Сплошные среды на языке натуральных дифференциалов

В.П. Сизиков
Омский государственный университет путей сообщения
e-mail: v_p_sizikov@mail.ru

Предпринята попытка осмыслить с информационных позиций явления динамики сплошных сред и выйти на уровень имитации таких явлений. Базу составляет аппарат ДИС-технологии как результат проработки информационных основ синтеза систем. А решающее значение играют представления о натуральных дифференциалах.

Имеется много работ, раскрывающих богатый потенциал ДИС-технологии, в том числе как междисциплинарного языка программирования. На её базе достигнута автоматизация проработки смыслов в лице программного проекта "Когнитивный ассистент". Есть также программные средства по работе с экспертными системами, с обобщёнными системами клапанов. Основная трудность – поиск соответствий между классическими интерпретациями явлений и их аналогами в ДИС-технологии. Для выхода на изучение динамики сплошных сред существенное значение имеют представления о натуральных дифференциалах (НД) в ДИС-технологии.

Напомним [1-4], что рабочим объектом ДИС-технологии является динамическая информационная система (ДИС) D как пара (G, PIF_G), где G – орграф с двумя типами ребер, а $PIF_G = \{A(k)|k \in Z\}$ – процесс информационного функционирования (ПИФ) на нём как последовательность из трёх типов актов перераспределения информации (ресурса) по вершинам орграфа:

$G = (V, R_d, R_c)$, где
$V \subset \Re,\ |V| < \infty,\ (R_d \cup R_c) \subseteq (V^2 \setminus I)$,
$A(k) :\ FS(k) \to FS(k+1),\ FS(k) = (S(k), \lambda_k, f_{kd}, f_{kc}),\ S(k) = (r_k, q_k)$,
$r_k :\ V \to R^+,\ q_k :\ V \to R^+,\ \lambda_k :\ V \to R^+,\ f_{kd} :\ R_d \to [0,1],\ f_{kc} :\ R_c \to [0,1]$,
$(\forall k \in Z)(\forall v \in V)((f^-_{kd}(v) \le 1)\&(f^-_{kc}(v) \le 1))$ и
либо акт A_c – сбора актива в пассив по контролирующим рёбрам ДИС:
$r_{k+1}(v) = (1 - f^-_{kc}(v))r_k(v),\ q_{k+1}(v) = q_k(v) + q^*_k(v)$,
либо акт A_t – трансформации пассива в актив в некоторых вершинах ДИС:
$r_{k+1}(v) = r_k(v)$ для $q_k(v) < \lambda_k(v)$ и $= r_k(v) + q_k(v)$ для $q_k(v) \ge \lambda_k(v)$,
$q_{k+1}(v) = q_k(v)$ для $q_k(v) < \lambda_k(v)$ и $= 0$ для $q_k(v) \ge \lambda_k(v)$,
либо акт A_d – перераспределения актива по ведущим рёбрам ДИС:
$r_{k+1}(v) = (1 - f^-_{kd}(v))r_k(v) + r^*_k(v),\ q_{k+1}(v) = q_k(v)$,
где $f^-_{kd}(v) = \sum\{f_{kd}(v, v_1)|(v_1 \in V)\&((v, v_1) \in R_d)\}$,
$f^-_{kc}(v) = \sum\{f_{kc}(v_1, v)|(v_1 \in V)\&((v_1, v) \in R_c)\}$,
$r^*_k(v) = \sum\{f_{kd}(v_1, v)r_k(v_1)|(v_1 \in V)\&((v_1, v) \in R_d)\}$,
$q^*_k(v) = \sum\{f_{kc}(v, v_1)r_k(v_1)|(v_1 \in V)\&((v, v_1) \in R_c)\}$.

