискретизация ее фазового портрета, установлены условия существования цикла  $S$  и описана его инвариантная окрестность  $W$ . Следуя [1], в случае, когда стационарная точка  $S$  рассматриваемой системы является гиперболической, мы строим в окрестности  $W$  устойчивую инвариантную поверхность размерности 2, содержащую цикл  $S$  и стационарную точку  $S$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00057).

#### Список литературы

1. Abraham R., Robbin J. *Transversal mappings and flows*. Benjamin Inc., New York, 1967.
2. Elowitz M. B., Leibler S. A synthetic oscillatory network of transcriptional regulators // *Nature*. 2000. V. 403. P. 335–338.
3. Аюпова Н. Б., Голубятников В. П., Казанцев М. В. О существовании цикла в одной несимметричной модели молекулярного репрессилатора // *Сибирский журнал вычислительной математики*. 2017. Т. 20, № 2. С. 121–129.

#### **Parallel implementation of primer search algorithm for PCR**

*O. Yu. Kiryanova<sup>1</sup>, I. I. Kiryanov<sup>2</sup>, L. U. Akhmetzyanova<sup>1,3</sup>, B. R. Kuluev<sup>4</sup>, I. M. Gubaydullin<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>*Ufa State Petroleum Technological University*

<sup>2</sup>*Corning, Inc*

<sup>3</sup>*Institute of Petrochemistry and Catalysis, Ufa Federal Research Center RAS*

<sup>4</sup>*Institute of Biochemistry and Genetics, Ufa Federal Research Center RAS*

*Email: olga.kiryanova27@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10285

The polymerase chain reaction (PCR) was selected to identify the DNA polymorphism of agricultural plants for the subsequent cataloging. The suitable outcome of any PCR vastly depends on the presence of short nucleotide fragments (primers) in the considering DNA chain. Thus, the preliminary analysis should be conducted to increase success of PCR [1]. This paper compares three implementations of primer search algorithm: "linear" method, method using the numba JIT compiler [2], parallel implementation with numba directives. The objects of research were the following plants: *Arabidopsis thaliana* (L.) Heynh (the genome size is about 130 million nucleotide pairs) [3], *Solanum tuberosum* L (the genome size is about 1 billion nucleotide pairs) [4], *Triticum aestivum* L (the genome size is about 17 billion nucleotide pairs) [5]. For the *Arabidopsis thaliana* (L.) Heynh genome a parallel implementation of the algorithm is commensurate with the linear search. Parallel search implementation reduced analysis time of *Triticum aestivum* L genome by 400 times. Considered implementations allowed us to choose the optimal way to search primers depending on size of genomes. Thus, the proposed approach could be extended on other agricultural plants.

The reported study was funded by RFBR according to the research project 17-44-020120\_p\_a.

## References

1. Garafutdinov R. R., Baimiev An.K., Maleev G. V., Alekseev Ya.I., Zubov V. V., Chemeris D. A., Kiryanova O.Yu., Gubaydullin I. M., Matniyazov R. T., Sahabuddinova A. R., Nikonorov Yu.M., Kuluev B. R., Baimiev Al.K., Chemeris A. V. Raznoobrazie praimerov dlya PCR i principy ih podbora // Biomics. 2019. Vol. 11. № 1. P. 23–70.
2. Numba: A High Performance Python Compiler. URL: <http://numba.pydata.org/>
3. G. P Copenhaver Analysis of the genome sequence of the flowering plant *Arabidopsis thaliana* // Nature. 2000. № 408. P. 796–815.
4. Xun Xu, Shengkai Pan, Shifeng Cheng, Bob Zhang Potato et al. Genome Sequencing Consortium 2011, Genome sequence and analysis of the tuber crop potato. Nature. 2011. № 475. P. 189–195.
5. A chromosome-based draft sequence of the hexaploid bread wheat (*Triticum aestivum*) genome // Science. 2014. Vol. 345, Issue 6194.

**Компьютерная идентификация альтернативного сплайсинга мобильных интронов группы II**

Кобало Н. С.<sup>1</sup>, Куликов А. И.<sup>1</sup>, Титов И. И.<sup>2</sup>, Воробьев Д. Г.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>3</sup>Институт Гюстав Русси, Франция

Email: [rerf2010rerf@yandex.ru](mailto:rerf2010rerf@yandex.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10286

Интроны группы II – это мобильные элементы генома, присутствующие как у бактерий, так и у эукариот. Они обладают консервативной вторичной структурой, обуславливающей их способность к самосплайсингу, т. е. самовырезанию из первичной пре-мРНК в процессе транскрипции. Некоторые интроны группы II обладают способностью к альтернативному сплайсингу, т. е. могут участвовать в одной из нескольких реакций сплайсинга, что приводит к возможности образования различных мРНК на основе одного и того же первичного транскрипта. На основе интронов группы II с описанной в литературе вторичной структурой [1] нами была построена обобщенная модель их структуры. С использованием данной модели в открытой базе данных интронов RFAM [2] были обнаружены интроны, обладающие способностью к альтернативному сплайсингу.

## Список литературы

1. Dai, L., Toor, N., Olson, R., Keeping, A., and Zimmerly, S. (2003). Database for mobile group II introns. *Nucleic Acids Res.* 31: 424–426.
2. I. Kalvari, E. P. Nawrocki, J. Argasinska, N. Quinones-Olvera, R. D. Finn, A. Bateman and A. I. Petrov. Non-coding RNA analysis using the Rfam database. *Current Protocols in Bioinformatics* (2018) e51. DOI: 10.1002/cpbi.51.

**Фенотипирование колосьев пшеницы на основе анализа цифровых изображений**

Е. Г. Комышев<sup>1,2</sup>, М. А. Генаев<sup>1,2,3</sup>, Д. А. Афонников<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>2</sup>Курчатовский геномный центр, Федеральный исследовательский центр Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [komyshhev@bionet.nsc.ru](mailto:komyshhev@bionet.nsc.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10287

Форма и структура колоса – одни из важнейших характеристик злаков, связанные с такими их хозяйственно ценными качествами, как продуктивность, отсутствие ломкости колоса и легкость обмолота. Изучение генов, контролирующих данные признаки, позволит целенаправленно создавать новые сорта с улучшенными характеристиками по урожайности, легкости обмолота и устойчивостью к факторам внешней среды [1]. Оценка характеристик колоса в большинстве современных исследований выполняется экспертом на основании визуального анализа колоса и измерительных практик, что требует существенных затрат времени, при том что в современных экспериментах проводится анализ десятков тысяч растений. Автоматизация этого трудоемкого и затратного по времени процесса за счет внедрения технологий анализа цифровых изображений является актуальной для современной науки. Мы предлагаем метод распознавания колоса пшеницы, основанный на анализе цифровых изображений. Данный метод позволяет извлечь ряд признаков колоса, такие как длина, ширина, проецируемая на изображение

площадь, цвет, остистость и т. д. Предложенный подход позволяет анализировать форму колоса, что является важной характерной чертой, тесно связанной с видовой принадлежностью растения. Метод показал высокую точность определения качественных и количественных характеристик колоса пшеницы.

Работа выполнена за счет финансирования Курчатковского геномного центра ИЦиГ СО РАН, соглашение с Министерством образования и науки № 075-15-2019-1662.

#### Список литературы

1. Konopatskaia I. D., Vavilova V. Y., Blinov A. G., Goncharov N. P. Spike morphology genes in wheat species (*Triticum* L.) // Proceedings of the Latvian Academy of Sciences. Section B. Natural, Exact, and Applied Sciences. De Gruyter Open, 2016. Т. 70. № 6. С. 345–355. DOI: 10.1515/prolas-2016-0053.

#### **Численная оптимизация выбора места установки сосудистого анастомоза**

Ю. О. Куянова<sup>1,2</sup>, А. В. Бервицкий<sup>2</sup>, А. В. Дубовой<sup>2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

<sup>2</sup>Федеральный центр нейрохирургии

Email: danilo.skiman@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10288

В современной клинической нейрохирургии стоит множество задач оптимизации, которые на данный момент не являются полностью исследованными. Одна из таких задач – определение необходимости формирования сосудистого анастомоза и оптимизация места его установки. В настоящее время существует целый ряд оптимизационных задач формирования анастомозов, одна из которых описана в [1].

В данном исследовании рассматривается задача об оптимизации расположения сосуда-донора по отношению к сосуду-реципиенту. Оптимальное место установки определяется с использованием методов роевого интеллекта, в частности, с использованием метода роя частиц. В рассматриваемой задаче критерием оптимального местоположения соединения сосудов служит достижение требуемого давления в средней мозговой артерии.

Работа выполнена при поддержке гранта правительства Российской Федерации No.14.W03.31.0002.

#### Список литературы

1. Kuyanov Yu. O et al.. Numerical study of the tee hydrodynamics in the model problem of optimizing the low-flow vascular bypass angle // JAMPT. 2019. V., 60, P. 1038–1045.

#### **Вычислительная платформа для моделирования одноосного растяжения ткани церебральной аневризмы**

А. И. Липовка<sup>1,2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: danilo.skiman@gmail.com

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10290

Церебральная аневризма – серьезное заболевание, находящееся среди ведущих причин смертности взрослого населения. Одним из способов ее изучения является механический тест, возможность проведения которого часто бывает ограничена. Представляется компьютерное моделирование сложного волокнистого[1] строения ткани аневризмы и виртуальная симуляция поведения волокон при одноосном растяжении.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-48-540010).

#### Список литературы

1. J. R. Cebral, X. Duan, B. J. Chung, C. Putman, K. Aziz and A. M. Robertson. American J. of Neuroradiology September 2015, 36 (9) 1695–1703; DOI: <https://doi.org/10.3174/ajnr.A4358>.

**Реконструкция генной сети глиомы с помощью он-лайн инструментов биоинформатики**

Ю. Л. Орлов<sup>1,2</sup>, С. С. Ковалев<sup>2,3</sup>, Ю. П. Белоусова<sup>3</sup>, С. А. Цховребова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Первый МГМУ им. И. М. Сеченова Минздрава России

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

Email: orlov@d-health.institute

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10291

С помощью он-лайн инструментов биоинформатики и баз данных медицинской генетики выполнен анализ генов предрасположенности к развитию опухолей мозга, реконструирована генная сеть. На основе анализа базы данных OMIM (omim.org) выявлено 195 генов, которые опосредуют развитие глиомы. Из них инструмент PANTHER-DB определил идентификаторы 163 генов. Оценки значимых категорий генных онтологий показали связь категорий генов глиомы с регуляцией клеточных процессов, метаболизмом, пролиферацией, дифференциацией, нейро- и глиогенезом и с процессами клеточной смерти, апоптозом. С помощью ресурсов STRING-DB и GeneMANIA реконструирована генная сеть глиомы, выявлены гены с наибольшим числом связей сети – PTEN, TP53, CDKN2A, EGFR, GLI1. Рассмотрена трехмерная структура белка GLI1. С помощью базы данных GeneCards были определены лекарства, влияющие на GLI1.

Работа выполнена при финансовой поддержке бюджетного проекта ИЦиГ СО РАН (0324–2019-0040-С-01).

**Геоинформационные системы в медицине**

Ю. Л. Орлов<sup>1,2</sup>, Г. С. Лебедев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Первый МГМУ им. И. М. Сеченова Минздрава России

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: orlov@d-health.institute

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10292

Рассмотрены аспекты использования геоинформационной системы в сфере здравоохранения с точки зрения системной биологии. Благодаря появлению современных информационных технологий произошел прорыв в медико-географическом картографировании и моделировании в мире [1, 2]. В практике стали применяться геоинформационные системы, которые позволяют визуализировать географические объекты, процессы и явления, выполнять анализ, планирование и моделирование медицинских задач, в том числе в удаленных регионах Сибири и Крайнего Севера. Разработана геоинформационная система, предназначенная для консолидации и графического отображения информации о ресурсах здравоохранения, медицинских организациях, участвующих в реализации территориальных программ оказания медицинской помощи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (19-15-00219).

**Список литературы**

1. Сомов Э. В., Тимонин С. А. Применение геоинформационных методов в решении задач оптимизации медицинского обслуживания населения г. Москвы // М.: Врач и информационные технологии. 2012. № 2. С. 30–41.
2. Pednekar P, Peterson A. Mapping pharmacy deserts and determining accessibility to community pharmacy services for elderly enrolled in a State Pharmaceutical Assistance Program // PLoS One. 2018. V. 13(6). e0198173.

