

# Разработка и реализация эффективных алгоритмов решения некоторых задач механики горных пород

Серяков В.М.

Институт горного дела СО РАН, Россия, e-mail: vser@misd.nsc.ru

Предложен метод расчета напряженно-деформированного состояния массива горных пород в областях отработки запасов полезных ископаемых с закладкой выработанного пространства твердеющими смесями. Метод основан на использовании одной и той же матрицы жесткости, формируемой на первом шаге расчета, и отвечающей исходному массиву горных пород. Построен простой и эффективный алгоритм реализации, в котором учет последовательности отработки на всех этапах моделирования ведется с помощью метода начальных напряжений. Приведены примеры использования разработанного комплекса программ к оценке напряженно-деформированного состояния закладочного и вмещающего массивов.

В настоящее время на больших глубинах отработки рудных месторождений преобладает технология очистной выемки с закладкой выработанного пространства твердеющими смесями. В перспективе предполагается использование этой технологии на всех глубокозалегающих месторождениях цветных металлов[1]. При развитии горных работ закладочный материал, помещаемый в выработанное пространство, вступает во взаимодействие с вмещающими породами и препятствует свободному деформированию налегающих пород. В большинстве задач математического моделирования, направленных на оценку напряженно-деформированного состояния массива горных пород в зонах применения закладки очистного пространства, рассматривается неоднородная область, нагружаемая на внешних границах усилиями, соответствующими исходному напряженному состоянию. Неоднородность расчетной области обуславливается неоднородностью массива и наличием областей, заполненных средой с механическими свойствами закладочного массива. В результате решения одной задачи определяется напряженно-деформированное состояние массива с известной геометрией выработанного и заложеного пространства [2].

Однако анализ процесса возведения закладочного массива и его деформирования показывают, что чем раньше сформирована некоторая часть закладочного массива, тем большую нагрузку воспринимает она на данный момент времени. При моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород это приводит к необходимости рассмотрения последовательности возведения закладочного массива, что требует разработки подходов и методов, позволяющих проводить расчеты механического состояния массива горных пород с учетом порядка образования и закладки выработанных пространств. Необходимость разработки методов расчета механического состояния массива, учитывающих последовательность отработки месторождения, подтверждается и анализом задач, стоящих перед горнодобывающими предприятиями. Практически на каждом из них важным является вопрос о выборе наиболее эффективного варианта отработки запасов полезных ископаемых, т.е. порядка ведения очистных работ.

### Анализ краевых условий на границах создаваемых выработок

Рассмотрим математическую постановку задачи определения напряженного состояния массива, в рамках которой возможен учет последовательности образования отработанных очистных пространств [3,4]. Пусть расчетная область  $ABCD$  представляет собой вертикальное сечение массива горных пород, а контур  $abcd$  является границами будущей выработки.

Начальное напряженное состояние массива, существующее в нем до проведения выработки  $abcd$ , обозначим, как  $\{\sigma_{ij}\}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ . Образование выработки приведет к появлению свободной от нагрузки поверхности  $abcd$ , на которой нормальная и касательная компоненты вектора усилий обратятся в ноль. Освобождение границ выработки от усилий означает падение соответствующих компонент тензора напряжений от их начального значения до нуля. Если зависимость от времени изменения нагрузок известна, то, используя соответствующие механические модели, можно определить напряженное состояние массива после проведения в нем выработки  $abcd$ . Отработанное очистное пространство в дальнейшем может либо заполняться закладочным материалом, либо оставаться свободным. Если массив горных пород проявляет незначительные реологические свойства, то напряжения в материале, заполняющем выработку, появятся, лишь после следующего этапа отработки. Пусть  $bgfc$  представляет собой контур следующей выработки. Как и в предыдущем случае, ее образование приведет к падению соответствующих значений компонент тензора напряжений до нуля. При известном законе изменения нагрузки на контуре  $bgfc$  можно определить напряженное состояние массива горных пород, и после образования выработки  $bgfc$ . Особенностью решения задачи на этом этапе моделирования является появление в отработанном пространстве, заключенном в контуре  $abcd$ , закладочного материала. Далее описанный процесс повторяется: в выработке  $bgfc$  размещается закладочный материал; от усилий освобождается контур следующей выработки. Если порядок образования выработок известен, то, применяя изложенный подход можно определить механическое состояние массива горных пород на всех этапах отработки.