Здесь обозначено: Z – множество целых чисел; $\Re$ – множество всех кластеров знаний как философских категорий; V, R_d, R_c – множества вершин, ведущих и контролирующих рёбер орграфа G; $|V|$ – мощность множества V; $V^2 = V \times V$ – декартов квадрат; I

– тождественное отображение (на V); $R^+ = [0, \infty)$; $A(k)$ – акт ПИФ; $S(k)$, $FS(k)$ – просто состояние и полное состояние ДИС в начале $A(k)$; $r_k(v)$, $q_k(v)$, $\lambda_k(v)$ – значения количеств активной и пассивной информации и уровня трансформации второго типа информации в первый в $v \in V$; $f_{kd}(w_d)$, $f_{kc}(w_c)$ – значения относительных проводимостей ведущего w_d и контролирующего w_c рёбер. Характеристики орграфа G есть структурные параметры, значения уровней трансформации и относительных проводимостей – функциональные параметры, а последовательность $\{S(k) | k \in Z\}$ – график ПИФ ДИС D. Минимальный онтологически осмысленный набор, объединяющий работу тройки актов A_c, A_t, A_d, именуется компонентом ПИФ ДИС.

Традиционно допускается перераспределение ресурса по типу акта A_d ПИФ ДИС. И для таких случаев имеется немало работ по тематике временных рядов. Теперь остановимся на работе в ПИФ ДИС пассива, прописанной в актах A_c и A_t.

Зафиксируем вершину ДИС и проследим за изменениями в ней величины пассива: q_0, q_1, …, q_n, q_{n+1}, начиная с $q_0 = 0$ и кончая очередным моментом с $q_{n+1} = 0$. Индекс обозначает номер компонента ПИФ, и обязано быть $0 \le q_1 \le \ldots \le q_n$, а в компоненте ПИФ с номером $n+1$ пассив $q_n + h$ с некоторым $h > 0$ трансформируется в актив $r = q_n + h$. Появление актива r выступает актуализацией величины ресурса в избранной вершине, соответствуя реальной ситуации, в которой наблюдается последовательность данных актива: r_0, r_1, …, r_n, r_{n+1}, где $r_0 = r_1 = \ldots = r_n$ и $r_{n+1} = r_0 + r$.

Понимая последовательность $r_0 = r_1 = \ldots = r_n$ и $r_{n+1} = r_0 + r$ как временной ряд для некой функции g с единичным интервалом времени, составим по неё серию разностных схем под производные функции g порядков от 1 до $n+1$. Так, величина r как разность $r_{n+1} - r_n = r$ выразит производную $g'(n+1/2)$, $r = r_{n+1} - 2r_n + r_{n-1} = r$ – производную $g''(n)$, $r = r_{n+1} - 3r_n + 3r_{n-1} - r_{n-2} = r$ – производную $g'''(n-1/2)$, и так далее. Величина трансформации r получает интерпретации сразу множества дифференциалов разных порядков у одной и той же функции g. Каков же реальный смысл у этой величины?

Величину r_0 уместно назвать НД порядка 0 по времени. А новый НД порядка 0 получается приращением $r = h + (q_n - q_{n-1}) + \ldots + (q_2 - q_1) + (q_1 - q_0)$. Но это же r есть сумма НД порядков от 1 до $n+1$ по времени, представимых соответственно h и разностями $q_n - q_{n-1}$, …, $q_2 - q_1$, $q_1 - q_0$ как последовательными приращениями пассива в компонентах ПИФ. Есть связь порядка НД по времени с продолжительностью выжидания выражающей этот НД доли пассива момента своего выхода на трансформацию в актив. Такая связь актуальна тем, что при ней не нарушится согласованность в порядках НД, если трансформация пассива в актив произойдёт в не известный заранее момент, как оно характерно для ДИС с изменяющимися параметрами. А вот сама величина порядка по времени у НД инвариантом в переменных условиях не является. Так, НД порядка 1 – выразитель скорости при одних условиях может оказаться НД порядка 2 – выразителем ускорения при вдруг сменившихся условиях, как и, наоборот. Прототип таких перемен – феномен давления, являющийся обычно результатом удара движущегося объекта о встречающееся на его пути препятствие. Установка и, наоборот, ликвидация препятствия на пути выступают источниками такого рода перемен.