**Численное моделирование эмболизации т-образного микроканала**

Д. В. Паршин<sup>1,2</sup>, А. А. Ягодницына<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт гидродинамики имени М. А. Лаврентьева СО РАН

<sup>3</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН

Email: parshin@hydro.nsc.ru

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10293

Эмболизация кровеносных сосудов широко применяется при лечении аневризм или артерио-венозных мальформаций. Хирург выполняет операцию эмболизации исходя из собственного опыта и от-

талкивается от необходимости выхода на определенный уровень эмболизации патологии и в то же время старается не достигать максимальной нагрузки, возникающей при этом в сосудистой сети.

Наша работа нацелена на численное моделирование процесса эмболизации модельной конфигурации: Т-образного микроканала, представляющего собой часть рацемозной части артерио-венозной мальформации. Множество параметров, влияющих на процесс эмболизации: соотношение фаз, высокий температурный градиент на границе раздела фаз и другие – делают описание этого процесса чрезвычайно трудным.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительственного гранта № 14.W03.31.0002 и гранта Российского фонда фундаментальных исследований 17-08-01736.

### **Performance comparison of a sensitivity operator based and derivative-free algorithms on the parameter identification problem for the antioxidant system of a plant cell**

*A. V. Penenko<sup>1,2</sup>, Z. S. Mukatova<sup>1,2</sup>, A. V. Bobrovskikh<sup>3</sup>, U. S. Zubairova<sup>3</sup>, V. S. Konopleva<sup>1,2</sup>, A. V. Doroshkov<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University*

<sup>3</sup>*Institute of Cytology and Genetics SB RAS*

*Email: aleks@ommgp.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10383

Various meta-heuristic algorithms are widely used in biological sciences to identify parameters of the mathematical models. Usually, these algorithms take only direct problem solution and can be easily applied to various problems without serious modifications. The trade-off for this universal character is the use of a limited number of inverse problem properties. The objective of this paper is to compare the performance of the sensitivity operator-based algorithm [1] and standard implementations of local derivative-free algorithms [2] on a realistic scenario of parameter identification problem for the model of the antioxidant system of a plant cell [3].

The work was supported by Russian Foundation for Basic Research grant 19-07-01135 in part of the development of algorithms and Russian Foundation for Basic Research grant 19-44-543021 in part of the development and analysis of the biological model.

#### References

1. Penenko, A. V.; Mukatova, Z. S. & Salimova, A. B. Numerical study of the coefficient identification algorithm based on ensembles of adjoint problem solutions for a production-destruction model // International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, Walter de Gruyter GmbH, 2020, 0, doi: 10.1515/ijnsns-2019-0088.
2. Johnson, S. G. The NLOpt nonlinear-optimization package <http://github.com/stevengj/nlopt>.
3. Bobrovskikh, A.; Zubairova, U.; Kolodkin, A. & Doroshkov, A. Subcellular compartmentalization of the plant antioxidant system: an integrated overview. // PeerJ, 2020, 8, e9451, doi: 10.7717/peerj.9451.

### **Компьютерное моделирование влияния циркадных часов на воспалительную реакцию на бактериальную инфекцию**

*Н. Л. Подкольный<sup>1,2</sup>, Н. Н. Твердохлеб<sup>2</sup>, О. А. Подкольная<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: pnl@bionet.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10366

Автономный циркадный молекулярно-генетический осциллятор функционирует почти в каждой клетке тела. Нарушение циркадных ритмов в организме вызывает множество хронических заболеваний.

Нами была разработана и верифицирована на экспериментальных данных компьютерная модель, объединяющая циркадный осциллятор с системой NAMPT / NAD + / SIRT1 и системой иммунного и воспалительного ответа через фактор транскрипции NF-κB.

Моделирование воспалительной реакции на бактериальную инфекцию показало, что активация NF-κB, индуцированная LPS, имеет ярко выраженный циркадный характер с максимумом на ZT6 (ZT0, свет; ZT12, темнота), что совпадает с экспериментальными наблюдениями.

Моделирование также показало, что снижение активности Sirt1 с возрастом приводит к нарушению функционирования циркадного осциллятора и к увеличению активности NF-κB, что может способствовать обострению воспалительного ответа на бактериальную инфекцию с возрастом.

Исследования выполнены в рамках проектов №0324–2019-0040-С-01 и №0315-2019-0005.

### **Disruptive natural selection by male reproductive potential prevents underexpression of protein-coding genes on the human Y chromosome as a self-domestication syndrome**

*M. Ponomarenko, I. Chadaeva, D. Oshchepkov*

*Institute of Cytology and Genetics, SB RAS*

*Email: pon@bionet.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10294

In population ecology, the concept of reproductive potential denotes the most vital indicator of chances to produce and sustain a healthy descendant until his/her reproductive maturity under the best conditions. This concept links quality of life and longevity of an individual with disease susceptibilities encoded by his/her genome. Female reproductive potential has been investigated deeply, widely, and comprehensively in the past, but the male one has not received an equal amount of attention. Therefore, here we focused on the human Y chromosome and found candidate single-nucleotide polymorphism (SNP) markers of male reproductive potential. Examining in silico (i.e., using our earlier created Web-service SNP\_TATA\_Z-tester) all 1206 unannotated SNPs within 70 bp proximal promoters of all 63 Y-linked genes, we found 261 possible male-reproductive-potential SNP markers that can significantly alter the binding affinity of TATA-binding protein (TBP) for these promoters. Among them, there are candidate SNP markers of spermatogenesis disorders (e.g., rs1402972626), pediatric cancer (e.g., rs1483581212) as well as male anxiety damaging family relationships and mother's and children's health (e.g., rs187456378). First of all, we selectively verified in vitro both absolute and relative values of the analyzed TBP-promoter affinity, whose Pearson's coefficients of correlation between predicted and measured values were  $r = 0.84$  (significance  $p < 0.025$ ) and  $r = 0.98$  ( $p < 0.025$ ), respectively. Next, we found that there are twofold fewer candidate SNP markers decreasing TBP-promoter affinity relative to those increasing it, whereas in the genome-wide norm, SNP-induced damage to TBP-promoter complexes is fourfold more frequent than SNP-induced improvement ( $p < 0.05$ , binomial distribution). This means natural selection against underexpression of these genes. Meanwhile, the numbers of candidate SNP markers of an increase and decrease in male reproductive potential were indistinguishably equal to each other ( $p < 0.05$ ) as if male self-domestication could have happened, with its experimentally known disruptive natural selection. Because there is still not enough scientific evidence that this could have happened, we discuss the human diseases associated with candidate SNP markers of male reproductive potential that may correspond to domestication-related disorders in pets. Overall, our findings seem to support a self-domestication syndrome with disruptive natural selection by male reproductive potential preventing Y-linked underexpression of a protein.

The study was supported by projects № 19-15-00075 from the Russian Science Foundation and №18-34-00496 from Russian Foundation for Basic Research.

### **Сложность текста и структура повторов генома на примере коронавируса**

*А. М. Принглаева<sup>1</sup>, А. И. Дергилев<sup>1</sup>, А. Д. Панова<sup>2</sup>, Ю. Л. Орлов<sup>1,2,3</sup>*

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>2</sup>*Первый МГМУ им. И. М. Сеченова Минздрава России*

<sup>3</sup>*Институт цитологии и генетики СО РАН*

*Email: orlov@d-health.institute*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10295

Исследование структуры повторов геномов прокариот позволяет найти эволюционные взаимоотношения между различными видами, в том числе для коронавирусов. Межгеномное расстояние по числу перестроек позволяет оценить вирулентность различных штаммов. Оценки сложности текста в целом важны как для компрессии объемных геномных данных, так и для анализа структуры генетического текста, выявления повторов, эволюционного происхождения и сравнения полных геномов. Был использован модифицированный алгоритм Лемпеля – Зива сжатия текста. Представлен обзор применения оценки сложности к анализу однонуклеотидных полиморфизмов, исследования структуры аминокислотных последовательностей. Определены участки низкой сложности текста в геноме коронавируса.

Работа выполнена при поддержке бюджетного проекта ИЦиГ СО РАН (0324–2019-0040-С-01).

### **Using fast homology search tools for protein sequence functional annotation: a comparison**

*A. Pronozin, M. Genayev, D. Afonnikov*

*Institute of Cytology and Genetics SB RAS*

*Email: pronozinartem95@gmail.com*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10367*

Large size of sequence databases make homologous sequence search difficult in reasonable time. We compare performance of the highly homologous sequence detection by several fast search tools applied for *A. thaliana* protein sequences represented in OrthoDB database with the sequence ranking obtained by ClustalW. Query: 27,636 sequences of the *A. thaliana* proteins from TAIR v10 [1]. Query homologs: OrthoDB database v10 [2] orthologous genes. Selected: 9193 (8,522,503 sequences) orthogroups containing *A. thaliana* proteins. Programs: BLASTP, BLASTP-fast, Diamond, Usearch ('ublast', 'usearch\_local'), Mmseq2, ClustalW. Sequence list comparison: F1, MAPK. GO terms associated with homologous hits: semantic similarity (SS), F1. The best values of performance metrics at  $k=1$  - BLASTP (0.95). The performance decreased at  $k=5$  (0.75) and increased to 0.80 at  $k=6-10$ . These trends are similar for all tools. The high similarity of GO list (F1 metric) at  $k=1-10$  (0.97). Semantic similarity measure has almost no dependence on  $k$  for all gene ages. Smallest search time: Diamond. Results demonstrate that the optimal number of hits returned by fast search program for the functional annotation of the query sequence is 10. The fast homology search tools are able to identify true best hits from large databases within  $k$  up to 20 with sufficient accuracy.

Supported by Russian Science Foundation grant 18-14-00293. The computational resources of the Joint HPC Facility 'Bioinformatics' was used with the support of the budget project №0324–2019-0040-C-01.

#### References:

1. Z. Mustafin, et al. "Phylostratigraphic Analysis Shows the Earliest Origination of the Abiotic Stress Associated Genes in *A. thaliana*", *Genes*, 10.12, pp. 963, 2019.
2. E. Kriventseva, et al. "OrthoDB v10: sampling the diversity of animal, plant, fungal, protist, bacterial and viral genomes for evolutionary and functional annotations of orthologs", *Nucleic acids research*, 47.D1, pp. D807-D811, 2019.

### **Development of an algorithm for determining morphometric parameters of surface structures of lymphocytes on images of blood cells in research of type of leukemia**

*K. K. Самхарадзе, В. М. Михелев*

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет*

*Email: mikhelev@bsu.edu.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10296*

This article is devoted to the development of a computer system for studying the type of leukemia based on the analysis of the surface relief of lymphocytes on three-dimensional images of blood cells and the implementation of the framework of this development algorithm for determining the morphometric parameters of their surface structures. Determining the type of leukemia is an important factor in the diagnosis, since the choice of treatment tactics and prognosis of the disease depend on this [1, 2]. Recently, relevant in solving this issue is the study of the surface relief of lymphocytes on three-dimensional images of blood cells obtained using AFM [3–5]. However, existing software products that are supplied with the equipment do not provide an opportunity to qualitatively study the surface structures of lymphocytes, characterized by the presence of globular depressions and protrusions, the morphometric parameters of which dynamically change during pathology. In this regard, there is a need to develop a computer system capable of searching, determining the exact number and geometric parameters of globular depressions and protrusions on the surface of lymphocytes. For its implementation, an algorithm has been developed for studying the surface relief of blood cell lymphocytes in three-dimensional images, with the help of which it is possible to accurately and quickly determine all available globular depressions and protrusions, from microscopic to visually detectable, as well as their geometric parameters [6, 7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-07-00133\_A).

#### Список литературы

1. Leukemia. American Cancer Society. URL: <https://www.cancer.org/cancer/leukemia-in-children.html> (дата обращения: 25.02.2019).