Установление характера изменения напряжений на контуре образуемой выработки является сложной задачей, поэтому часто считают, что вмещающий, рудный и закладочный массивы ведут себя упруго. Тогда напряженно-деформированное состояние массива горных пород удастся получить с помощью решения ряда задач теории упругости. Характер изменения напряжений на границах выработок в этом случае не важен и первой задачей теории упругости будет задача определения дополнительного поля напряжений  $\{\sigma^1_{ij}\}$ , вызванного проведением выработки  $abcd$ . Суммируя  $\{\sigma^1_{ij}\}$  с начальным напряженным состоянием, получаем полные напряжения массива

$$\{\sigma_{ij}^{полн}\} = \{\sigma_{ij}\} + \{\sigma^1_{ij}\} \quad (1)$$

Следующая задача теории упругости состоит в определении дополнительного поля напряжений  $\{\sigma^2_{ij}\}$ , вызванного проведением выработки  $bgfc$ .

После этого этапа решения в массиве горных пород

$$\{\sigma_{ij}^{полн}\} = \{\sigma_{ij}\} + \{\sigma^1_{ij}\} + \{\sigma^2_{ij}\} \quad (2)$$

в материале, заполняющем выработанное пространство

$$\{\sigma_{ij}^{полн}\} = \{\sigma^2_{ij}\} \quad (3)$$

В результате проведения третьей выработки в массиве горных пород будут действовать напряжения

$$\{\sigma_{ij}^{полн}\} = \{\sigma_{ij}\} + \{\sigma^1_{ij}\} + \{\sigma^2_{ij}\} + \{\sigma^3_{ij}\} \quad (4)$$

в области  $abcd$ , заполненной закладочным материалом

$$\{\sigma_{ij}^{полн}\} = \{\sigma^2_{ij}\} + \{\sigma^3_{ij}\}, \quad (5)$$

а в области  $bgfc$ , также заполненной закладочным материалом

$$\{\sigma_{ij}^{полн}\} = \{\sigma_{ij}^3\} \quad (6)$$

Указанный алгоритм можно распространить на любое количество выработок.

Алгоритм учета последовательности отработки при наделении расчетной области механическими свойствами нетронутого массива

При практической реализации изложенного подхода необходимо выделение контура вновь создаваемой выработки и вычисление действующих на нем компонент поля напряжений. Реализация такого алгоритма связана с большими техническими трудностями, обусловленными заданием контуров последовательно создаваемых выработок и вычислением на них узловых сил [3,4]. В качестве метода, позволяющего преодолеть возникающие трудности, предлагается следующий. Вся расчетная область, включая и подобласти размещения отработанных очистных пространств, разбивается на конечные элементы. Механические свойства элементов, расположенных в отработанном очистном пространстве, полагаются теми же, что и были в них до образования выработок, т.е. расчетная область моделирует нетронутый массив горных пород. Условие, которое отражает факт образования некоторой выработки — обращение в соответствующих данной выработке элементах в ноль всех компонент тензора напряжений.

Для его выполнения предлагается использовать итерационный метод начальных напряжений [5]. Так как исходные напряжения в массиве известны, то в конечных элементах, соответствующих отработанному очистному пространству, вычисляется вектор начальных узловых сил.

$$\{F\} = \int_V [B]^T \{\sigma^H\} dv \quad (7)$$

Здесь  $[B]^T$  - матрица связи между деформациями и смещениями элемента;  $V$  - объем конечного элемента;  $\{\sigma^H\}$  - вектор начальных напряжений, компоненты которого на первом шаге итерационного процесса равны величинам напряжений в этом же элементе. Для случая плоской деформации

$$\{\sigma^H\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Итерационный процесс повторяется до тех пор, пока разность вычисленных на  $n$ -ой итерации напряжений и накопленных начальных напряжений в каждом элементе выработки не станет меньше заданного малого числа.