В приведённом примере каждый присутствовавший НД порядка $k > 0$ по времени преобразуется в НД порядка $k+1$, как, возможно, и, наоборот. В этом плане, Природа осуществляет дифференцирование или, наоборот, интегрирование всего пассива в целом. Однако традиционный подход не находит определённости со сдвигами в порядке дифференцирования или интегрирования и ясности с прописыванием таких сдвигов в формулах. А в ПИФ ДИС уместнее говорить не о конкретном порядке по времени у НД, а просто об НД как очередном импульсе напряжения [4] в избранной вершине ДИС.

Высвечиваются возможности гибкого регулирования ПИФ ДИС с учётом особенностей окружающей среды. Пропишем это в теоремах и гипотезах [2-3].

Пусть дана ДИС D, которую предполагаем связной по распределению ресурса в целом (как связный орграф по рёбрам смешанного типа [5]). Пусть V – набор всех вершин у D, $\lambda(v)$ – величина уровня трансформации пассива в актив в вершине $v \in V$, $\Lambda = \Sigma\{\lambda(v)|v \in V\}$, F – полный объём ресурса в D, а S_k – вектор распределения ресурса по вершинам ДИС D по окончании акта A_d в компоненте с номером k её ПИФ. Назовём ДИС D стационарной, если у неё не меняются величины относительных проводимостей всех рёбер и все $\lambda(v)$. Проследим за вектором S_k при нарастании k от 0.

Теорема 1. Для стационарной и связной по распределению ресурса ДИС D характерны следующие предельные режимы её ПИФ:

(i) *стационарный*, когда вектор S_k стабилизируется при $k \to \infty$, сосредотачиваясь полностью в активе, это имеет место: всегда, если ДИС D не есть эволюционная модель [4] и $\Lambda = 0$; у некоторых эволюционных ДИС D; при достаточно малых $\Lambda > 0$, когда скоро прекращаются задержки трансформации пассива в актив в вершинах ДИС D;

(ii) *флуктуаций или ритма*, имеющий место при $0 < \Lambda \leq F$, когда не прекращаются задержки трансформации пассива в актив в некоторых вершинах ДИС D, а также почти всегда, когда ДИС D представляет эволюционную модель;

(iii) *вакуума*, когда весь ресурс уходит в пассив, а ДИС становится, по сути, обречённой, это имеет место почти всегда при $\Lambda > F$.

В общем случае в ДИС D как орграфе выделим блоки связности, включая одинокие вершины. Ясно, что изолированные друг от друга блоки уместно изучать раздельно. Иначе же в ДИС D есть такие блоки связности, что будут получать ресурс от других блоков, ничего не выдавая от себя. В пределе весь ресурс у D распределится в этих особых и, очевидно, изолированных друг от друга блоках, а также в пассивах обречённых остальных блоков. ПИФ сохранит активность лишь на особых блоках связности, а режим на них определится теоремой 1. Правда, вряд ли можно заранее узнать предельные объёмы ресурса в особых блоках связности, чтобы сразу применить теорему 1. Но в любом случае обречённость ДИС D в целом менее вероятна. Ведь разность $\Lambda - F$ для всей ДИС D складывается из таких же разностей для её связных блоков. В пределе у обречённых блоков $\Lambda - F \geq 0$, а на части особых блоков разность $\Lambda - F$, наоборот, уменьшится. И даже при условии $\Lambda > F$ на всей D может найтись особый блок, на котором окажется $\Lambda \leq F$. А если изначально $\Lambda \leq F$ на всей D, то найдётся особый блок, в котором отношение Λ/F будет меньше такового на всей D.