2. Pan American Health Organization. Early Diagnosis of Childhood Cancer. Washington, DC: PAHO, 2014.
3. Использование технологий атомно-силовой микроскопии для оценки структуры и свойств поверхности клеток крови / М. Ю. Скоркина [и др.] // Научный результат. Сер.: Физиология. 2015. № 4(6), Т. 1. С. 23–26.
4. Chen Y., Cai J. Y. Diseased red blood cells studied by atomic force microscopy // *Int J Nanosc V.* 1(5-6) (2002):683–688.
5. Grandbois M., Dettman W., Benoit M., Gaube H. E. Affinity imaging of red blood cells using an atomic force microscope // *J Histochem Cytochem.* V. 48 (5) (2000): 719–724.
6. Самхарадзе К. К. Алгоритм определения типа лейкоза на основе анализа рельефа поверхности лимфоцитов на изображениях клеток крови / К. К. Самхарадзе, Д. С. Батищев, В. М. Михелев // *Материалы XIX Международной научно-методической конференции "Информатика: проблемы, методология, технологии"*. Воронеж: Научно-исследовательские публикации. 2019, С. 568–572.
7. Самхарадзе К. К. Алгоритм определения морфометрических параметров поверхностных структур лимфоцитов на изображениях клеток крови / К. К. Самхарадзе, В. М. Михелев // *Научный результат. Информационные технологии.* 2019. Т. 4, № 4. С. 10–18.

### **Минимальные математические модели функционирования системы р53–микроРНК**

*С. Д. Сенотрусова, О. Ф. Воропаева*

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

*Email: senotrusova.s@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10297

Белок р53 является важным транскрипционным фактором, который, в частности, через микроРНК регулирует процессы клеточного старения, смерти и репарации ДНК. Разработана иерархия минимальных математических моделей динамики системы р53 – микроРНК. Показано, что принятые математические модели позволяют описать наблюдаемые в лабораторных и клинических условиях наиболее общие закономерности функционирования биологической системы, оценить некоторые варианты противораковой терапии, дать обобщенные оценки диагностического потенциала р53-зависимых микроРНК при дегенеративных заболеваниях [1, 2].

Список литературы

1. Сенотрусова С. Д., О. Ф. Воропаева. Математическое моделирование функционирования положительной связи в системе онкомаркеров р53–микроРНК // *СибЖВМ.* 2019. Т. 22, № 3. С. 317–334.
2. Воропаева О. Ф., Лисачев П. Д., Сенотрусова С. Д., Шокин Ю. И. Гиперактивация сигнального пути р53–микроРНК: математическое моделирование вариантов противоопухолевой терапии // *Математическая биология и биоинформатика.* 2019. Т. 14, № 1. С. 355–372.

### **Численное моделирование и факторы эндотелизации поток-перенаправляющих устройств в гемодинамике церебральных аневризм**

*Д. В. Тихвинский<sup>1,2</sup>, Ю. О. Куянова<sup>1,2</sup>, К. Ю. Орлов<sup>3</sup>, Д. В. Паршин<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>2</sup>*Институт гидродинамики имени М. А. Лаврентьева СО РАН*

<sup>3</sup>*Национальный медицинский исследовательский центр имени академика Е. Н. Мешалкина*

*Email: d.tikhvinskii@g.nsu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10298

Церебральные аневризмы являются широко распространенным заболеванием и встречаются в среднем в количестве 50 на 1000 человек населения. Целью данной работы является изучение причин реканализации церебральных аневризм при лечении их эндоваскулярно установкой поток-перенаправляющих устройств.

В работе численно в пакете ANSYS 17.2 подтверждается, что именно изменение значений WSS для постоперационной конфигурации сосудов со стентом по сравнению с дооперационной соответствует хорошему исходу. Полученный результат обнаруживает сходство с влиянием изменения значений WSS для других внутрисосудистых устройств [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительственного гранта № 14.W03.31.0002

## Список литературы

1. Q. Zhang, et al. Predisposing factors for recanalization of cerebral aneurysms after endovascular embolization: a multivariate study. *J. of NeuroInterventional Surgery*, 10(3):252–257, 2018.

**An erythrocytes cell segmentation algorithm in medical images**

*A. A. Utyansky, D. S. Batishchev, E. S. Soynikova, V. M. Mikhelev*

*Belgorod national research university*

*Email: batishchev@bsu.edu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10299

This paper deals with the problem of segmentation of red blood cells in the peripheral blood pictures. A histogram of their distribution (the Price-Jones curve) is constructed from the diameters of the segmented red blood cells, and the curve can indicate the presence of certain diseases, or simply focus on an abnormal image. The original images contain distortion, noise, as well as the combined cells. So, first we need to suppress noise, divide the group into individual objects, and plot a curve through them.

Pre-filtering is performed in several steps – Gaussian blur to suppress high-frequency noise, equalization of contrast with the CLAHE algorithm.

The described segmentation algorithm is built on the method of dividing points. It also consists of several steps after preprocessing: find the contours of all cells (both single and group), group contours, evaluating and extracting contours, grouping segments of contours and fitting ellipses.

This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project code 19-07-00133).

**Competition and collaboration in the miRNA science field**

*A. B. Firsov<sup>1,2</sup>, I. I. Titov<sup>3</sup>*

*<sup>1</sup>Institute of Informatics Systems*

*<sup>2</sup>Novosibirsk State University*

*<sup>3</sup>Institute of Cytology and Genetics SB RAS*

*Email: artemijfirsov@mail.ru, titov@bionet.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10300

Many digital libraries, such as PubMed/Scopus provide us with the opportunity to query articles metadata. This includes estimating the authors [1] institutions activity, revealing their interactions and other properties. We present the analysis of the institution's interactions in the miRNA science field using the PubMed digital library data. To tackle the problem of the affiliation variability [2], we proposed the k-mer boolean feature vector sorting algorithm – KOFER.

We identified the leaders of the field, characterized the interactions and described the country level features of co-authorship. We also provide the approximation of the miRNA science field, showing that the fields' peak is yet to be reached. We compare the publications activity patterns on the organization level, and provide additional insights of miRNA science field evolution.

## References

1. А. А. Блинов И. И. Титов. Исследование структуры и эволюции сетей научного соавторства на основе анализа новосибирских публикаций в области биологии и медицины // Вавиловский журнал генетики и селекции, 18.4/2, 2014.

2. Shu Zhang et al. "An Adaptive Method for Organization Name Disambiguation with Feature Reinforcing". PACLIC, Bali, Indonesia, 2012.

**Выделение спектральных серий в тандемных масс спектрах с помощью машинного обучения**

*Э. С. Фомин, Н. А. Алемасов*

*Институт цитологии и генетики СО РАН*

*Email: fomin@bionet.nsc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10301

Огромный поток данных генерируемый масс спектрометрией для решения задач протеомики требует адекватных автоматических инструментов их анализа. При этом большая (до 90 %) часть данных является шумом и/или избыточна для задач идентификации и секвенирования [1], где достаточно

выделения отдельных серий. Нами разработан подход на основе метода случайного леса, который позволяет в масс-спектрах пептидов отнести каждую линию к одной из серий. При перекрестной проверке со стратифицированной шестикратной выборкой точность этого метода на данных из базы PeptideAtlas (> 15 тыс. линий) составила в среднем 0.85, значение параметра AUC = 0.79.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-00-00462) и бюджетного проекта ИЦИГ (номер гранта 0324–2019-0040-С-01).

Список литературы

1. Cappadona S., Baker P., Cutillas P., Heck A. R. Breukelen, B., Current challenges in software solutions for mass spectrometry-based quantitative proteomics // *Amino Acids*. 2012. 43(3). 1087–1108.

### **Численное моделирование оптимального режима эмболизации артериовенозной мальформации на основе модели двухфазной фильтрации**

А. А. Черевко<sup>1,2</sup>, Т. С. Гологуш<sup>1</sup>, В. В. Остапенко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [tatiana\\_06.08@mail.ru](mailto:tatiana_06.08@mail.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10302

Эмболизация является методом лечения сложных пороков развития сосудов головного мозга – артериовенозных мальформаций (АВМ). Цель данной работы состоит в том, чтобы математически смоделировать этот процесс и построить оптимизационный алгоритм эмболизации АВМ.

В данной работе процесс эмболизации описывается уравнением Баклея – Леверетта, которое решается численно с помощью новой модификации схемы Кабаре. Поток крови, поступающий в АВМ, меняется во время операции за счет перераспределения крови в соседние здоровые сосуды, этот эффект в модели учитывается путем введения дополнительных соотношений. Сформулирована и для специального закона подачи эмболизирующего вещества решена задача оптимального управления эмболизацией с ограничениями, возникающими из медицинских показаний.

При изучении задачи оптимальной эмболизации использовались функции Баклея – Леверетта, построенные с помощью приближения клинических данных, полученных во время мониторинга гемодинамических параметров во время нейрохирургических операций в НМИЦ им. Мешалкина [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-08-01736) и гранта Правительства РФ (№ 14.W03.31.0002).

Список литературы

1. Khe A. K. et al. Monitoring of hemodynamics of brain vessels // *J. App. Mech. Tech. Phys.* 2017. Vol. 58. P. 763–770.

### **Численное моделирование гидроцефалии на основе теории поропругости**

Г. С. Янькова<sup>1,3</sup>, А. А. Черевко<sup>1,3</sup>, А. К. Хе<sup>1,3</sup>, О. Б. Богомякова<sup>2</sup>, А. А. Тулупов<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

<sup>2</sup>Международный томографический центр СО РАН

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [galinayankova2703@gmail.com](mailto:galinayankova2703@gmail.com)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10303

Одним из специфических для мозга явлений является течение цереброспинальной жидкости (ЦСЖ, ликвор). Некоторые заболевания центральной нервной системы изменяют характер течения ЦСЖ, что, в свою очередь, может привести к изменениям в головном мозге. Важным примером является гидроцефалия, при которой желудочки головного мозга увеличиваются, что приводит к смещению и сдавливанию мозговой ткани. Это состояние хорошо описано с точки зрения клинических проявлений, но его причины и развитие плохо изучены.

Одним из основных методов прижизненного изучения ликворной системы человека является магнитно-резонансная томография (МРТ). На основе МРТ данных (МТЦ СО РАН) о потоках ликвора

и крови с использованием аналогичной [1] многофазной модели пороупругости для вещества мозга предложена комплексная модель церебральной ликворо- и гемодинамики человека.

Данная модель описывает градиенты внутричерепного давления, динамику крови и ЦСЖ и смещения стенок желудочков мозга в нормальных и патологических состояниях, таких как гидроцефалия. Рассматриваемая модель позволяет описать как здоровое состояние организма и состояние организма при данном заболевании, так и переход между ними, осуществляющийся при изменении параметров модели.

Поведение модели коррелирует с поведением реальных механизмов гемоликвородинамики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-08-01736), гранта Правительства Российской Федерации (номер гранта 14.W03.31.0002).

#### Список литературы

1. Tully B., Ventikos Y. Cerebral water transport using multiple-network poroelastic theory: application to normal pressure hydrocephalus. // J. Fluid Mech. 2011. V. 667. P. 188–215.

## Минисимпозиум **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ГЕОНАУКАХ НА РАЗНЫХ МАСШТАБАХ**

### Моделирование волновых полей в средах с топографией свободной поверхности

Д. С. Белоусов<sup>1,2</sup>, В. В. Лисица<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

Email: [danila-belousov@yandex.ru](mailto:danila-belousov@yandex.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10304

В работе представлен анализ численного алгоритма моделирования акустических волновых полей в средах с топографией свободной поверхности. Для численного решения системы дифференциальных уравнений, описывающей распространение акустических волн в среде, применяется конечно-разностная схема на сдвинутых сетках. Для учета краевых условий различных типов на криволинейной свободной поверхности, не совпадающей с линиями сетки, используется метод погруженных границ, в основе которого лежит продолжение расчетной области за ее пределы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер гранта 18-05-00031).

