

# Численное исследование двумерного течения сжимаемого газа с двумя последовательно расположенными препятствиями

С.Д. МАУСУМБЕКОВА

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы*  
e-mail: mausumbekova@mail.ru

## Аннотация

В данной работе численно моделируется процесс образования и взаимодействия вихрей при обтекании последовательно расположенных тел, потоком сжимаемого газа. Исследовано влияние расположения препятствий, расстояний между ними на структуру течения. Для повышения порядка аппроксимации динамических характеристик на препятствии применяется линейная и билинейная интерполяции. Приведено качественное сравнение изменения коэффициента подъемной силы с численными расчетами других авторов.

**Ключевые слова:** Гидроупругая неустойчивость; Численное моделирование; Обтекание двух тел; Число Маха.

## Введение

Исследования течений вокруг одного или ряда цилиндров имеют важную практическую ценность. Основную часть сооружений, как трубы теплообмена, охлаждающие системы атомных электростанций, морские платформы, дымовые трубы, электрические кабели и т.д., формируют цилиндры с круговым сечением. Упомянутые конструкции подвергаются воздействию потока воздуха или воды, следовательно, вырабатывают возбуждаемые потоками вибрацию, которые приводят к разрушению конструкции. Разрушения теплообменных агрегатов, которые непосредственно связаны с вибрациями, возбуждаемым потоком зачастую приводят к многочисленному простоям энергетических установок. Во многих случаях истинная причина возникновения вибраций неизвестна, однако обычно ее связывают с одной из следующих причин: срывом вихрей (сопровождающимся или не сопровождающимся акустическим резонансом), импульсной турбулентностью, гидроупругой неустойчивостью, зависящей от режима колебаний. Когда частота срыва вихрей приближается к частоте собственных поперечных акустических колебаний ограниченного объема в поперечном направлении (т.е. акустической моды, связанной, главным образом, с движением акустической среды в направлении перпендикулярном как оси труб, так и направлению потока, и затухающей вне пучка) может наступить резонанс. Чтобы избежать эту ситуацию и улучшить дизайн конструкций необходимо понимать детали взаимодействия поток - конструкция. Эти знания могут быть улучшены экспериментальными и численными моделями. В прошлых десятилетиях несжимаемое течение вокруг одного

цилиндра хорошо изучался, и сейчас рассматривается как классический случай для обоснования новых численных схем. С точки зрения геометрической конфигурации течение вокруг двух цилиндров может рассматриваться как расширенный случай изолированного цилиндра. Несмотря на это, соответствующая задача имеет свои трудности, связанные с взаимодействием течений между препятствиями. Положение каждого препятствия в потоке, относительно соседних, определяет возмущения и изменения, вносимые в поток перед препятствием и за ним. Геометрическое расположение двух цилиндров, в общем можно разделить, на расположенных параллельно, тандемом, и в шахматном порядке в соответствии с направлением свободного потока. Эти расположения экспериментально и численно изучались многими исследователями [1-4]. Из-за избытка интереса к характеристикам течения, исследования течений вокруг пары цилиндров остается актуальным.

### Основные уравнения

В данной работе рассматривается плоское обтекание одиночного препятствия, двух тел, расположенных тандемом, также расположенных вертикально потоком сжимаемого турбулентного газа в поле силы тяжести, описываемое нестационарными уравнениями Навье-Стокса.

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{Fr} \rho - \frac{1}{\gamma M^2} \nabla P + K_M \Delta_b \vec{V} \quad , \quad (1)$$

$$\rho \frac{dT}{dt} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dP}{dt} + K_H \Delta_b T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{V} = 0 \quad , \quad (3)$$

$$p = \rho RT \quad (4)$$

Уравнения (1)-(4) записаны в безразмерной форме. В качестве параметров обезразмеривания приняты характерные величины для рассматриваемого течения:  $H$ - высота рассматриваемой области,  $V_0$  - максимальная скорость невозмущенного потока,  $T_0$  и  $\rho_0$ - температура и плотность на входе, масштаб времени  $t_0 = H/V_0$ , для давления  $P$  и упругости насыщения  $E_0 = \rho_0 RT_0$ . Здесь  $Fr = V_0^2/gH$ —число Фруда,  $K_M = K/Re$ ,  $Re = V_0 H \rho_0/\mu$ ,  $K$ -коэффициент турбулентной вязкости,  $M = \frac{V_0}{(\gamma RT_0)^{1/2}}$ —число Маха,  $g$ —ускорение свободного падения,  $c_p$ —удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\gamma = c_p/c_v$ —показатель адиабаты,  $c_v$ — удельная теплоемкость при постоянном объеме,  $R$ —газовая постоянная воздуха. Турбулентность описывается простейшей экмановской моделью ( $K = const$ ). Основные трудности, возникающие при численном интегрировании системы уравнений (1)-(4) для малых чисел Маха, указаны и исследованы в работах [5]. Рассматриваемая задача решается со следующей постановкой начальных и граничных условий. В начальный момент времени газ находится в состоянии покоя, начальное распределение температуры почти не изменяется с высотой (сухоустойчивая изотермическая атмосфера):  $T = 1 - mz$ ,