Теорема 2. В несвязной по ресурсу ДИС D всегда есть блок связности, режим ПИФ на котором оказывается больше приближен к стационарному, чем это было бы в расчёте на всю ДИС D при условии её ресурсной связности.

В теоремах 1 и 2 существенно, что ДИС D стационарна. Этого почти наверняка не будет в ДИС с вариантом взаимодействия. Многие закономерности и гипотезы в таком случае удаётся выявлять, прибегая к экспериментам, например, на листе Excel.

Теорема-гипотеза 1. У стационарной и связной по распределению ресурса ДИС D с условием $\Lambda = F$ её ПИФ в пределе почти всегда выходит на режим ритма. При этом вектор S_k при $k \to \infty$ выступает периодической функцией, и геометрия её спектра однозначно определяется распределением по вершинам D величин уровней трансформации $\lambda(v)$, а величины относительных проводимостей рёбер D сказываются лишь на фазе у составляющих ПИФ элементарных гармоник.

Здесь важно требование ресурсной связности ДИС D, так как условие $\Lambda = F$ не обязано выполняться на блоках связности. Но, по теореме 2, на вначале обречённых с условием $\Lambda > F$ особых блоках связности ДИС со временем могут проявиться ритмы при достижении условия $\Lambda = F$, а затем и флуктуации при $\Lambda < F$.

Теорема-гипотеза 2. В ДИС D с вариантом взаимодействия закономерности ПИФ на локальном уровне повторяют сведения теорем 1, 2 и теоремы-гипотезы 1. А на глобальном уровне при этом даже у связной по ресурсу ДИС D вероятны ситуации, когда некоторые её вершины или даже блоки оказываются почти полностью лишёнными активного ресурса на протяжении длительного времени, напоминая обречённые блоки у несвязной ДИС, а затем вновь обретают активность, и далеко не малую.

Приведённые теоремы и теоремы-гипотезы имеют много интерпретаций, в том числе, биологической и физической направленности [2-3]. Они позволяют разрешить факты и проблемы, непосильные для традиционных подходов в науке. По сути, вскрыт неизведанный ещё потенциал для формирования и работы физических систем. Используем это применительно к тематике сплошных сред.

В принципе, любая ДИС может рассматриваться как модель-прототип сплошной среды. Многообразие возможных параметров у ДИС указывает на практически неограниченное разнообразие моделируемых с их помощью сред. Каждая вершина ДИС ассоциирует с автономной частицей, которая, однако, не вырождается в точку, но набор функциональных параметров ДИС, тем или иным образом связанных с данной вершиной, позволяет выражать особенности формы, движения и прочие характеристики частицы.

Однородность среды на языке ДИС означает в идеале равенство величин уровней трансформации $\lambda_k(v)$ у всех вершин v и соразмерность величин относительных проводимостей $f_{kd}(w_d)$, $f_{kc}(w_c)$ рёбер при каждой из вершин в любой момент времени, прописанный индексом k, тогда как зависимость от самого k не исключается. Однако расчёт ПИФ ДИС от этих условий ничего не выигрывает.

В чём состоит разница у ДИС-моделей твёрдого тела, жидкости и газа? Традиционно перемены состояния среды от твёрдого к жидкому и далее к газовому воспринимаются через снабжение среды дополнительным активным ресурсом. Предполагая снабжение равномерным по среде, в ДИС-модели это автоматически приводило бы к росту величин НД, включая НД порядка 1, выражающих тепловое движение при вершинах. Участились бы и акты трансформации A_t пассива в актив. Однако явления, известные как фазовые переходы, указывают, что добавление активного ресурса в эти моменты ведёт к росту не теплового движения, а величин теплоёмкости при вершинах ДИС. В согласии с классификацией типов движения в ДИС-фазовом пространстве [4], процесс фазового перехода сопровождается резким падением величин $f_{kd}(w_d)$ у ведущих рёбер ДИС и, наоборот, повышением величины теплоёмкости. Более точно, связи в среде работают по варианту взаимодействия, отчего значения $f_{kd}(w_d)$ растут, в главном, пропорционально общему объёму ресурса в среде и, значит, скоро они начали бы превышать 1. Но такое невозможно, потому и наступает момент вынужденного скачкообразного уменьшения константы взаимодействия и величин $f_{kd}(w_d)$, что и выражается в явлении фазового перехода среды. Потенциально, такие переходы могут свершаться неограниченное число раз. Так что принципиально ДИС-модели среды в разных фазовых состояниях отличаются лишь величиной объёма фигурирующего в них ресурса.