### Вычислительные модели фильтрационного горения газа

Ю. М. Лаевский, Т. А. Носова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Email: [laev@labchem.sscs.ru](mailto:laev@labchem.sscs.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10305

В докладе приводятся результаты исследований о влиянии разрыва параметров каркаса, получены ожидаемые результаты при варьировании коэффициента теплопроводности при различных расходах горючей смеси. Исследование проводится в рамках вычислительной модели, детально описанной в статье [1]. Влияние коэффициента теплопроводности на торможение фронта горения наименее очевидно. Волна горения движется справа налево к поверхности разрыва по каркасу с характерным коэффициентом теплопроводности, равным 2 Вт/мК. Получены результаты при двух разных скоростных напорах: при скорости 2 м/с и при скорости 3 м/с. В первом случае фронт стабилизируется при уменьшении теплопроводности каркаса слева от поверхности разрыва примерно в 6 раз. При скорости смеси 3 м/с скачок составляет примерно 2.7. Таким образом, получены данные о стабилизации фронта горения с использованием специально разработанной для этой цели модели. Отметим, что до конца не ясно, является ли стабилизация фронта результатом скачка коэффициента теплопроводности или малости значения самого коэффициента. Проведены вычислительные эксперименты, указывающие критический коэффициент теплопроводности, меньше которого фронт неподвижен, это 0.74 Вт/мК при скорости смеси 3 м/с.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-11-00048).

#### Список литературы

1. Лаевский Ю. М, Носова Т. А. Многомерная вычислительная модель фильтрационного горения газа // Сибирский журнал индустриальной математики. 2020. Т. 23 (78), № 1.

### Моделирование химического взаимодействия флюида с породой на масштабе пор

В. В. Лисица<sup>1,2</sup>, Т. С. Хачкова<sup>1</sup>, Я. В. Базайкин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт математики СО РАН

Email: [lisitsavv@ipgg.sbras.ru](mailto:lisitsavv@ipgg.sbras.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10306

В работе представлен численный алгоритм моделирования процессов химического взаимодействия флюида с породой на масштабе пор. Для решения задачи Стефана, описывающей изменение геометрии

порового пространства за счет химического растворения, используется метод функции уровня, а для учета границ, не совпадающих с линиями сетки, применяется метод погруженных границ. По результатам моделирования показано, что персистентные диаграммы могут быть использованы для количественной характеристики изменения структуры порового пространства, которая, в свою очередь, коррелирует с изменением транспортных свойств породы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер гранта 18-05-00031, 18-01-00579) и гранта Президента РФ (номер гранта МД-20.2019.5).

### **Численный метод оценки затухания сейсмических волн в трещиновато-пористой флюидонасыщенной среде, связанного с поглощением, отражением и рассеянием**

*М. А. Новиков, В. В. Луцица*

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН*

*Email: novikovma@ipgg.sbras.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10307

Предложен численный метод оценки потерь энергии сейсмической волны, вызванных отражением, прохождением, а также рассеянием волны на системе трещин. В ходе работы проведен ряд численных экспериментов по распространению сейсмической волны в пористой флюидонасыщенной среде, содержащей трещиноватый участок. Результирующие волновые поля использованы для численной оценки затухания волны в трещиноватой среде. Для оценки потерь при прохождении границы раздела используется частотно-зависимый коэффициент отражения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-05-00031, 18-01-00579, 19-01-00347), и гранта Президента РФ (номер гранта МД-20.2019.5).

### **Method for optimizing the shell of open pit mines based on parallel computing**

*D. V. Petrov, V. M. Mikhelev, E. V. Petrova*

*Belgorod National Research University*

*Email: petrov@bsu.edu.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10308

One of the main stages in the design of the mineral development process is the solution to the problem of finding optimal open pit. When finding the boundaries of the quarry, it is necessary to take into account the spatial distribution of mineral components and the allowable slope angles of the sides. The basis for performing calculations to optimize the extraction of reserves is a digital block model of the mineral deposit. The larger and more accurate the block model of the ore deposit, the more computationally complex is the calculation process. In this regard, using of parallel computing in this area is very relevant. The importance of solving this problem determined by the need to have an accurate model of the open pit at various stages of its development. This model depends from current cost of useful components and the costs of their extraction.

This task formulated as the Ultimate Pit Problem (UPIT). There are many researches about automated mathematical methods for determining ultimate open pit limits [1–3]. Existing approaches for solving this problem does not use modern high-performance computing approaches. This complicates analysis of large models using existing methods. The long data processing time makes it difficult to increase the accuracy of the constructed quarry models, which in turn negatively affects decision-making on the field development plan and entails lost profit.

We analyzed the methods of computer modeling open pits from the position of parallelizing computations during profit optimization and proposes a mathematical formulation of the problem of searching for open pit limits based on block extraction order graph. A parallel algorithm for optimizing open pit limits on distributed memory computing systems was developed. A prototype of cloud processing and visualization system was implemented. Computational experiments were carried out, which showed the effectiveness of the application of the developed methods for the analysis of large models of open pits.

This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project codes 18-47-310001 and 20-07-00896).

## References

1. Espinoza D, Goycoolea M, Moreno E, Newman A. Minelib 2011: A library of open pit production scheduling problems. // *Ann. Oper. Res.*, 2013. Vol.206(1), P. 93–114.
2. Elahi zeyni E., Khalokakaie R., Yousefi A. A new algorithm for optimum open pit design: Floating cone method III. 2, 2011, *J. of Mining & Environment*, Vol. 2, pp. 118–125.
3. Narjess Dali and Sadok Bouamama. Parallel Particle Swarm Optimization approaches on GPU for Constraint Reasoning // *Procedia Computer Science* 60 (2015) pp.1070–1080.

**Численное моделирование взаимодействия склоновых потоков с препятствиями***Д. И. Романова**Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова**Институт системного программирования им. В. П. Иванникова РАН**Email: romanovadi@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10309

Водоснежные и грязекаменные потоки, снежные лавины, сели и другие склоновые потоки представляют большую опасность для жителей предгорий и различных отраслей народного хозяйства на данных территориях. Для организации защиты строят направляющие, тормозящие и останавливающие сооружения. Для расчета таких защитных сооружений необходимо знать силу воздействия потока на препятствие, для изучения которой необходимо проводить трехмерное численное моделирование.

В работе автор проводит моделирование селевого потока в лотке, учитывая возможность потока разрушать подстилающую поверхность и взаимодействовать с препятствием. В качестве основы взяты работы [1–4]. Результаты сравниваются с данными эксперимента, описанного в работе [3].

По результатам моделирования был получен график зависимости давления на поверхности заградительного сооружения от времени, профили скорости потока в различных точках течения, а также параметры захвата подстилающего материала.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-31-90105.

## Список литературы

1. Haflþór Örn Pétursson, Kristín Martha Hákonardóttir, Áki Thoroddsen. Use of OpenFOAM and RAMMS Avalanche to simulate the interaction of avalanches and slush flows with dams. *Proceedings to the International Symposium on Mitigative Measures against Snow Avalanches and Other Rapid Gravity Mass Flows. Siglufjörður, Iceland, April 3–5, 2019.*
2. K. M. Hákonardóttir, K. H. Ágústsdóttir. The design of slushflow barriers: Laboratory experiments. *Proceedings to the International Symposium on Mitigative Measures against Snow Avalanches and Other Rapid Gravity Mass Flows Siglufjörður, Iceland, April 3–5, 2019.*
3. C. Jaedicke, M. Kern, P. Gauer, M.-A. Baillifard, K. Platzer. Chute experiments on slushflow dynamics. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 51, 156–167, 2008.
4. Y. Yamaguchi, S. Takase, S. Moriguchi, K. Terada, K. Oda, I. Kamiishi. Three-dimensional nonstructural finite element analysis of snow avalanche using non-newtonian fluid model. *Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science*, 2017.

**Информационные характеристики акустооптического взаимодействия в задачах лазерного экологического мониторинга***М. С. Хайретдинов<sup>1,3</sup>, Б. В. Поллер<sup>2,3</sup>, Б. Д. Борисов<sup>2,3</sup>, А. В. Бритвин<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН**<sup>2</sup>Институт лазерной физики СО РАН**<sup>3</sup>Новосибирский государственный технический университет**Email: marat@opg.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10332

Изучаются процессы акустооптического взаимодействия (АОВ) на инфранизких частотах с применением сейсмических вибраторов в качестве источников низкочастотных акустических колебаний, распространяющихся в атмосфере, и лазерных измерительных линий как оптических приемников колебаний. Авторами настоящей работы развивается подход с использованием акустических колебаний

инфранизких частот, излучаемых в атмосферу сейсмическими вибраторами, для изучения информативных характеристик АОВ на инфранизких частотах [1].

Теоретически рассматриваются условия осуществимости и потенциальные характеристики АОВ. С учетом того, что рассматриваемый тип взаимодействия относится к числу слабых, предложены и обоснованы методы накопления оптических колебаний для оценивания результатов акустооптического преобразования. Приводятся результаты экспериментов по оцениванию информативных характеристик акустооптического взаимодействия на инфранизких частотах в задачах лазерного экологического мониторинга окружающей среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 17-07-00872, 20-07-00861а).

#### Список литературы

1. Khairtdinov M.S., Poller B.V., Britvin A.V., Sedukhina G.F., Mashnikov D.Y. The vibrational method for studying acoustooptic interaction at infralow frequencies // Proc. of 14-th Intern. Scientifictechnical Conference On Actual Problems Of Electronic Instrument Engineering (APEIE–2018) 44894. V. 1, Pt. 4. Novosibirsk, 2018. P. 442–446.

#### **Численный анализ и пути снижения геоэкологических рисков техногенных шумов**

*М. С. Хайретдинов<sup>1,2</sup>, Г. М. Шиманская<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет*

*Email: marat@opg.sgcc.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10333

Данная работа связана с решением современной проблемы оценивания и предупреждения геоэкологических рисков в условиях городской инфраструктуры и природной среды от воздействия транспортных шумов, различных природно-техногенных экологически опасных источников. Среди основных характеристик городской среды, влияющих на комфортность проживания, на одном из первых мест находится уровень шумового загрязнения. Это связано с повышением автомобилизации населения, масштабными строительными работами в городах и пригородах, проведением различных полигонных и карьерных взрывов, а также шумов природного характера (электрических разрядов и резких колебаний атмосферного давления, ураганов и др.). Проблема вредного воздействия на окружающую среду резко возрастает в области низких и инфранизких частот сейсмических и акустических колебаний, наиболее экологически опасных для человека, а также наиболее разрушительных для крупных сооружений (мостов, зданий, производственных помещений и т. д.). Сказанное определяет необходимость решения, в широком смысле, проблемы оценивания, прогнозирования и снижения экологических рисков, порождаемых природно-техногенными шумами. Оценивание влияния транспортных шумов на окружающую инфраструктуру и человека характеризуется решением комплекса взаимосвязанных задач: выделение из общего широкополосного спектра транспортных шумов характерных низкочастотных составляющих в отношении различных видов транспорта, являющихся наиболее экологически угрожающими для человека; задача моделирования на ЭВМ процесса экологической изоляции инфразвука с помощью защитных лесополос, высаживаемых по сторонам крупных авто- и железнодорожных магистралей; задача учета метеозависимых эффектов распространения инфразвука, приводящего к развитию явления пространственной фокусировки акустических колебаний. Актуальность решения задач определяется разрушительными воздействиями инфразвука.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта №18-47540006р\_а).

**Геостатистическая многомасштабная оценка упругих параметров горной породы по ее цифровым изображениям**

Т. С. Хачкова<sup>1</sup>, В. В. Лисица<sup>1</sup>, Д. Р. Колюхин<sup>1</sup>, Г. В. Решетова<sup>2</sup>, Я. В. Базайкин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>3</sup>Институт математики СО РАН

Email: [KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru](mailto:KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10401

В работе представлен алгоритм оценки эффективного тензора жесткости и скорости продольных и поперечных волн по цифровым изображениям образца породы, полученным с помощью рентгеновской компьютерной томографии и сканирующей электронной микроскопии. Алгоритм включает разделение цифрового образца сцементированной породы на зерна и прослой между ними по результатам топологического анализа, статистическое моделирование шероховатых границ зерен в моделях межзернового контакта по данным SEM-изображений, их эквивалентное преобразование к моделям с плоскими границами с сохранением эффективных упругих параметров, а также численное моделирование трехосного нагружения на основе принципа эквивалентности энергий деформации [1]. Использование изображений нескольких масштабов позволяет, с одной стороны, использовать при оценке модель породы репрезентативного объема, а с другой стороны, учесть ее микроструктуру и влияние цементирующего материала, заполняющего межзерновые прослойки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-05-00031, 18-01-00579, 19-01-00347) и гранта Президента РФ (номер гранта МД-20.2019.5).