Закладочный материал имеет физико-механические характеристики отличные от свойств рудного тела и вмещающих пород. Различными будут и упругие константы этих материалов – модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ , использующиеся при расчетах напряженного состояния массива. При моделировании последовательности образования и закладки выработок, на каждом этапе потребуется изменять механические свойства части расчетной области и формировать новую матрицу жесткости системы. Разработка такого алгоритма в случае определения дополнительных напряжений с помощью подхода, изложенного в [6], не представляет затруднений и может достаточно просто реализована. Решение ряда практических задач по определению напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом последовательности отработки запасов полезных ископаемых приведено в [2].

Однако при таком подходе теряется главное преимущество разработанного метода, состоящее в неизменяемости матрицы жесткости. Для преодоления сложившейся ситуации был разработан алгоритм учета последовательности обработки, в котором при любых механических свойствах закладочного материала используется одна и та же матрица жесткости системы [7]. Итерационный процесс нахождения решения при упругом деформировании закладочного материала и горных пород строится следующим образом. Деформации  $\varepsilon_{ij}$  в конечных элементах, моделирующих закладочный массив, рассчитанные с помощью матрицы жесткости, соответствующей исходному массиву горных пород, полагаются истинными. По закону Гука определяются напряжения  $\sigma_{ij}^*$ , которые должны были бы действовать в элементах, если бы они имели механические свойства закладочного материала:

$$\sigma_{ij}^* = \lambda_1 \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu_1 \varepsilon_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (9)$$

где  $\lambda_1, \mu_1$  – константы Ламе закладочного материала,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$  – объемная деформация.

Разности напряжений  $\sigma_{ij}^*$  и  $\sigma_{ij}$ , где  $\sigma_{ij}$  – полученные с использованием неизменяемой матрицы жесткости, рассматриваются как начальные напряжения

$$\sigma_{ij}^n = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^* \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (10)$$

Далее применяется алгоритм метода начальных напряжений. Вектор начальных узловых сил добавляется к вектору внешних нагрузок. Определяется новое деформированное состояние массива горных пород. Полагая, что полученные деформации верны, описанная выше процедура повторяется. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока два последующих приближения не станут отличаться на заданную малую величину. Тестовые расчеты показали быструю сходимость метода и возможность получения с его помощью решения рассмотренных задач.

#### Оценка напряженного состояния массива пород при различных вариантах обработки пологопадающего рудного тела

Разработанные методы и вычислительный комплекс были использованы для определения напряженно-деформированного состояния закладочного и вмещающего массивов, соответствующего технологическим схемам ведения очистных работ с погашением выработанного пространства твердеющими смесями в пологопадающем рудном теле. Наиболее используемыми вариантами ведения горных работ в этом случае являются нисходящий и восходящий порядки возведения закладочного массива (рис.1).

При математическом моделировании этих вариантов были приняты следующие механические параметры рудного тела, вмещающего и закладочного массивов: модуль Юнга  $E=75000, 60000$  и  $15000$  МПа; коэффициенты Пуассона  $\nu=0.25, 0.2$  и  $0.4$ . Объемный вес пород  $\gamma$  принят одинаковым и равным  $0.03$  МН/м<sup>3</sup>. Исходное напряженное состояние соответствовало гипотезе Динника:  $\sigma_x^0 = \nu \sigma_y^0 / (1-\nu)$ ;  $\sigma_y^0 = \gamma H$ ;  $\tau_{xy} = 0$ . Глубина ведения очистных работ  $H=750$  м.