В свою очередь, при фиксированных значениях $f_{kd}(w_d)$ и $\lambda_k(v)$ большему объёму ресурса должно отвечать больше и механического движения [4]. От избытка такого движения среда при переходе в новое фазовое состояние стремится безвозвратно распасться, если нет подходящих дополнительных стабилизирующих сил. По этой же причине бессмысленно говорить об обратном порядке фазовых переходов у среды без учёта дополнительных стабилизирующих её сил. А учёт дополнительных сил означает, по сути, увеличение значений $\lambda_k(v)$ и уменьшение частоты свершения актов трансформации A_t пассива в актив. Строго говоря, это уже другая среда. Скачкообразное увеличение значений $\lambda_k(v)$ ведёт к уменьшению величин НД порядка 1, теплового движения, средней величины актива в среде, значений $f_{kd}(w_d)$, и, наоборот, появлению или увеличению вращательного движения [4], сопровождающегося вихрями. Складывается ситуация, стимулирующая обратный ход состояний среды – от газового к жидкому и далее к твёрдому. Обычно увеличение значений $\lambda_k(v)$ касается лишь части вершин ДИС, так что почти всегда приходится иметь дело с неоднородной средой и даже сразу с несколькими её состояниями.

Далее, эффекты смачивания и несмачивания являются не внутренним свойством сплошной среды, но они характеризуют реакцию среды на её окружение и затрагивают лишь её пограничные элементы. При смачивании у части вершин v ДИС, выражающих пограничные элементы среды, имеет место уменьшение величин $\lambda_k(v)$ и эти элементы оказываются [4] более подвижными по сравнению с другими, а при несмачивании имеет место, наоборот, увеличение $\lambda_k(v)$ и тенденция к компактификации среды, к проявлению аналогов состояний с меньшим объёмом ресурса.

Традиционно силы трения считаются следствием статических сил давления, увязываясь через некий коэффициент пропорциональности k_t, являющийся характеристикой природы самой среды. А сила давления в среде больше диктуется внешними условиями.

Правда, для среды в объёме астрономического порядка можно говорить о внутреннем происхождении сил давления посредством сил тяготения между элементами среды. В ДИС-модели среды это выражалось бы в некой тенденции монотонного роста значений $\lambda_k(v)$ от элементов v, выражающих периферию среды, к элементам v, выражающим центральную часть среды. Наличие такой тенденции скоро приводило бы к большей концентрации ресурса и нагреву среды в её центре по сравнению с периферией, однако этот нагрев в центре в меньшей мере стимулирует фазовые переходы, чем оно было бы на периферии. В принципе, это является отдельной самостоятельной задачей.