**Список литературы**

1. Решетова Г. В. Численный метод оценки эффективных упругих характеристик горной породы по двумерным и трехмерным цифровым изображениям зерна [Электронный ресурс] / Г. В. Решетова, Т. С. Хачкова // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии: Электронный научный журнал. 2017. Т. 18. № 4. С. 416–433.

## Минисимпозиум МЕТОДЫ ЧАСТИЦ: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

### Суперкомпьютерное моделирование полевой ионизации при взаимодействии лазерного импульса с плазмой

Е. А. Берендеев<sup>1</sup>, И. В. Тимофеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт ядерной физики СО РАН

Email: [evgeny.berendeev@gmail.com](mailto:evgeny.berendeev@gmail.com)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10311

В работе рассматривается 2D3V аксиально симметричная PIC модель, с помощью которой проведены полномасштабные расчеты лабораторного эксперимента в ИЛФ СО РАН по генерации ЭМ волн на второй гармонике плазменной частоты при столкновении в сверхзвуковой газовой струе двух фемтосекундных лазерных импульсов. Предварительные расчеты столкновения лазерных импульсов в плазме показали возможность достижения эффективности оптико-терагерцового преобразования на уровне 0.02 %, однако было обнаружено, что значительный вклад в эту эффективность дает механизм плазменной антенны, который появляется после нарастания продольной модуляции плотности ионов и связан с конверсией каждой из кильватерных волн на такой модуляции. Для более точного воспроизведения реальных условий эксперимента в модель был добавлен механизм полевой ионизации, благодаря которому появилась возможность инжектировать лазеры непосредственно в газ и рассчитывать плотность образующихся в результате ионизации ионов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-07-00446).

### О разрывном методе частиц для квазилинейного переноса

С. В. Богомолов<sup>1</sup>, М. А. Филиппова<sup>1</sup>, А. Е. Кувшинников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

<sup>2</sup>Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

Email: [kuvsh90@yandex.ru](mailto:kuvsh90@yandex.ru)

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10312

Разрывный метод частиц [1] является развитием методов частиц, одного из классов дискретных методов решения уравнений в частных производных. Основой всех методов частиц является микромакропереход, или, используя традиционный подход, представление искомой функции в виде набора  $\delta$ -функций с их дальнейшей аппроксимацией классическими функциями. В настоящее время большой популярностью пользуются методы типа SPH (гидродинамики сглаженных частиц), в которых аппроксимирующие функции (функции ядра) являются достаточно гладкими. Подход разрывного метода частиц основан на аппроксимации  $\delta$ -функций последовательностью прямоугольных фигур. Данные прямоугольные фигуры и являются частицами. На каждом шаге по времени решаются уравнения движения частиц. Этот этап является предиктором нашего метода. Из-за разницы скоростей между частицами образуются пересечения или зазоры. Они представляют собой погрешность аппроксимации плотности распределения, которая в квазилинейном уравнении переноса суть скорость движения сплошной среды. На этапе корректора необходимо минимизировать эту погрешность, для чего будем изменять ширину частиц, тем самым подбирая правильную аппроксимацию  $\delta$ -функций. Этот этап можно считать специальным способом восстановления плотности, который позволяет наиболее точно моделировать разрывные решения, а именно, размазывать разрыв лишь на одну частицу, что является ключевой особенностью наших рассуждений и отличием от других алгоритмов. Таким методом были решены одномерные задачи для квазилинейного уравнения переноса, уравнения Бюргерса, системы уравнений мелкой воды и системы уравнений газовой динамики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-01-00358.

## Список литературы

1. Богомолов С. В., Кувшинников А. Е. Разрывный метод частиц на газодинамических примерах // Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 2. С. 63–77.

**Два вида инжекции частиц для гибридной модели открытой плазменной ловушки**

*Е. А. Генрих, В. А. Вшивков*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Email: genrikh@sscc.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10313*

В настоящее время многие ученые заинтересованы в возможности создания компактных плазменных ловушек. В работе [1] предложена новая концепция эффективного удержания плазмы в диамагнитном режиме открытых ловушек. Для изучения этого режима была разработана гибридная математическая модель осесимметричной плазменной ловушки [2]. Модель основана на кинетическом описании для ионной компоненты плазмы и МГД-приближении для электронной компоненты. Движение ионной компоненты рассчитывается методом частиц-в-ячейках; для расчета полей и движения электронной компоненты используются конечно-разностные схемы.

Важно оценить зависимость получаемых результатов от различных факторов. На характер развития магнитной каверны оказывает влияние сама конфигурация магнитной ловушки и большое количество параметров эксперимента. В данной работе проводится сравнение результатов при двух типах инжекции частиц – точечной и цилиндрической. Приводятся результаты тестовых расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-29-21025 МК).

## Список литературы

1. Beklemishev A. D. Diamagnetic "bubble" equilibria in linear traps // Physics of Plasmas. 2016. Vol. 23. 082506
2. V. A. Vshivkov, M. A. Boronina, E. A. Genrikh, G. I. Dudnikova, L. V. Vshivkova, A. M. Sudakov. Hybrid numerical model of the plasma flow dynamics in open magnetic systems // J. of Physics: Conference Series (IOP), Vol. 1336, 2019.

**Моделирование кавитации при контакте тела с дном методом SPH**

*М. Н. Давыдов*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*Email: davydov@hydro.nsc.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10314*

При падении тела в жидкости и ударе о дно могут возникнуть кавитационные разрывы в жидкости. Моделирование подобных явлений разностными методами, очевидно, связано со значительными сложностями. В докладе в рамках плоской постановки показаны результаты моделирования процесса погружения диска в жидкость и удара о дно. Первоначально жидкость заполняла прямоугольную область с жесткими стенками и дном, тело в виде диска также задавалось SPH частицами, двигающимися с постоянной скоростью.

При входе тела в жидкость по последней распространяется волна давления, которая в дальнейшем многократно отражается от дна и стенок области. При приближении тела к дну численное моделирование показывает, что происходит вытеснение жидкости из области контакта. Полученное распределение скорости позволяет полагать, что в дальнейшем, после остановки тела, инерционное движение жидкости приведет к возникновению разрывов получающейся тонкой жидкой пленки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-01010).

**Flow simulation around circular cylinder at low Reynolds numbers using vortex particle method***K. S. Kuzmina<sup>1,2</sup>, I. K. Marchevsky<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Bauman Moscow State Technical University*<sup>2</sup>*Ivannikov Institute for System Programming of the RAS*Email: *kuz-ksen-serg@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10342

Viscous Vortex Domain method [1] is suitable tool for external flows simulation around moving airfoils (the boundary conditions on infinity are satisfied automatically). It is a purely Lagrangian vortex particle method for 2D viscous incompressible flow simulation. The primary computational variable is vorticity; velocity and pressure fields can be reconstructed from the known vorticity distribution.

The authors are developing the VM2D [2], where VVD method is implemented. The main data structures and computational core of this code have already been developed. The priority goal for further code development is its verification on various problems with known analytical solutions, experimental data and the results of numerical experiments obtained by other methods.

A two-dimensional flow around a circular airfoil for Reynolds numbers in the range of 20...200 is simulated using the VVD method. For these regimes, the angles of flow separation are determined and the results are compared with the results of other studies. Simulations are performed using the VM2D code, which implements the Viscous Vortex Domain Method. The comparison shows that for low Reynolds numbers (up to 140), the results obtained using the VM2D code are in good agreement with experimental results. For higher Reynolds numbers, the obtained separation angle values are slightly overestimated.

This research is supported by Russian Science Foundation (project 17-79-20445).

## References

1. Dynnikova G. Ya. The Lagrangian approach to solving the time-dependent Navier – Stokes equations // Doklady Physics. 2004. V. 49. N. 5. P. 648–652.

2. VM2D: Vortex method for 2D flow simulation. URL: <https://github.com/vortexmethods/VM2D>.

**Моделирование процессов формирования геологических разломов методом дискретных элементов***В. В. Лисица**Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН**Новосибирский государственный университет*Email: *lisitsavv@ipgg.sbras.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10316

В работе представлен численный алгоритм моделирования процессов формирования геологических разломов и приразломных зон, вызванных тектоническими движениями. Алгоритм основан на методе дискретных элементов, позволяющем моделировать конечные деформации и связанные с ними разрывные нарушения среды. Реализация алгоритма основана на технологии CUDA с использованием графических со-процессоров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер гранта 18-05-00031) и гранта Президента РФ (номер гранта МД-20.2019.5).

**Метод вихревых петель для моделирования пространственного обтекания тел и вычисления гидродинамических нагрузок***И. К. Марчевский<sup>1,2</sup>, С. А. Дергачев<sup>1</sup>, Г. А. Щеглов<sup>1,2</sup>*<sup>1</sup>*Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана*<sup>2</sup>*Институт системного программирования имени В. П. Иванникова РАН*Email: *iliamarchevsky@mail.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10343

Разработана новая модификация бессеточного лагранжева вихревого метода для моделирования пространственного обтекания тел потоком несжимаемой среды. В качестве вихревого элемента – носителя завихренности рассмотрены замкнутые вихревые петли, имеющие одинаковую интенсивность

(циркуляцию) [1]. Для моделирования обтекания тел развит новый подход к решению граничного интегрального уравнения относительно интенсивности вихревого слоя [2] и предложена оригинальная процедура восстановления потенциала двойного слоя. Для моделирования эволюции завихренности реализованы процедуры реструктуризации вихревой пелены, включающие сглаживание и множественные перезамыкания вихревых петель. Разработанные алгоритмы позволяют работать со сравнительно грубыми и существенно неравномерными поверхностными сетками на поверхности обтекаемых тел. Для восстановления давления и расчета гидродинамических нагрузок используется аналог интеграла Коши – Лагранжа, адаптированный для вихревых методов [3]. Предложенная методика реализована в виде программного комплекса, позволяющего выполнять расчеты на многоядерных/многопроцессорных вычислительных машинах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-01076).

#### Список литературы

1. Dergachev S.A., Marchevsky I.K., Shcheglov G.A. Flow simulation around 3D bodies by using Lagrangian vortex loops method with boundary condition satisfaction with respect to tangential velocity components // *Aerospace Science and Technology*. 2019. Vol. 94, Art. 105374.
2. Марчевский И.К., Щеглов Г.А. Процедура определения интенсивности вихревого слоя при моделировании обтекания тела пространственным потоком несжимаемой среды // *Математическое моделирование*. 2019. Т. 31, № 11. С. 21–35.
3. Дынникова Г. Я. Аналог интегралов Бернулли и Коши-Лагранжа для нестационарного вихревого течения идеальной несжимаемой жидкости // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2000. № 1. С. 31–41.

#### **Применение алгоритма метода Барнса – Хата к лагранжевым вихревым методам**

*Е. П. Рятина*<sup>1,2</sup>, *А. О. Лагно*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана*

<sup>2</sup>*Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН*

*Email: evgeniya.ryatina@yandex.ru*

*DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10344*

Лагранжевы вихревые методы для моделирования двумерных течений вокруг профилей являются весьма эффективными по сравнению с другими методами с точки зрения затрачиваемого времени и машинной памяти на проведение расчетов и расчет аэрогидродинамических характеристик профиля. Возникающая при этом задача вычисления вихревого влияния имеет квадратичную вычислительную сложность и по сути аналогична гравитационной задаче  $N$  тел. При большом количестве вихревых элементов расчет прямым методом становится невозможным за приемлемое время, поэтому единственным эффективным путем является использование приближенных быстрых методов, имеющих логарифмическую вычислительную сложность. В работе рассмотрен и реализован быстрый метод Барнса – Хата. Было получено, что идеи быстрого метода могут быть также адаптированы и к другим трудоемким операциям вихревого метода, таким как расчет диффузионных скоростей вихревых элементов, выполнение процедуры реструктуризации вихревого следа, расчет правой части системы линейных алгебраических уравнений и решение системы итерационными методами. В результате время исполнения одного расчетного шага удалось сократить примерно в 30 раз. Данный результат позволяет существенно снизить время выполнения всего расчета и эффективно проводить вычисления, что позволяет расширить класс решаемых с помощью вихревых методов задач.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 17-79-20445).