Далее представлены результаты расчетов напряженного состояния вмещающего и закладочного массивов при обработке рудного тела нисходящим порядком с одновременным ведением очистных работ в трех лентах. Размеры образуемых, а затем закладываемых выработок на каждом этапе расчета —  $8 \times 8$  м. Мощность рудного тела составляет 40м, поэтому обработка одной ленты происходит за пять шагов.

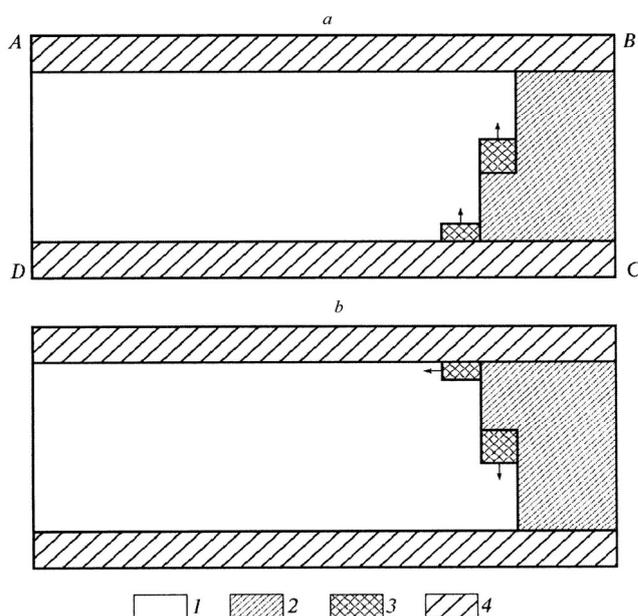


Рис.1. Схема ведения очистных и закладочных работ: *a*— восходящий; *b*— нисходящий порядки выемки рудного тела; 1—рудное тело; 2— закладочный массив; 3— выработки; 4— вмещающие породы.

На рис. 2 приведены распределения главных нормальных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  для начального этапа отработки рудного тела. Уровень напряжений в закладочном массиве по сравнению с окружающими породами невелик и их значения не превышают 5 МПа.

Оценить характер перераспределения геомеханического состояния рудного тела, вмещающих пород и закладочного массива позволяют рис. 3, на котором показаны изолинии главных нормальных  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  напряжений во время отработки 5, 6 и 7-ой лент. В закладочном массиве, несмотря на значительный пролет отработки — 80 м, сохраняются низкие значения напряжений, уровень которых не превосходит 5 МПа. В зонах концентрации сжимающих усилий происходит рост величин напряжений, что говорит о продолжающемся деформировании закладочного массива в процессе отработки.

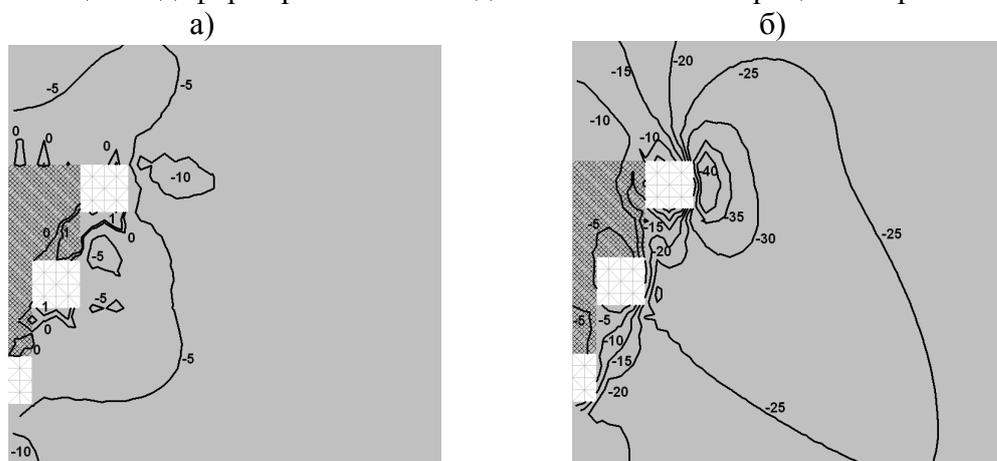


Рис. 2. Характер распределения главных нормальных напряжений  $\sigma_1(a)$  и  $\sigma_2(b)$  в закладочном и вмещающем массивах на начальном этапе отработки рудного тела.

