

М.С.Воронин, Л.А. Мержиевский. Ударно-волновое деформирование полимеров

Моделирование ударно-волнового деформирования полимерных сред

М.С. Воронин

Объединенный институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
(Новосибирск), Россия

Л.А. Мержиевский

Объединенный институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
(Новосибирск), Россия

e-mail: merzh@hydro.nsc.ru

Для моделирования ударно-волновых процессов в полимерных средах строится модель вязко-упругого тела максвелловского типа. Модель базируется на описании релаксации касательных напряжений при деформировании среды, что позволяет математически единообразно описывать различные фазовые состояния среды. Полная общая система уравнений и детальное описание особенностей используемой модели приводится в [1]. Для решения рассматриваемых в работе задач достаточно использовать систему уравнений модели в плоском нестационарном одномерном случае в главных осях координат (предполагается, что главные оси тензоров напряжений и деформации совпадают), которая имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho r^v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r^v)}{\partial r} &= 0; \quad \rho = \rho_0 \exp(-h_1 - h_2 - h_3) \\ \frac{\partial(\rho u r^v)}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho u^2 - \sigma_1) r^v]}{\partial r} + v r^{v-1} \sigma_2 &= 0, \\ \frac{\partial[\rho(E + u^2/2) r^v]}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho u(E + u^2/2) - \sigma_1 u) r^v]}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} + u \frac{\partial h_2}{\partial r} - \frac{v(3-v)}{2} \frac{u}{r} &= -\frac{d_2}{\tau}; \quad q = \frac{1}{3} \ln \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{3}(h_1 + h_2 + h_3), \\ \frac{\partial h_3}{\partial t} + u \frac{\partial h_3}{\partial r} - \frac{v(3-1)}{2} \frac{u}{r} &= -\frac{d_3}{\tau}; \quad d_i = h_i - q, \\ E = E(h_i, S), \quad \tau = \tau(h_i, S), \quad \sigma_i = \rho \frac{\partial E}{\partial h_i}, \quad T = \frac{\partial E}{\partial S}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь ρ_0, ρ – начальная и текущая плотность среды; u – скорость; t, r – время и пространственная координата; E – удельная внутренняя энергия; σ_i, h_i – главные напряжения и логарифмы коэффициентов растяжения вдоль главных осей, $i = 1, 2, 3$; S – энтропия; T – температура; τ – время релаксации касательных напряжений; $v = 0, 1, 2$ – в

случаях плоской, цилиндрической и сферической симметрии. В качестве меры деформаций выбран тензор Генки в главных осях. Для замыкания системы необходимы зависимости $E = E(h_i, S)$ и $\tau = \tau(h_i, S)$, характеризующие конкретный материал. Суть построения модели для конкретной среды заключается в построении этих двух определяющих соотношений.

При построении уравнения состояния $E = E(h_i, S)$ (далее УрС) используется традиционный подход Ми-Грюнайзена разделения энергии среды на упругую и тепловую составляющие. В данном случае удельная внутренняя энергия выражается через свободную энергию, для которой принимается, что она является функцией первого и второго инвариантов тензора деформаций и температуры:

$$F = F_X + F_{dev} + F_T \quad (1.2)$$

F_X , F_T – холодная и тепловая составляющие, F_{dev} – девиаторная составляющая, учитывающая изменение состояния среды при нешаровом тензоре деформаций. Упругая (холодная) составляющая выбирается с использованием имеющейся в литературе информации о ранее строившихся УрС [2, 3] как для полимеров, так и для других сред. Девиаторное слагаемое выбирается в соответствии с [4]. Тепловое слагаемое строится на основе устоявшихся в литературе представлений о теплоемкости полимеров [5]. Окончательная формулировка построенного в работе УрС имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta &= \exp[-(h_1 + h_2 + h_3)] = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad D = (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2)/2; \\ F_X(\delta) &= V_0 \left(\frac{a\delta^{m-1}}{m-1} + \frac{b\delta^{n-1}}{n-1} \right) - F_{X0}; \quad P_X(\delta) = a\delta^m + b\delta^n - P_{X0}; \\ F_{dev}(\delta, D) &= 2c_{\perp}^2 \delta^{\xi_0} D; \\ F_T(\delta, T) &= R_m T \sum_{i=1}^3 N_i \ln(1 - e^{x_i}) - \frac{1}{2} \beta(\delta) T^2; \\ x_i &= \frac{\theta_i(\delta)}{T}; \quad \theta_i = \theta_{0i} \delta^{\gamma_i}; \quad \beta(\delta) = \beta_0 \delta^{-\Gamma_e}; \\ E_T(\delta, T) &= R \sum_{i=1}^3 \frac{N_i \theta_i}{e^{x_i} - 1} + \frac{1}{2} \beta(\delta) T^2 = R \sum_{i=1}^3 E_i^T + E_e; \\ P_T(\delta, T) &= \rho_0 \delta \left(\sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i^T + \Gamma_e E_e \right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