#### Список литературы

1. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006.
2. Kempka S.N., Glass M.W., Peery J.S., Strickland J.H. Accuracy considerations for implementing velocity boundary conditions in vorticity formulations // *Sandia Report*. No. Sand96-0583, UC-700, 1996. P. 52.
3. Barnes J., Hut P. A hierarchical ( $N \log N$ ) force-calculation algorithm // *Nature*. 1986. V. 324. No. 4. P. 446–449.

4. K.S Kuzmina and I.K. Marchevsky. On the Calculation of the Vortex Sheet and Point Vortices Effects at Approximate Solution of the Boundary Integral Equation in 2D Vortex Methods of Computational Hydrodynamics // Fluid Dynamics. 2019. V. 54. P. 991–1001.

5. Дынникова Г.Я. Использование быстрого метода решения "задачи  $N$  тел" при вихревом моделировании течений // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2009. Т. 49, No. 8. С. 1458–1465.

### **Метод частиц - регулярная и стохастическая динамика**

*В. Н. Снытников*

*Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН*

*Новосибирский государственный университет*

*Email: snyt@catalysis.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10375

Одним из эффективных методов синтеза пылевых частиц монодисперсного размера в диапазоне от единиц до нескольких первых десятков нанометров является лазерное испарение сложных оксидов в потоке инертного или химически активного газа. Дальнейшее использование получаемых этим методом нанопорошков связано, в частности, с высокой химической активностью наночастиц. Эта активность наблюдается в газопылевых потоках реагентов с синтезом ценных продуктов, в пылевой плазме и во множестве других приложений, природных и технических. Для описания комплекса разнообразных и взаимосвязанных физико-химических процессов, протекающих при синтезе и при использовании наночастиц, необходимо создавать сложные математические модели на основе решения комбинаций кинетических уравнений, уравнений газодинамического типа, уравнений химической кинетики, переноса излучения, электромагнитного поля. Динамические процессы в изучаемых средах чаще всего сопровождаются развитием неустойчивостей и самоорганизацией, а в динамике наночастиц присутствует как регулярная, так и стохастическая компоненты. Примеры такой динамики представлены для гравитационной физики [1, 2]. Алгоритмы для численного решения указанных математических моделей разрабатываются, как правило, на основе различных вариантов метода частиц. Для уравнений гидродинамического типа широко используется метод частиц SPH, для кинетического уравнения Власова – методы частиц в ячейках, для уравнения Больцмана с различным видом интеграла столкновений – методы молекулярной динамики. В докладе будут обсуждаться возникающие вопросы по использованию метода частиц при решении ряда задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта РФФИ 18-03-00087 А).

#### Список литературы

1. Снытников В.Н., Стояновская О.П. К вопросу о корректности численного моделирования гравитационной неустойчивости с развитием множественных гравитационных коллапсов Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Вычислительные методы и программирование. 2016. Т. 17, С. 365–379

2. Vshivkov V. A., Nikitin S. A., and Snytnikov V. N. Studying Instability of Collisionless Systems on Stochastic Trajectories. JETP Letters, 2003, Vol. 78, No. 6, pp. 358–362.

### **On vortex sheet intensity reconstruction in meshless vortex particle method for two-dimensional flows simulation**

*I. A. Soldatova<sup>1,2</sup>, K. S. Kuzmina<sup>1,2</sup>, M. A. Yakutina<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University*

*<sup>2</sup>Ivannikov Institute for System Programming of the RAS*

*Email: kuz-ksen-serg@yandex.ru*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10345

The problem of numerical solution of the boundary integral equation is considered for 2D case for Lagrangian meshless vortex particle methods. According to the Viscous vortex domains method [1–2], vorticity flux is simulated on the airfoil boundary, and there are a lot of vortex particles in the near-wall region. Their influences are taken into account in the right-hand side of the governing boundary integral equation with respect to vortex sheet intensity. Previously developed schemes for its solution, based on the Galerkin approach, provide 1st, 2nd and 3rd order of accuracy for rather smooth right-hand side [3], that takes place in cases of a potential flow

or in presence of vortex particles which are far enough from the airfoil. The aim of this paper is to develop an accurate numerical scheme suitable for vortex sheet intensity reconstruction taking into account the influence of closely placed vortex particles, when space discretization of the airfoil surface line is not enough for traditional Galerkin-type methods. This problem is solved by analytical estimation of the contribution of closely placed vortex particles, while the Galerkin technique is used for its correction.

The research is partially supported by Russian Foundation for Basic Research (project 20-08-01076).

#### References

1. Dynnikova G.Ya. Vortex motion in two-dimensional viscous fluid flows // *Fluid Dynamics*. 2003. V. 38, No 5. Pp. 670–678.
2. Dynnikova G.Ya. The Lagrangian approach to solving the time-dependent Navier-Stokes equations // *Doklady Physics*. 2004. V. 49, No. 11. Pp. 648–652.
3. Kuzmina K.S., Marchevskii I.K. On the Calculation of the Vortex Sheet and Point Vortices Effects at Approximate Solution of the Boundary Integral Equation in 2D Vortex Methods of Computational Hydrodynamics // *Fluid Dynamics*. 2019. V. 54, No. 7. Pp. 991–1001.

#### **Расчет динамики смесей газ-полидисперсная пыль с жестким трением в многожидкостной гидродинамике сглаженных частиц**

*О. П. Стояновская<sup>1,2</sup>, М. Н. Давыдов<sup>1,2</sup>, М. С. Арендаренко<sup>2</sup>, Е. А. Исаенко<sup>2</sup>, Т. В. Маркелова<sup>1,2,3</sup>, В. Н. Снытников<sup>1,2,3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>3</sup>*Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН*

*Email: o.p.sklyar@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10317

Для моделирования динамики газа с полидисперсными частицами на макроуровне необходимо решать гидродинамические уравнения с несколькими релаксационными слагаемыми, ответственными за передачу импульса от газа к частицам и наоборот. Для мелкодисперсных частиц время релаксации скорости частиц к скорости газа может быть намного короче времени движения газа, т. е. являться малым параметром. В этом случае задача становится жесткой, а ее решение вычислительно трудоемким. Мы представляем новый эффективный метод расчета трения в двухфазной полидисперсной среде для гидродинамики сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH), который позволяет проводить расчеты с пространственным и временным разрешением, не зависящим от малого параметра задачи. В нашей реализации газ и каждая фракция дисперсной фазы моделируются различными наборами частиц. Метод основан на 1) линейной интерполяции скоростей при расчете трения, 2) неявной аппроксимации слагаемых, ответственных за перенос трения, 3) решении системы линейных алгебраических уравнений с матрицей специального вида алгоритмом квадратичной, а не кубической сложности. Изучены свойства предложенного метода на одномерных задачах с эталонными решениями.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (код проекта 19-71-10026).

#### **Algorithms of distributed computation on heterogeneous systems with many devices for PCI SPH methods**

*S.S. Khayrulin*

*A.P. Ershov Institute Of Informatics Systems SB RAS*

*Novosibirsk State University*

*Email: skhayrulin@iis.nsk.su*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10318

New methods developed by mathematicians, physicists, and programmers in collaboration with biologists make it possible to create computer models of complex living systems which adequately reproduce the properties of that systems. Detailed mathematical models along with its numerical implementation accounting for basic biomechanical principles are to be in great demand for further research in biology and medicine. For example in project OpenWorm [1] mainly aimed at the possibility of recreating a digital copy of an entire organism (*C.elegans*) in one integrated model. The PCISPH algorithm is used for implementation in computer

simulation of the worm body including the hydrostatic skeleton and muscle body system [2, 3]. In addition can be applied for simulation of environments liquid or agar-like viscose medium. Main problem with particle system simulation in comparison with mesh-like models is large computation cost. For high-resolution models with large number of particles in system, the memory and CPU could be a limitation factor for performance. Although, the calculation for each particle runs independently, physical property information about neighboring particles is required for smoothing. Thus, the PCISPH algorithm is quite good parallelized by data but parallelization on the system with many devices such as cluster or multi-GPU node with non-shared memory becomes problematic. In this paper, a data synchronization algorithm is presented, which allows distributed execution on several processing nodes.

The algorithm dynamically synchronizes the distribution of data between nodes, which allows you to maintain a constant optimal load. This approach is based on the idea of distributing data across domains, under the condition that all data within each domain can be processed independently. This is not the case for the PCI SPH algorithm, since neighboring particles can be in an adjacent domain. The definition of a partition is introduced, which, in addition to the data lying in the domain, also stores information about the particles lying in the boundary cells of other domains. In this case, calculations are not performed for particles from adjacent domains. Due to the specifics of the task, data on changes in the positions of particles are synchronized in a timely manner between devices.

This work was supported by the Russian Fund for Fundamental research (project code 18-07-00903-A).

#### References

1. Sarma GP et al. 2018 OpenWorm: overview and recent advances in integrative biological simulation of *Caenorhabditis elegans*. *Phil. Trans. R. Soc. B* 373: 20170382. <http://dx.doi.org/10.1098/rstb.2017.0382>.
2. Palyanov A., Khayrulin S. and Larson S. D. Application of smoothed particle hydrodynamics to modeling mechanisms of biological tissue March 08 2016, *Adv. Eng. Software*, DOI: 10.1016/j.advengsoft.2016.03.002.
3. Palyanov A, Khayrulin S, Larson SD. 2018 Three-dimensional simulation of the *Caenorhabditis elegans* body and muscle cells in liquid and gel environments for behavioural analysis. *Phil. Trans. R. Soc. B* 373: 20170376. <http://dx.doi.org/10.1098/rstb.2017.0376>.

#### **Моделирование накопления поврежденности в упругопластических телах методом сглаженных частиц**

*А. В. Шутов<sup>1,2</sup>, В. С. Ключанцев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

*Email: alexey.v.shutov@gmail.com*

DOI: 10.24411/9999-017A-2020-10319

В исследовании анализируется применимость метода сглаженных частиц (МСЧ) [1] к решению физически и геометрически нелинейных задач механики твердого тела. Обсуждаются вопросы уменьшения краевых эффектов путем корректировки ядер сглаживания [2], а также подавления режимов типа "песочные часы". Для регуляризации начальной краевой задачи применяется нелокальное правило накопления поврежденности.

За основу взята модель вязкоупругопластичности с повреждаемостью и упрочнением из работы [3]. Кинематика больших деформаций описана с помощью мультипликативного разложения тензора градиента деформации; упругие свойства задаются гиперупругими потенциалами типа Хартманн – Нефф и нео-Гук. Используются эффективные и надежные численные схемы, основанные на процедуре из [4].

Представлены решения тестовых задач по локализации деформации при образовании полос сдвига, а также в вершине трещины в вязкоупругопластическом материале. Точность МСЧ-вычислений подтверждается сравнением с расчетами, выполненными в комплексе нелинейного метода конечных элементов MSC.MARC.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-19-00126) и в рамках госзадания (код проекта FWGG-2019-0003).

Список литературы

1. Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1992. 30. 543–574.
2. Bonet J., Lok T.-S. L. Variational and momentum preservation aspects of smooth particle hydrodynamic formulations // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 1999. 180. 97–115.
3. Shutov A. V., Silbermann C.B., Ihlemann J. Ductile damage model for metal forming simulations including refined description of void nucleation // *Int. J. Plast.*, 2015. 71. 195–217.
4. Shutov A. V., Landgraf R., Ihlemann J. An explicit solution for implicit time stepping in multiplicative finite strain viscoelasticity // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 2013. 265. 213–225.