$m = 0.01$ , где  $m$  – вертикальный градиент температуры. При этом начальные распределения плотности и гидростатического давления изменяются по экспоненциальному закону вида:  $P^* = \exp\left(-\frac{\gamma M^2}{Fr} z\right)$ ,  $\rho = \exp\left(-\frac{\gamma M^2}{Fr} z\right)$ . На входе задан линейный рост поля скорости по времени  $u = 2t$ ,  $w = 0$  до момента  $t = 0,5$ , далее скорость принимается постоянной  $u = 1$ ,  $w = 0$ , остальные условия следующие:  $T = 1 - mz$ ,  $\rho = \exp\left(-\frac{\gamma M^2}{Fr} z\right)$ . На нижней и верхней границе условия для поля скорости совпадают с условиями на входе, для температуры имеет вид:  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ . На поверхности обтекаемого тела:  $u = 0$ ,  $w = 0$ ,  $T = 1 - mz$ . На выходе приняты мягкие граничные условия. При численном моделировании обтекания препятствий возникают трудности, связанные с удовлетворением граничных условий на препятствии. Известны подходы к разрешению этих проблем, наиболее эффективными среди них можно назвать метод виртуальных границ [6], метод фиктивных областей [7], отличающихся простой реализацией. В данной работе, для решения поставленной задачи рассмотрена вспомогательная задача с применением метода фиктивных областей. Для исключения трудностей, возникающих при численном интегрировании исходной системы уравнений для малых чисел Маха, использована модель гипозвуковых течений [8]. Точное удовлетворение граничных условий на препятствии влияет на определение сил, действующих со стороны жидкости на тело. Для повышения порядка аппроксимации динамических характеристик на препятствии применяются линейная и билинейная интерполяции.

### Анализ результатов

С целью изучения возможностей и свойств вычислительного алгоритма и определения значений свободных параметров были проведены расчеты обтекания одиночного цилиндра, двух цилиндров, расположенных тандемом и рядом поперек, потоком вязкого газа. Расчетная сетка состоит из  $(858 \times 641)$  ячеек с шагами  $h_x = 0,035$ ,  $h_z = 0,025$ , и с шагом по времени  $\tau = 0,0025$ . На рисунках 1-2 приведены линии тока и завихренности, соответственно, полученные при обтекании одного препятствия потоком сжимаемого газа, ( $Re = 100$ ,  $M = 0,026$ ,  $Fr = 0,007$ ,  $m = 0.01$ ) для различных моментов времени. Видно, что в начальный момент времени, образуются вихри противоположных знаков. Затем, вихри, оторвавшись от тела, увеличиваясь в размерах, вытягиваются в направлении потока. Распределения завихренности и полей скорости показывают, образование вихревой дорожки за телом.

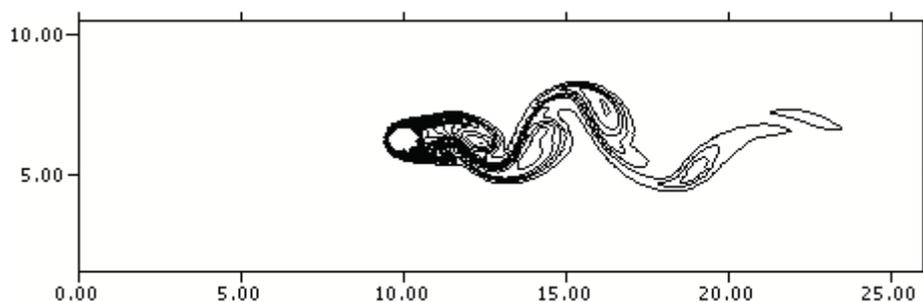


Рис. 1. Картина течения при обтекании одного цилиндра при  $t = 15$ .