где m , n , ξ_0 , β_0 , N_0 – интерполяционные константы. Часть параметров находятся из наилучшего соответствия расчетной и экспериментальной ударной адиабаты. Аппроксимация УрС полимеров проводилась в диапазоне давлений до 100 ГПа.

Выбор зависимости для времени релаксации касательных напряжений основывается на термоактивируемой природе механизмов структурной релаксации в полимерах [6]. Отправным выражением является формула Больцмана-Аррениуса, в которой учитываются влияние термодинамического состояния и характеристик процесса на изменение энергии активации:

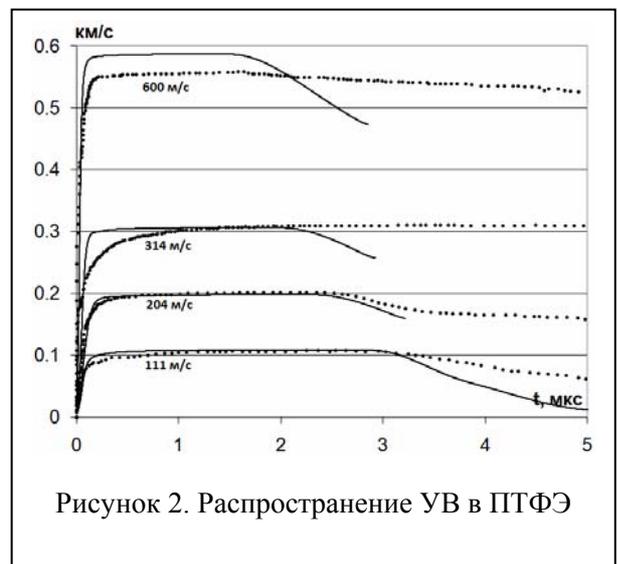
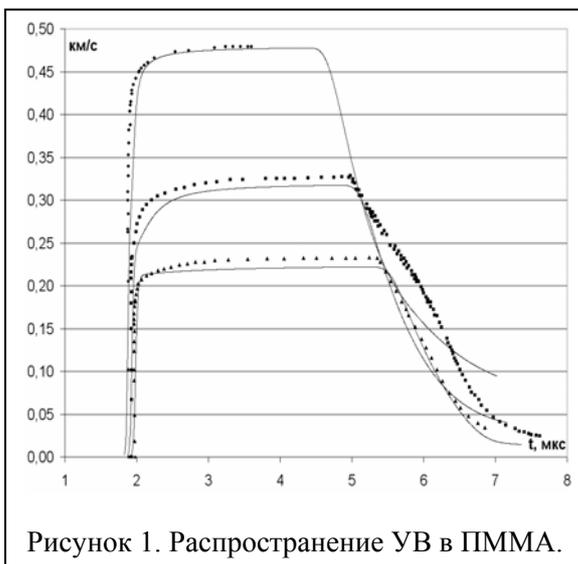
$$\tau(h_1, h_2, h_3, T) = \sum_i \tau_{0i} \exp\left(\frac{U_{0i} - \alpha_i(T, \dot{\epsilon})\sigma_{\text{int}}}{RT}\right),$$

$$\alpha_i(T, \dot{\epsilon}) = \alpha_{0i} \cdot (1 + \alpha_{1i}(\dot{\epsilon}) \cdot \Delta T), \quad \Delta T = T - T_0, \quad (1.4)$$