## СОДЕРЖАНИЕ

**Секция 1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Е. Д. Антипина, С. В. Солодуша.....	4
D. M. Akhmanova, M. T. Kosmakova, N. K. Shamataeva .....	4
D. R. Weisenova .....	5
В. В. Беляев.....	5
В. А. Беляев, Л. С. Брындин, С. К. Голушко, В. П. Шапеев.....	6
В. А. Беляев, Л. С. Брындин, В. П. Шапеев, С. К. Голушко .....	6
А. С. Бердышев, А. Р. Рыскан .....	7
А. М. Блохин, Б. В. Семисалов .....	7
A. V. Bondarenko, N. N. Velker, D. Yu. Kushnir, G. V. Dyatlov and Yu. A. Dashevsky .....	8
В. А. Вшивков, Л. В. Вшивкова, Г. И. Дудникова.....	8
А. В. Вяткин, Е. В. Кучунова .....	8
В. А. Галкин, А. О. Дубовик .....	9
А. П. Герасев.....	9
С. В. Гололобов, Ю. М. Лаевский.....	10
М. А. Давыдова, С. А. Захарова.....	10
А. А. Ефремов, Л. В. Гилева, В. В. Шайдуров .....	11
В. П. Жуков.....	11
М. И. Иванов, И. А. Кремер.....	12
М. И. Иванов, И. А. Кремер, Ю. М. Лаевский .....	12
С. Г. Казанцев, В. Б. Кардаков.....	13
В. М. Ковеня, Д. Тарраф.....	13
В. А. Колотилов.....	14
М. Е. Коржова, Б. А. Марков, А. С. Фадеева (Аникина).....	14
В. Г. Корнеев.....	15
В. С. Корниенко, В. В. Шайдуров.....	15
М. Т. Космакова, Л. Ж. Касымова.....	16
М. Т. Космакова, Ж. М. Тулеутаева .....	16
А. В. Лапин .....	17
А. В. Лапин .....	18
А. И. Левыкин, А. Е. Новиков, Е. А. Новиков.....	18
А. Г. Максимова, С. Б. Сорокин .....	19
N. P. Moshkin.....	19
М. А. Очилова, Э. М. Мухамадиев, С. Байзаев.....	20
Е. В. Резанова .....	20
Е. М. Рудой .....	20
М. В. Рыбков, Л. В. Кнауб.....	21

А. О. Савченко.....	21
С. В. Свинина .....	22
M. S. Sopra.....	22
В. П. Танана, Б. А. Марков.....	22
М. Е. Frolov .....	23
И. В. Целищева, Г. И. Шишкин .....	23
В. В. Шайдуров, Л. В. Гилева .....	24
В. В. Шайдуров, М. В. Якубович.....	24
Г. И. Шишкин, Л. П. Шишкина .....	25
Л. П. Шишкина, Г. И. Шишкин .....	25

**Секция 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ  
АЛГЕБРА И МЕТОДЫ  
АППРОКСИМАЦИИ**

И. А. Блатов, Н. В. Добробог, Е. В. Китаева....	26
В. В. Богданов, Ю. С. Волков.....	26
В. В. Богданов, Ю. С. Волков.....	27
Ю. С. Волков.....	27
V. S. Gladkikh, V. P. Ilin, A. V. Petukhov, А. М. Krylov.....	28
С. В. Гололобов, В. П. Ильин, А. М. Крылов, А. В. Петухов .....	28
А. И. Задорин, Н. А. Задорин.....	28
В. И. Зоркальцев .....	29
V. P. Ilin.....	29
Г. Ю. Казанцев.....	29
И. А. Климонов, В. М. Свешников.....	30
А. Н. Козырев, В. М. Свешников.....	30
А. И. Куликов.....	30
В. В. Остапенко, Е. И. Полунина, Н. А. Хандеева.....	31
D. V. Perevozkin, G. A. Omarova.....	31
Д. В. Перевозкин, Г. А. Омарова.....	32
А. С. Попов .....	32
В. М. Shumilov .....	32

**Секция 3. ЧИСЛЕННОЕ  
СТАТИСТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОДЫ  
МОНТЕ-КАРЛО**

Т. А. Аверина, К. А. Рыбаков .....	34
М. С. Акентьева, В. А. Огородников .....	34
А. В. Александров, Л. В. Дородницын, А. П. Дубень, Д. Р. Колюхин .....	35
В. С. Антюфеев .....	35
Т. Е. Булгакова, А. В. Войтишек .....	36
А. В. Бурмистров, М. А. Коротченко .....	36

Д. С. Гребенников, И. А. Сазонов, М. Я. Кельберт, Г. А. Бочаров .....	37	Л. П. Брагинская, А. П. Григорюк, В. В. Ковалевский .....	57
С. А. Гусев .....	37	Т. А. Voronina .....	57
Б. С. Добронез, О. А. Попова .....	37	В. И. Голубев, А. В. Шевченко, И. Б. Петров ..	58
А. В. Еделев, В. И. Зоркальцев, Е. В. Губий, А. С. Феоктистов, С. А. Горский, В. Ю Малов, В. И. Суслов, Н. И. Суслов, А. Т. Юсупова .....	38	V. N. Grebenev, M. Wacławczyk, M. Oberlack .....	58
А. В. Еделев, М. А. Марченко .....	38	А. П. Григорюк, В. В. Ковалевский, Л. П. Брагинская .....	59
С. М. Ермаков .....	39	А. А. Добрынина .....	59
Е. Г. Каблукова, С. М. Пригарин .....	39	П. А. Домников, Ю. И. Кошкина .....	60
Е. Г. Каблукова, К. К. Сабельфельд, Д. Ю. Протасов, К. С. Журавлев .....	40	О. Б. Забинякова, П. Н. Александров .....	60
L. P. Kamenshchikov, I. V. Krasnov .....	40	М. В. Зарецкая .....	61
Н. А. Каргаполова, В. А. Огородников .....	41	М. В. Зарецкая, В. В. Лозовой .....	61
Б. А. Каргин, О. С. Ухинова .....	41	V. A. Kochnev .....	62
S. E. Kireev, K. K. Sabelfeld .....	42	К. А. Митин, А. В. Митина, В. С. Бердников ..	62
Е. С. Кирик, Т. Б. Витова, А. В. Мальшев, Е. V. Popel .....	43	А. В. Михеева .....	63
А. С. Корда .....	43	А. С. Мухин, А. В. Павлова, И. С. Телятников .....	63
S. I. Kolesnikova, A. D. Bogdanova .....	43	И. Б. Петров, Ф. И. Сергеев, М. В. Муратов ...	64
Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко .....	44	G. Reshetova, E. Romenski .....	64
Н. Э. Лепп .....	44	А. Ф. Сапетина, Б. М. Глинский, В. Н. Мартынов .....	65
Г. З. Лотова .....	45	И. Н. Сибгатуллин, Д. А. Рязанов, К.А. Вагутин, Е. В. Ерманюк, Т. Доксуа .....	66
V. L. Lukinov .....	45	А. Н. Сидоров, А. А. Сидоров .....	66
R. N. Makarov .....	46	Л. Е. Собисевич, А. Г. Фатьянов .....	67
И. Н. Медведев .....	46	П. В. Стогний, Н. И. Хохлов, И. Б. Петров .....	67
А. М. Медвяцкая, В. А. Огородников .....	47	И. В. Суродина .....	68
Д. Э. Миронова, С. М. Пригарин .....	47	М. С. Хайретдинов, В. В. Ковалевский .....	68
Г. А. Михайлов, Г. З. Лотова .....	47	В. В. Червов .....	69
Г. А. Михайлов, С. А. Роженко .....	48	Н. В. Штабель, Н. Н. Неведрова .....	69
Г. А. Михайлов, Н. В. Трачева, С. А. Ухинов ..	48	Э. П. Шурина, Н. Б. Иткина, А. Ю. Кутищева, С. И. Марков .....	70
Т. А. Михайлова, Э. Н. Мифтахов, В. А. Михайлов, С. И. Мустафина .....	48	Э. П. Шурина, Н. Б. Иткина, С. А. Трофимова .....	70
А. Г. Плавник, А. Н. Сидоров .....	49	Э. П. Шурина, М. И. Эпов, А. Ю. Кутищева, Д. В. Добролюбова, Д.А. Архипов .....	71
М. Ю. Плотников, Е. В. Шкарупа .....	49		
И. В. Прохоров, П. А. Ворновских .....	50		
И. В. Прохоров, И. П. Яровенко .....	50		
С. В. Рогазинский .....	51		
К. К. Sabelfeld .....	51		
К. К. Sabelfeld, А. Е. Kireeva .....	52		
К. К. Sabelfeld, А. Е. Kireeva .....	52		
Му Ц., Каргин Б.А., Е. Г. Каблукова .....	53		
О. В. Сересева, В. А. Огородников .....	53		
С. С. Скворцов, В. А. Огородников .....	53		
Д. Д. Смирнов, Л. П. Кондаурова .....	54		
Н. В. Трачева, С. А. Ухинов .....	54		
А. А. Черемисин .....	55		
И. А. Шалимова .....	55		
<b>Секция 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГЕОФИЗИКА</b>		<b>Секция 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФИЗИКИ АТМОСФЕРЫ, ОКЕАНА И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ</b>	
В. В. Аксёнов .....	56	В. В. Авдонин .....	72
В. В. Аксёнов .....	56	А. А. Адамов, А. Н. Сатыбалдина .....	72
В. В. Богданов, Е. Ю. Деревцов .....	56	Р. А. Амикишиева, В. Ф. Рапута, Т. В. Ярославцева .....	72
		А. Vaklanov .....	73
		А. Vaklanov and WMO GURME and IUS teams ..	74
		Н. В. Барановский, В. А. Кириенко .....	76
		Н. В. Барановский, А. О. Малинин .....	76
		Н. В. Верниковская .....	77
		О. С. Володько, Л. А. Компаниец .....	77
		П. М. Голенко .....	78
		А. С. Грицун .....	78

Е. И. Гурина.....	79	Yu. N. Skiba.....	97
О. И. Гусев, Г. С. Хакимзянов, Л. Б. Чубаров.....	79	Т. А. Сушкевич.....	98
О. О. Гусельникова, В. С. Бердников, В. А. Гришков.....	80	Т. А. Сушкевич, С. А. Стрелков, С. В. Максакова.....	98
Е. А. Данилкин, Д. В. Лещинский, А. В. Старченко.....	80	М. А. Тарханова, Е. Н. Голубева.....	99
Н. И. Данилов, К. А. Митин, В. С. Бердников..	81	М. А. Толстых, Р. Ю. Фадеев, В. В. Шашкин, Г. С. Гойман, С. В. Травова, В. Г. Мизяк.....	99
В. В. Денисенко.....	81	Е. А. Цветова.....	100
Г. Ю. Евтушок, С. Н. Яковенко.....	82	Yu. A. Chirkunov.....	100
Т. Г. Елизарова, А. В. Иванов, А. А. Кулешов.....	82	Yu. A. Chirkunov.....	101
А. В. Елисеев, В. В. Малахова.....	83	Е. А. Шельмина, А. В. Старченко, А. А. Барт, Л. И. Кижнер.....	102
А. В. Заковряшин, С. М. Пригарин.....	83	В. П. Шутяев, В. И. Агошков, Н. Б. Захарова, Н. Р. Лёзина, Е. И. Пармузин, Т. О. Шелопут.....	102
С. А. Захарова, М. А. Давыдова, Д. В. Лукьяненко, Н. Ф. Еланский, О. В. Постыляков.....	84	М. С. Юдин.....	103
Е. Г. Климова.....	84		
В. С. Коноплева, Ж. С. Мукатова.....	85	<b>Секция 6. ПРОГРАММИРОВАНИЕ</b>	
V. Krupchatnikov, I. Borovko, G. Platov.....	85	Г. Т. Балакаева, Г. Б. Калменова, М. Т. Турдалиев.....	104
А. И. Крылова, Н. А. Лаптева.....	85	М. А. Городничев, М. А. Марченко, В. А. Перепёлкин.....	104
Л. И. Курбацкая.....	86	Д. А. Кондратьев, А. В. Промский.....	106
Л. И. Курбацкая, С. Н. Яковенко.....	87	V. E. Malyshkin, V. A. Perepelkin, N. A. Belyaev.....	106
М. М. Лаврентьев, Ан. Г. Марчук, К. Лысаков, М. Шадрин, К. Облаухов.....	87	Ю. Г. Медведев.....	107
А. А. Леженин, С. В. Михайлюта, О. А. Коробов,.....	88	И. Н. Скопин.....	107
А. А. Леженин, В. Ф. Рапута, Р. А. Амикишиева.....	88		
М. Е. Макаренко.....	88	<b>Секция 7. СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ</b>	
В. В. Малахова.....	89	С. М. Абрамов.....	108
В. В. Малахова, А. В. Гаврилов, Е. И. Пижанкова, А. А. Попова.....	89	Ю. О. Бобренёва, Д. Д. Смирнов, И. М. Губайдуллин, М. А. Марченко.....	108
Ан. Г. Марчук.....	90	М. А. Боронина, В. А. Вшивков, Е. А. Генрих, Г. И. Дудникова.....	109
К. А. Митин, А. В. Митина, В. С. Бердников.....	90	А. В. Вяткин, Е. В. Кучунова.....	109
С. А. Нестеров, В. В. Денисенко.....	91	Б. М. Глинский, Ю. А. Загорулько, Г. Б. Загорулько, А. Ф. Сапетина, И. М. Куликов, П. А. Титов.....	110
А. В. Павлова, С. Е. Рубцов.....	91	И. В. Захаров, Т. А. Михайлова, С. А. Мустафина.....	110
А. В. Пененко.....	92	А. В. Пененко А. В. Гочаков.....	111
В. В. Пененко.....	92	Т. В. Снытникова, А. Ш. Непомнящая.....	111
В. В. Пененко, А. В. Пененко.....	93	А. В. Старченко, Е. А. Данилкин, Д. В. Лещинский, Е. В. Семенов, С. А. Проханов.....	112
Е. V. Perekhodtseva.....	94	А. Sysoyev, V. Gergel, E. Kozinov.....	112
V. E. Retgov.....	94	К. Hayashi, A. P. Vazhenin,.....	113
М. В. Платонова, Е. Г. Климова.....	95		
Э. А. Пьянова.....	95		
Э. А. Пьянова, В. В. Пененко, Л. М. Фалейчик.....	96		
В. Ф. Рапута, Т. В. Ярославцева, А. А. Леженин, Р. А. Амикишиева.....	96		
И. Н. Сибгатуллин, Д. А. Рязанов, К. А. Ватутин, М. И. Провидухина.....	96		