При численных расчетах с применением линейной интерполяции для точного удовлетворения граничных условий на препятствии, и без интерполяции, качественных изменений

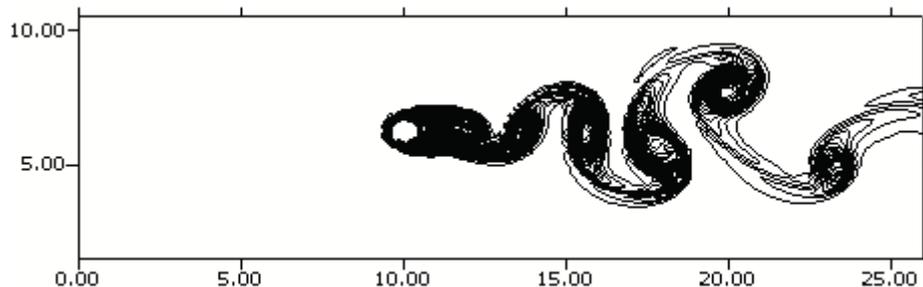


Рис. 2. Картина течения при обтекании одного цилиндра при  $t = 45$ .

не наблюдалось, однако, как следует из таблицы, где приведены коэффициенты подъемной силы, имеется количественное различие. Важно отметить, что при достаточно малом значении параметра метода фиктивных областей оба подхода привели к идентичным и устойчивым результатам.

Таблица 1. Значения коэффициентов подъемной силы

N	с интерполяцией		без интерполяцией	
	$\varepsilon = 10^4$	$\varepsilon = 10^3$	$\varepsilon = 10^4$	$\varepsilon = 10^3$
2244	0,0473	0,0485	0,0485	0,0487
3500	-0,234	-0,206	-0,222	-0,23
4002	-0,0427	-0,0534	-0,0512	-0,0497
5363	-0,0546	-0,0474	-0,0465	-0,0475
6528	-0,159	-0,128	-0,139	-0,146
9012	0,136	0,126	0,124	0,126

На рисунке 3 приведена зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании одного цилиндра сжимаемым газом. Виден периодический характер течения. Полученные результаты сравниваются с расчетами [9]. Численные расчеты показали, что максимальное значение коэффициента подъемной силы при обтекании одного препятствия равна 0.286, что соответствует расчетам [10].



Рис. 3. Зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании одного препятствия.

Картины обтекания двух цилиндров, расположенных на расстоянии  $\ell_x = 2d$ , приведены на рисунках 4-5 ( $Re = 100$ ,  $M = 0,026$ ,  $Fr = 0,007$ ,  $m = 0.01$ ) для различных моментов

времени. Видно, что в начальный момент времени, аналогично, обтеканию одиночного тела за каждым телом образуются вихри противоположных знаков. Затем, поток, оторвавшийся от переднего тела, присоединяется ко второму, в результате чего затрудняется сход вихрей с переднего тела, происходит замыкание области, состоящей из переднего тела, следа за ним и второго препятствия и, как следует из рисунка, осуществляется обтекание одного широкого препятствия. И в этом случае вихри, формирующиеся за вторым препятствием, характеризуются значительными горизонтальными размерами. На рисунке 6

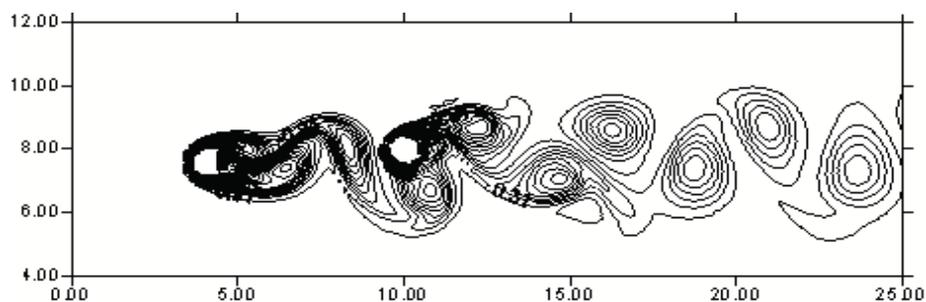


Рис. 4. Картина течения при обтекании двух цилиндров при  $t = 15$ .