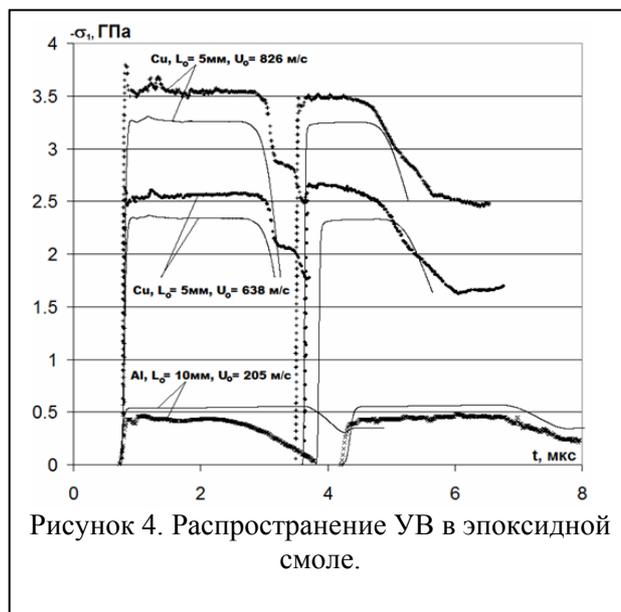
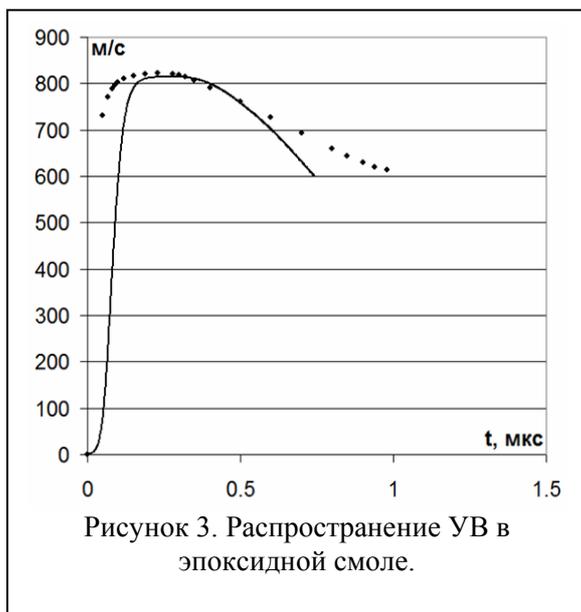
$$\sigma_{\text{int}} = \sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]}.$$

где U_{0i} – энергия активации механизма релаксации при начальных условиях, τ_{0i} – характерное время активации структурной единицы этого механизма либо время перехода этой единицы из одного равновесного состояния в другое, α_{0i} – интерполяционные константы, α_{1i} – имеет смысл коэффициента упрочнения/разупрочнения и чаще всего является константой. Необходимость нескольких слагаемых связана с тем, что в зависимости от температуры и напряжения доминирует какой-либо один из нескольких механизмов релаксации. Значения U_{0i} взяты [7-9], остальные параметры времени релаксации (1.4) находятся при помощи решения задачи о растяжении тонкого стержня в рамках сформулированной модели на основе минимизации расхождения расчетных и экспериментальных диаграмм деформирования.

С использованием построенных определяющих соотношений модели решен ряд задач динамического и ударно-волнового деформирования полимеров. На рис. 1 (зависимости массовой скорости от времени) сравниваются с экспериментальными данными [10] результаты расчетов распространения ударных волн различной амплитуды в ПММА.