В обычных ситуациях сила тяготения между элементами среды имеет ничтожно малый вклад в происхождение давления по сравнению с внешней силой тяготения. Но и при этом рост давления в среде означает рост значения $\lambda_k(v)$ и суммы НД порядка > 1 в соответствующих вершинах v ДИС-модели. Более точно, указанная сумма НД порядка > 1 является выразителем напряжения $u(v)$ в локальном месте v среды, а силовые проявления, включая давление и трение, выражаются долями актива, в который трансформируется при акте A_t напряжение $u(v)$, и эти доли почти всегда увязаны коэффициентами пропорциональности. При этом статические показатели сил при вершине v укладываются в ту часть указанного актива, что не получает распределения в другие вершины при следующем за A_t акте A_d по ведущим рёбрам ДИС, и эта часть именуется как стабильное вращательное движение [4]. А часть, распределяемая по ведущим рёбрам ДИС, именуется просто вращательным движением и отражает уже динамические показатели сил при вершине v. Потребности в выделении сил и соответствующих им долей актива могут быть различными, в том числе чисто искусственными. Здравый смысл в ДИС-модели несут комбинации из тех частей актива, что поступают из вершины v по различным ведущим рёбрам в акте A_d. Так как статические показатели сил не претерпевают дифференциации в акте A_d, они и смотрятся как предшественники динамических показателей сил, в частности, силы трения есть следствия статических сил давления. Однако динамические показатели сил, проявляющиеся в акте A_d, сказываются на накоплении напряжения $u(v)$ в последующем акте A_c и формировании очередных статических показателей сил. Так что и статические силы давления являются, в определённом смысле, следствием сил трения.

Теперь легко сообразить, что на языке ДИС-моделей пористая среда отличается от сплошной наличием зон из элементов v, имеющих уменьшенное значение всех связанных с ними функциональных параметров: $f_{kd}(w_d)$, $f_{kc}(w_c)$, $\lambda_k(v)$. В идеале значения этих параметров может быть $= 0$, и тогда зоны предстанут буквально как пустоты. Пористые зоны более разрежены, менее напряжены и более "легки" по сравнению с остальной частью пористой среды. Окажись пористое тело в сплошной среде той же природы, оно бы "стремилось всплыть". А при инородной окружающей среде надо будет учесть её влияние на пограничные элементы пористого тела. При эффекте смачивания пористое тело должно ещё более "полегчать", а при эффекте несмачивания, наоборот, несколько "потяжелеть". Случаи, когда окружающая среда проникает в поры помещённого в неё тела, сопровождаются, по сути, переменами состава этого тела, и здесь многое может зависеть от организации процесса проникновения. Однако после продолжительного времени ситуация напомнит уже рассмотренный случай с пористым телом, но с иными соотношениями функциональных параметров: $f_{kd}(w_d)$, $f_{kc}(w_c)$, $\lambda_k(v)$. Чем меньше значения этих параметров по отношению к объёму ресурса в элементе v, тем "легче" оказывается этот элемент v в среде.

Проведённый качественный анализ допускает апробацию и проверку на примерах ДИС-моделей в ранге ДИС-компьютеров [1-4]. Он же даёт базу для интерпретаций закономерностей в ДИС-моделях. Расчёт ПИФ ДИС и анализ его графика осуществимы на листе Excel с привлечением языка VBA. И в завершение интересно отметить, что в ситуациях, отвечающих теореме-гипотезе 2, аналоги обречённых блоков в ДИС-модели указывают на появление разрывов и турбулентных явлений или трещин в среде. При этом, чем меньше ресурса в среде, чем состояние среды ближе к твёрдой фазе, тем дольше сохраняется аналог обречённости.

Список литературы

[1] Сизиков В.П. ДИС-технология мониторинга – основные подходы // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2009. Т. 18. № 12.

[2] Сизиков В.П. Применение ДИС-технологии в изучении эволюции // Журнал проблем эволюции открытых систем. 2009. Вып. 11, Т. 1.

[3] Сизиков В.П. К имитационному моделированию на базе ДИС-технологии // Омский научный вестник. 2010. № 1 (87).

[4] Разумов В.И., Сизиков В.П. Информационные основы синтеза систем. В 3 ч. Часть II. Информационные основы синтеза. Омск: ОмГУ, 2008. 340 с. www.omsu.ru/file.php?id=4265.

[5] Разумов В.И., Сизиков В.П. Основы теории динамических информационных систем. Омск: ОмГУ, 2005. 212 с. www.omsu.ru/file.php?id=4264.