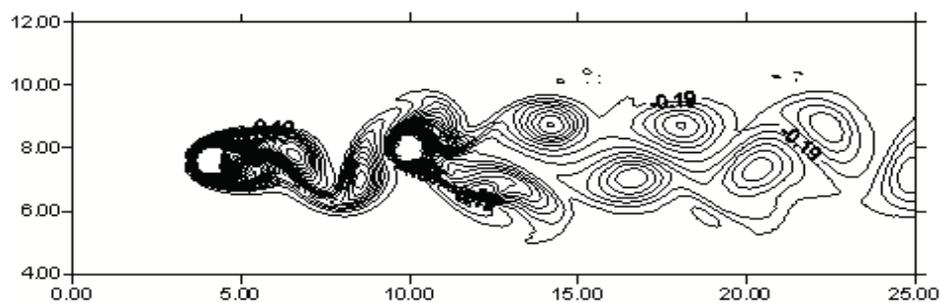


Рис. 5. Картина течения при обтекании двух цилиндров при  $t = 45$ .

приведена зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании двух препятствий, расположенных тандемом. Как видно из рисунка максимальные значения коэффициентов за первым (0,331) и вторым препятствием (1,591) отличаются существенно.

Наряду с выше рассмотренной задачей обтекания тел, расположенных тандемом, численно моделируются наименее изученные случаи обтекания тел, расположенных рядом поперек потока. На примере обтекания стратифицированным потоком двух цилиндров, расположенных рядом поперек потока, с расстояниями,  $\ell_z = 2d$ , показано распределение завихренности за телами показано распределение функции тока и завихренности за телами (рис.7).

На рисунке 8 приведена зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании двух препятствий, расположенных вертикально. Как видно из рисунка максимальные значения коэффициентов за верхним (0,332) и нижним препятствием (0,451) отличаются не намного как при обтекании двух препятствий, расположенных тандемом. Из-за большого расстояния между препятствиями значения амплитуды колебания не

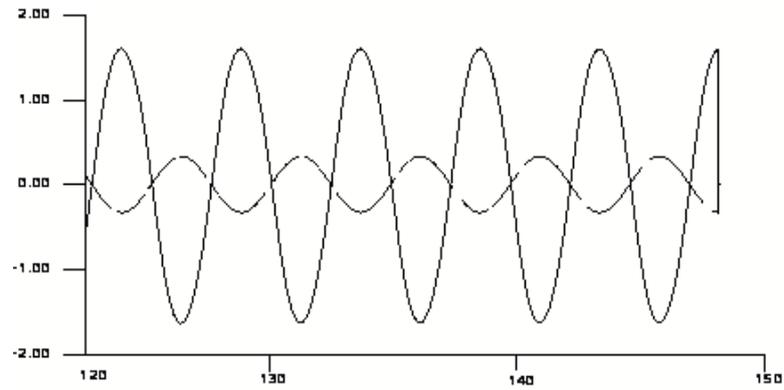


Рис. 6. Зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании двух препятствий, расположенных тандемом.