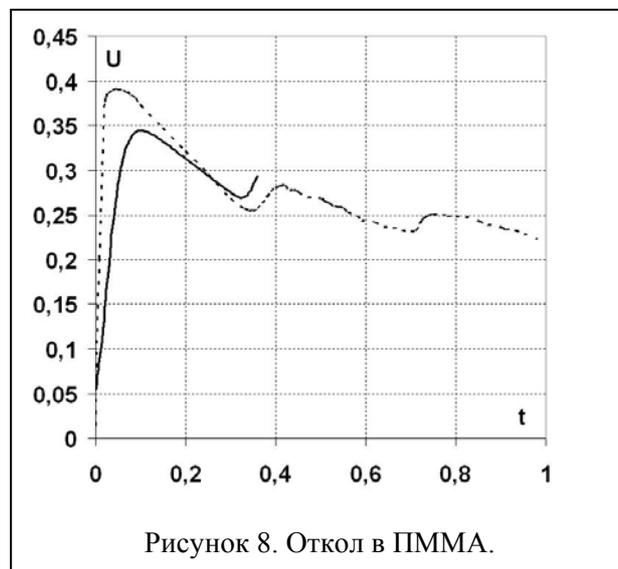
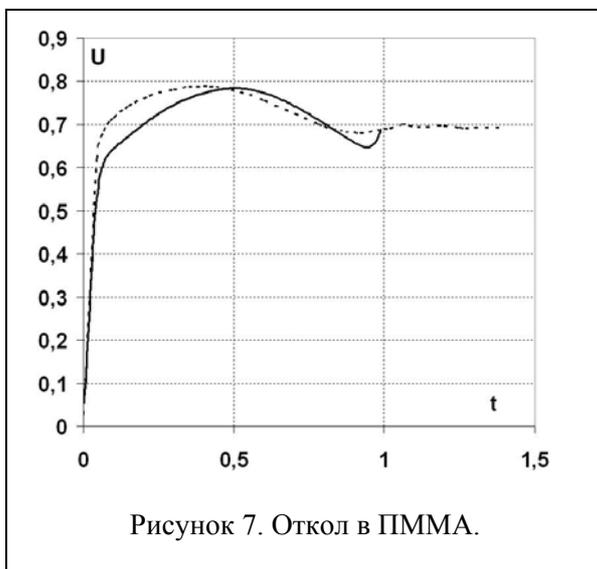
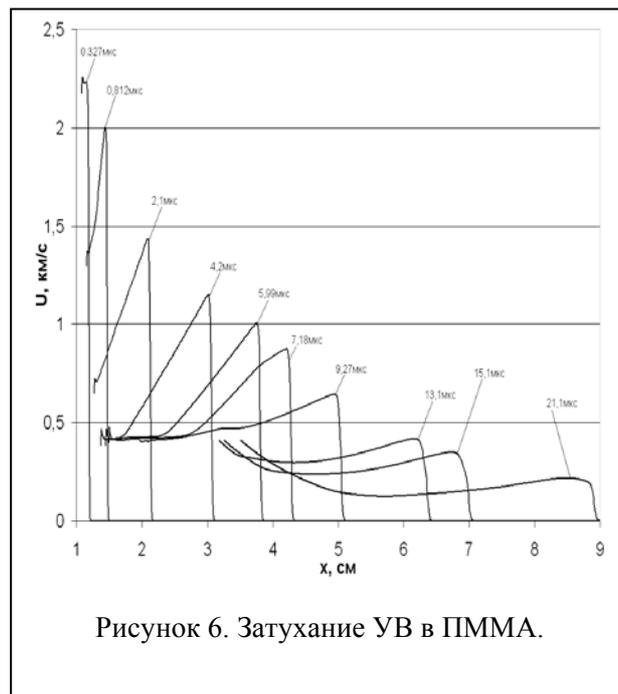
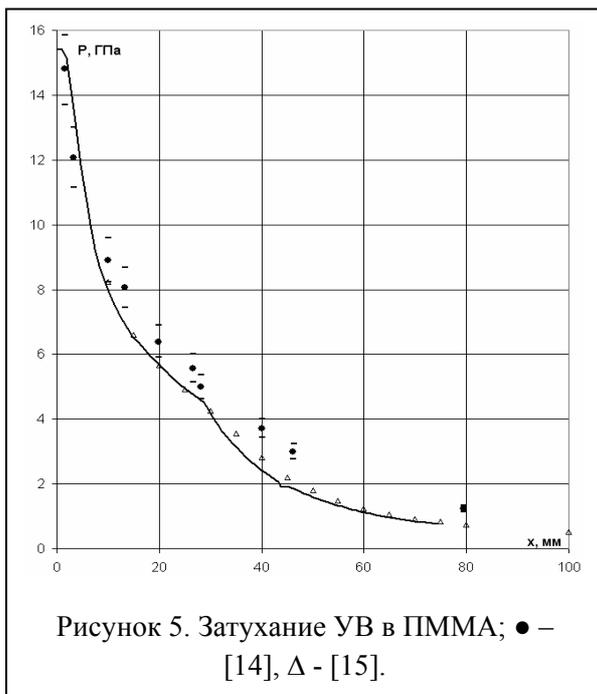