**Секция 8. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ**

А. А. Аитбаева.....	114	В. Rysbaiuly, N. Mukhametkaliyeva .....	132
Т. Акишев, А. Кыдырбаева.....	114	Б. Р. Рысбайулы, А. В. Сеница.....	132
Н. К. Al-Mahdawi.....	115	И. Е. Светов, А. П. Полякова.....	133
К. С. Бобоев .....	116	И. Е. Светов, А. П. Полякова.....	133
В. В. Васин, Г. Г. Скорик .....	116	И. Е. Светов, А. П. Полякова, С. В. Мальцева, А. К. Луис .....	134
А. Г. Вовденко, М. К. Вовденко, И. М. Губайдуллин, К. Ф. Коледина.....	116	А. И. Сидикова .....	134
М. К. Вовденко, А. Г. Вовденко, И. М. Губайдуллин, К. Ф. Коледина.....	117	О. В. Соболева .....	135
Ю. В. Гласко .....	117	А. С. Стрекаловский .....	135
С. К. Голушко .....	118	А. С. Сушков, А. И. Сидикова.....	135
Н. И. Горбенко .....	118	Е. V. Tabarintseva .....	136
Е. Ю. Деревцов.....	119	В. П. Танана .....	136
Е. Yu. Derevtsov .....	119	В. П. Танана, Б. А. Марков.....	137
С. З. Джамалов, Р. Р. Ашуров .....	120	Д. В. Чурбанов .....	137
Л. В. Еникеева, И. М. Губайдуллин, М. Р. Еникеев .....	120	Т. О. Шелопут.....	138
Д. Р. Зигангирова, С. А. Мустафина.....	121	М. И. Шимелевич, Е. А. Оборнев, И. Е. Оборнев, Е. А. Родионов .....	138
К. Т. Искаков, М. А. Шишленин, Д. К. Токсеит.....	121	М. И. Шимелевич, Е. А. Оборнев, И. Е. Оборнев, Е. А. Родионов .....	139
И. Г. Казанцев .....	122	Э. П. Шурина, Н. Б. Иткина, С. И. Марков....	139
А. М. Кардашевский .....	122	А. G. Yagola.....	140
М. Ю. Кокурин .....	122		
М. Ю. Кокурин, М. М. Кокурин, О. В. Лобанова .....	123	<b>Секция 9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ</b>	
К. Ф. Коледина, С. Н. Коледин, И. М. Губайдуллин.....	123	Е. Р. Gordov, I. G. Okladnikov .....	141
О. I. Krivorotko, Т. А. Zvonareva.....	123	В. С. Горшунов, Л. А. Голубева, В. П. Ильин .....	141
О. И. Криворотько, Н. Ю. Зятьков, Т. Хохэдж.....	124	В. А. Дебелов.....	142
А. С. Леонов, Д. В. Лукьяненко, В. Д. Шинкарёв, А. Г. Ягола.....	124	О. В. Дубинец, Р. М. Узьянбаев, И. М. Губайдуллин .....	142
С. В. Мальцева, И. Е. Светов .....	125	С. С. Журавлев, М. С. Никитенко, С. А. Кизилов, Ю. В. Малахов .....	143
Г. И. Маннанова, Г. Р. Бикбова, И. М. Губайдуллин, К. Ф. Коледина.....	125	С. С. Журавлев, С. Р. Шакиров .....	143
Э. Н. Мифтахов, С. А. Мустафина .....	126	С. А. Исаев, П. А. Баранов, Д. В. Никущенко, А. Г. Судаков, А. Е. Усачов .....	143
А. Б. Назимов, Ш. М. Мухамеджонова .....	126	Г. Р. Кильдибаева, С. А. Мустафина.....	144
D. Omarkhanova, Zh. Oralbekova, A. Karchevsky.....	126	Н. Н. Кучеров, М. Г. Бабенко, А. Н. Черных, В. А. Кучуков.....	144
Е. И. Пармузин, В. И. Агошков, В. П. Шутяев .....	127	О. А. Ляхов .....	145
В. В. Пикалов.....	128	В. В. Михелёв, С. И. Маторин .....	145
А. П. Полякова, И. Е. Светов, Б. Хан .....	128	Г. Г. Патрушев, В. Г. Дроздова, К. В. Павский.....	146
А. П. Полякова, И. Е. Светов.....	129	А. S. Rodionov.....	146
А. Ю. Приходько, М. А. Шишленин .....	129	О. Д. Соколова, С. В. Рудометов.....	147
А. Н. Рогалев.....	130	К. В. Ткачёв.....	147
В. Г. Романов.....	130	К. В. Ткачёв, Корсаков С. П., Мишуков В. И. ....	148
А. V. Ryzhenkov .....	131	Г. Y. Toktoshov, A. N. Yurgenson, D. A. Migov .....	148
В. Rysbaiuly, А. А. Adamov, Zh. O. Karashbayeva.....	131	Н. А. Тукмакова, А. Л. Тукмаков .....	149

Г. Ш. Цициашвили .....	149	Кобало Н. С., Куликов А. И., Титов И. И., Воробьев Д. Г.....	163
С. Р. Шакиров, А. В. Писарев, А. Г. Квашнин .....	150	Е. Г. Комышев, М. А. Генаев, Д. А. Афонников.....	163
N. G. Scherbakova, S. V. Bredikhin.....	150	Ю. О. Куянова, А. В. Бервицкий, А. В. Дубовой, Д. В. Паршин.....	164
<b>Секция 10. МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА</b>		А. И. Липовка, Д. В. Паршин.....	164
В. Б. Бериков, С. Н. Постовалов .....	151	Ю. Л. Орлов, С. С. Ковалев, Ю. П. Белоусова, С. А. Цховребова.....	165
И. А. Борисова.....	151	Ю. Л. Орлов, Г. С. Лебедев .....	165
И. А. Борисова, О. А. Кутненко .....	152	Д. В. Паршин, А. А. Ягодницына .....	165
Д. Г. Еникеев, С. А. Мустафина.....	152	А. V. Penenko, Z. S. Mukatova, А. V. Bobrovskikh, U. S. Zubairova, V. S. Konopleva, A. V. Doroshkov.....	166
Ю. А. Загорюлько, О. И. Боровикова .....	153	Н. Л. Подколотный, Н. Н. Твердохлеб, О. А. Подколотная.....	166
А. А. Иванов .....	153	М. Ponomarenko, I. Chadaeva, D. Oshcherkov.....	167
Г. Куттубек-к, А. В. Старченко.....	154	А. М. Принглаева, А. И. Дергилев, А. Д. Панова, Ю. Л. Орлов .....	167
А. S. Miroshnichenko, V. M. Mikhelev .....	154	А. Pronozin, M. Genaev, D. Afonnikov .....	168
О. Г. Монахов .....	154	К. К. Самхарадзе, В. М. Михелев.....	168
В. М. Неделько, Р. М. Козинец, А. А. Тулупов, В. Б. Бериков.....	155	С. Д. Сенотрусова, О. Ф. Воропаева .....	169
Н. С. Одиноких, В. Б. Бериков .....	155	Д. В. Тихвинский, Ю. О. Куянова, К. Ю. Орлов, Д. В. Паршин.....	169
А. Л. Осипов, В. П. Трушина .....	156	А. А. Utyansky, D. S. Batishchev, E. S. Soynikova, V. M. Mikhelev.....	170
И. Б. Петров, М. В. Муратов.....	156	А. В. Firsov, I. I. Titov, .....	170
О. Razizadeh, S. N. Yakovenko.....	157	Э. С. Фомин, Н. А. Алемасов .....	170
Р. Р. Сагитов, С. А. Мустафина .....	157	А. А. Черевко, Т. С. Гологуш, В. В. Остапенко .....	171
Н. В. Саломатина, И. С. Кононенко, Е. А. Сидорова.....	158	Г. С. Янькова, А. А. Черевко, А. К. Хе, О. Б. Богомякова, А. А. Тулупов.....	171
S. Sedukhin, Y. Tomioka.....	158		
Е. М. Chernykh, V. M. Mikhelev.....	158		
<b>Секция 11. КОМПЬЮТЕРНАЯ БИОЛОГИЯ, МЕДИЦИНА И БИОТЕХНОЛОГИЯ</b>			
А. В. Бобровских, Д. К. Константинов, А. А. Ермаков, У. С. Зубаирова, А. В. Дорошков.....	159	<b>Минисимпозиум ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ГЕОНАУКАХ НА РАЗНЫХ МАСШТАБАХ</b>	
А. В. Бобровских, Д. К. Константинов, А. А. Ермаков, У. С. Зубаирова, А. В. Дорошков.....	159	Д. С. Белоусов, В. В. Лисица.....	173
К. С. Гаврилова, О. Ф. Воропаева.....	160	Ю. М. Лаевский, Т. А. Носова .....	173
В. П. Голубятников, Л. С. Минушкина .....	160	В. В. Лисица, Т. С. Хачкова, Я. В. Базайкин..	173
В. Д. Гусев, Л. А. Мирошниченко .....	161	М. А. Новиков, В. В. Лисица.....	174
Р. Ю. Епифанов, Д. А. Афонников .....	161	D. V. Petrov, V. M. Mikhelev, E. V. Petrova .....	174
В. М. Ефимов, Д. А. Полуниин, В. Ю. Ковалева, К. В. Ефимов .....	161	Д. И. Романова .....	175
Н. Е. Кириллова.....	162	М. С. Хайретдинов, Б. В. Поллер, Б. Д. Борисов, А. В. Бритвин .....	175
О. Yu. Kiryanova, I. I. Kiryanov, L. U. Akhmetzyanova, V. R. Kuluev, I. M. Gubaydullin.....	162	М. С. Хайретдинов, Г. М. Шиманская.....	176
		Т. С. Хачкова, В. В. Лисица, Д. Р. Колюхин, Г. В. Решетова, Я. В. Базайкин.....	177

**Минисимпозиум МЕТОДЫ ЧАСТИЦ:  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ  
И СОВРЕМЕННЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Е. А. Берендеев, И. В. Тимофеев .....	178	И. К. Марчевский, С. А. Дергачев, Г. А. Щеглов.....	180
С. В. Богомолов, М. А. Филиппова, А. Е. Кувшинников.....	178	Е. П. Рятина, А. О. Лагно .....	181
Е. А. Генрих, В. А. Вшивков .....	179	В. Н. Снытников.....	182
М. Н. Давыдов .....	179	I. A. Soldatova, K. S. Kuzmina, M. A. Yakutina..	182
К. S. Kuzmina, I. K. Marchevsky.....	180	О. П. Стояновская, М. Н. Давыдов, М. С. Арендаренко, Е. А. Исаенко,	
В. В. Лисица.....	180	Т. В. Маркелова, В. Н. Снытников.....	183
		S.S. Khayrulin.....	183
		А. В. Шутов, В. С. Ключанцев.....	184