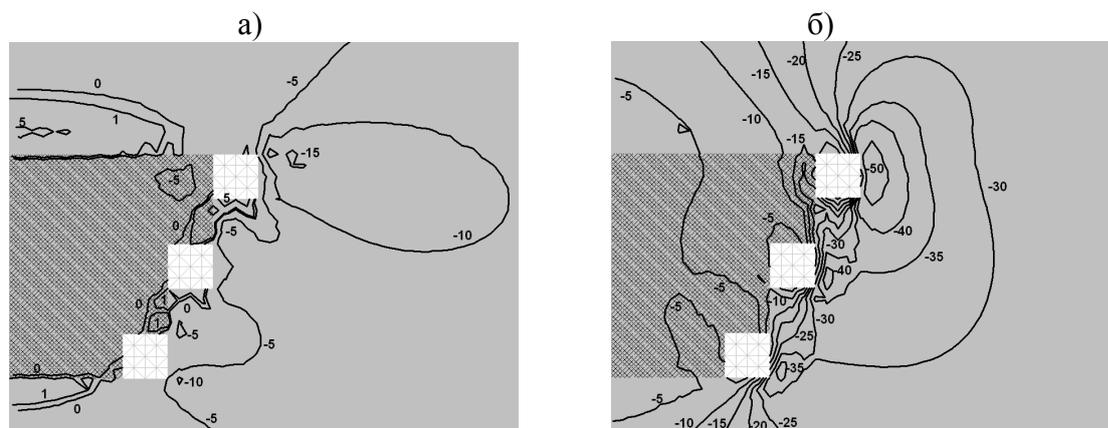


Рис. 3. Напряженное состояние массива в районе отработки при ведении очистных работ в 5, 6 и 7-ой лентах:  $\sigma_1(a)$ ,  $\sigma_2(b)$ .

#### Выводы.

1. Предложена математическая постановка задач расчета напряженно-деформированного состояния массива горных пород, в рамках которой возможен учет последовательности ведения очистных и закладочных работ при отработке месторождений.
2. Разработан эффективный метод определения напряженно-деформированного состояния породного и закладочного массивов, позволяющий с одной и той же матрицей жесткости расчетной системы исследовать его перераспределение по мере развития очистных и закладочных работ.
3. Применение разработанного комплекса программ к решению конкретных задач геомеханики позволяет детализировать напряженно-деформированное состояние породного и закладочного массивов по мере развития очистных работ, установить закономерности формирования и перераспределения полей напряжений в закладочном массиве.

#### Список литературы

- [1] Бронников Д.М., Замесов Н.Ф., Богданов Н.С. Разработка руд на больших глубинах. М.: Наука, 1982.
- [2] Курленя М.В., Серяков В.М., Еременко А.А. Техногенные геомеханические поля напряжений. Новосибирск: Наука, 2005.
- [3] Кузнецов С.В., Одинцев В.Н., Слоним М.Э., Трофимов В.А. Методология расчета горного давления. М., "Наука", 1981.
- [4] Баймбетов М.О., Серяков В.М. Влияние порядка ведения очистных и закладочных работ на напряженно-деформированное состояние месторождений. // ФТПРПИ. — 1987, № 4.
- [5] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М., "Мир", 1975.
- [6] Серяков В.М. Об одном подходе к расчету напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности выработанного пространства // ФТПРПИ. — 1997, № 2.
- [7] Серяков В.М. Расчет напряженного состояния горных пород с учетом последовательности возведения закладочного массива. // ФТПРПИ, 2001, № 5.