Аналогичное сравнение для ПТФЭ и эпоксидной смолы проводится на рис. 2 и 3, (эксперименты [12], приведены скорости свободной поверхности мишени). На рис. 4 показаны результаты расчетов распространения ударной волны в эпоксидной смоле при нагружении ударом через экран, эксперимент [13].



На рис. 5,6 (давление и массовая скорость) приводится решение задачи о затухании ударной волны в ПММА при взаимодействии с догоняющей волной разрежения в случае взрыва на поверхности образца заряда взрывчатого вещества (эксперименты [14,15]).

Для расчета откола в ПММА, возникающего при выходе ударной волны на свободную поверхность образца был использован кинетический критерий Журкова. Результаты расчетов показаны на рисунках 7, 8 в форме зависимостей массовой скорости от времени (скорость в км/с, время в микросекундах). На рис.7 приведено решение задачи об ударе плексигласового ударника толщиной 2,16 мм по мишени толщиной 8,3 мм со скоростью 850 м/с, на рис. 8 - удар по такой же мишени тонкой (0,2 мм) алюминиевой фольгой (скорость 660 м/с). Расчет достаточно точно передает фиксируемую в экспериментах зависимость [12] массовой скорости от времени; четко выделяется «откольный импульс», позволяющий рассчитать параметры откола.



Библиография

1. Годунов С.К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978. 304 с.
2. <http://www.ficp.ac.ru/rusbank/>.
3. Глушак Б.Л., Гударенко Л.Ф., Стяжкин Ю.М. Полуэмпирическое уравнение состояние металлов с переменной теплоемкостью ядер и электронов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математического моделирования физических процессов, 1991, Вып. 2, С. 57-62.
4. Годунов С.К., Козин Н.С., Роменский Е.И. Уравнение состояния упругой энергии металлов при нешаровом тензоре деформации // ПМТФ, 1974, №2, С. 123-128.

5. Wunderlich B. Thermal Analysis of Polymeric Materials, Springer Berlin Heidelberg, 2005.
6. Бартнев Г.М., Френкель С.Я. Физика полимеров. Ленинград: Химия, 1990.
7. Берштейн В.А., Егоров В.М. Общий механизм β -перехода в полимерах // Высокомолекулярные соединения, 1985, Т. (А) XXVII, №11, С. 2440 – 2450.
8. Берштейн В.А., Егоров В.М., Емельянов Ю.А. Взаимосвязь основных релаксационных переходов в полимерах // Высокомолекулярные соединения, 1985, Т. (А) XXVII, №11, С. 2451 – 2456.
9. Козлов Г.В., Сандитов Д.С. Ангармонические эффекты и физико-механические свойства полимеров, Новосибирск: ВО «Наука», Сибирская издательская фирма, 1994. 261 с.
10. Barker L. M., Hollenbach R. E. Shock-Wave Studies of PMMA, Fused Silica, and Sapphire // J. of Appl. Physics, 1970, 41, № 10, p. 4208-4226.
11. Bourne N.K., Gray III T.G. Dynamic response of binders; Teflon, estane and Kel-F-800 // J. of Appl. Physics, 2005, 98, 123503.
12. Kanel' G.I. et al., Experimental profiles of shock waves, Preprint of Scientific Association IVTAN of RAS, 1996.
13. Millett J.C.F., Bourne N.K., Barnes N.R., The behavior of an epoxy resin under one-dimensional shock loading // J. App. Phys., 2002, 92, No. 11, p. 6590-6594.
14. Bourne N.K., Milne A.M., Biers R.A. Measurement of the pressure pulse from a detonating explosive // J. Phys. D: Appl. Phys. 38, 2005, p. 1984-1988.
15. Liddiard Jr T. P., The Compression of Polymethyl Methacrylate by Low Amplitude Shock Waves, Fourth Symposium on Detonation, 1965, p. 214 – 221.