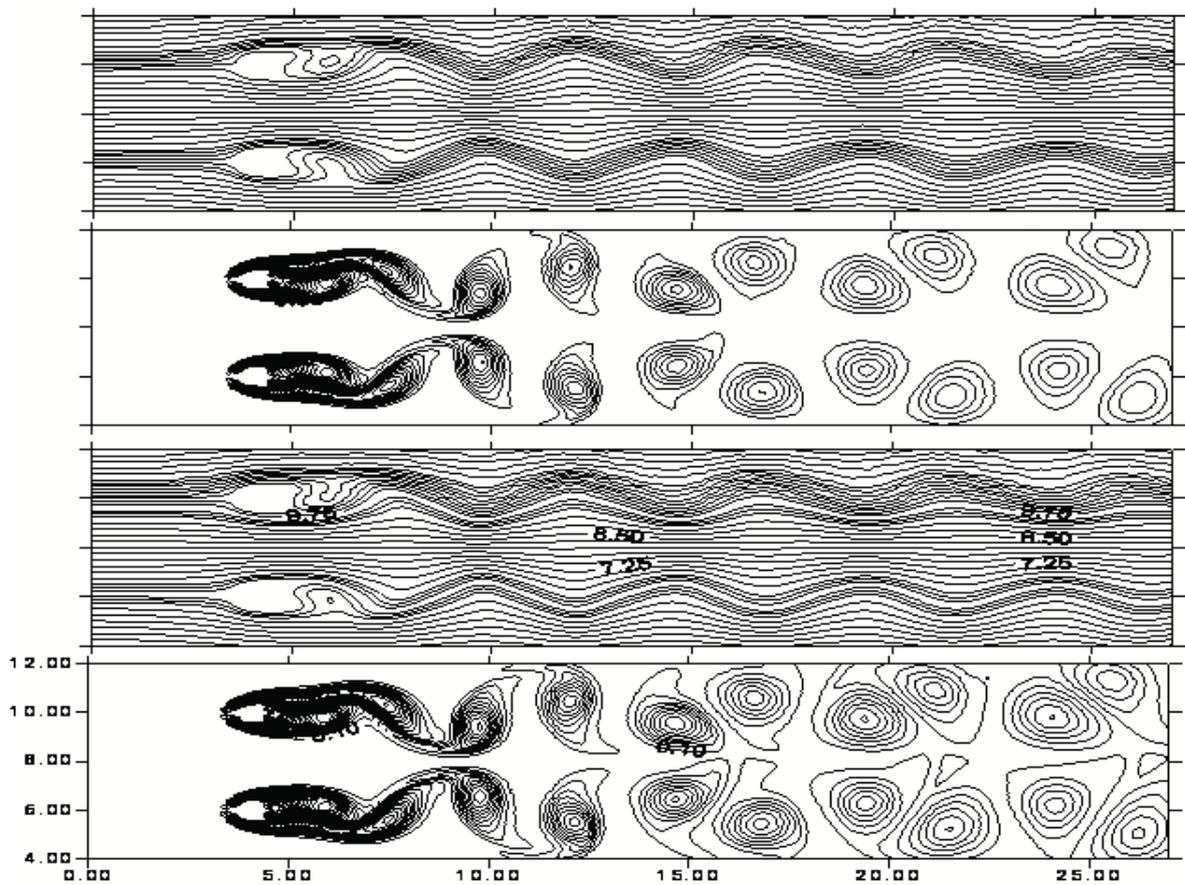


Рис. 7. Картина обтекания двух препятствий, расположенных вертикально при  $t = 15$ .

больше расстояния между препятствиями и вихревой след за ними аналогичен случаю обтекания одного препятствия.

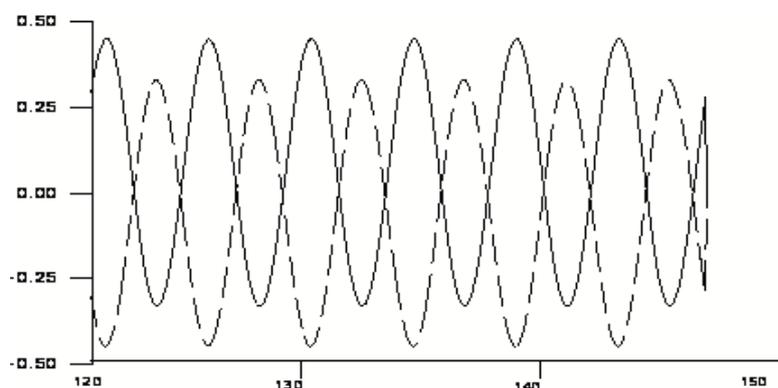


Рис. 8. Зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании двух препятствий, расположенных вертикально.

## Список литературы

- [1] ZDRAVKOVICH M.M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. // *Journal of Fluid Engineering*. 1977. № 99. P. 618-633.
- [2] BEARMAN P.W., WADCOCK A.J. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream. // *Journal of Fluid Mechanics*. 1973. № 61. P. 499-511.
- [3] WILLIAMSON C.H. Evaluation of a single wake behind a pair of bluff bodies. // *Journal of Fluid Mechanics*. 1985. № 159. P. 1-18.
- [4] MITTAL S, KUMAR V. Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements. // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1999. № 31. P. 1087–1120.
- [5] ЛАПИН Ю.В., СТРЕЛЕЦ М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. – 368 с.
- [6] КИМ J., КИМ D., СНОИ H. An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. // *Journal of Computational Physics*. 2001. V.171. P. 132–150.
- [7] ВАБИШЕВИЧ П.Н. Метод фиктивных областей в задачах математической физики. М.: МГУ, 1991. – 156 с.
- [8] АЛИЕВА Б.К., НАЙМАНОВА А.Ж. Численное моделирование явления резонанса в дорожке типа Кармана. // *Вычислительные технологии*. 2004. Т.9, № 2.
- [9] BRAZA M., CHASSAING P., HA MINH H. Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields near wake of circular cylinder. // *Journal of fluid mechanics*. 1986. V.165, № 79. P. 1087–1120.
- [10] LIU C., ZHENG X., SUNG C.H. Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows. // *Journal of Computational Physics*. 1998. V.139, № 35. P. 132–150.