

Один из подходов численного моделирования стока влаги в открытых каналах.

П. С. ВЕНГЕРСКИЙ

Львовский национальный университет им.И.Франко

e-mail: p_vengersky@franko.lviv.ua

Я. В. КОКОВСКАЯ

В данной работе рассматривается один из подходов моделирования стока несжимаемой жидкости в псевдопризматическом открытом канале с вертикальной линией симметрии. Предполагается, что глубина потока достаточно мала по сравнению с радиусом кривизны линии среднего дна. Описаны условия устойчивости для установленного потока. Введен один из изменяющихся параметров потока, что характерно для меняющегося рельефа местности, корректив средней скорости и проанализировано его использование в разных видах русел. Сформулирована вариационная постановка задачи, для решения которой использован метод конечных элементов. Разработано программное обеспечение, которое апробированно на многих примерах, некоторые из них имеют аналитическое решение, а также проведено сравнение результатов с лабораторными исследованиями других ученых.

Выберем систему координат следующим образом: примем за координатную линию x_1 линию среднего дна, а за координатные линии x_2 и x_3 - прямые, что лежат у нормальной до линии дна плоскости так, что x_2 направлена горизонтально (Рис.1). Предположение о малости глубины потока по сравнению с радиусом кривизны линии среднего дна связано с выбором этой системы координат.

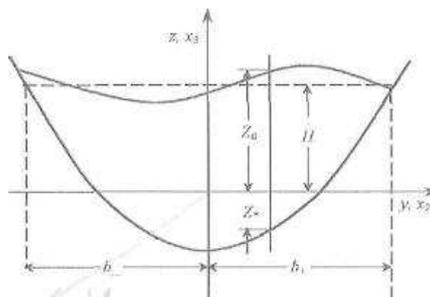


Рис. 1. Поперечное сечение потока.

Запишем гидравлическое уравнения одномерного неустановленного медленно-переменного движения[1,2]

$$\frac{\partial(UF)}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = q; \quad (1)$$

$$\frac{1}{g} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial \alpha U}{\partial x} - \frac{\alpha - 1}{F} U \frac{\partial F}{\partial t} \right) + \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 R} = i. \quad (2)$$

где U -скорость потока и F - площадь поперечного сечения потока - неизвестные; $g=9.8m/c^2$ - ускорение силы тяжести ; $c=const$ - коэффициент Шези ; $i=\sin \delta$ -наклон линии дна ;

Рассмотрим изменение направления русла на местности. Для этого русло реки разбиваем на прямолинейные сегменты $[A_0, A_1]$; $[A_1, A_2]$; $[A_2, A_3]$ (Рис.2,3). На каждом из этих промежутков используется локальная система координат. Для перехода к локальной системе координат на другом прямолинейном участке используется следующее преобразование системы однородных координат.

$$(x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (x - x_0, y - y_0, 1) \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= ((x - x_0) \cos \varphi - (y - y_0) \sin \varphi, (x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi, 1)$$

Переходы от одной системы координат к другой учтены для моделирования русла любой конфигурации.

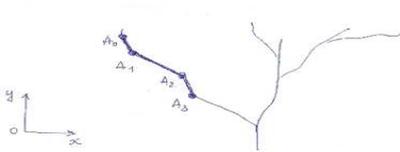


Рис. 2. Форма русла реки

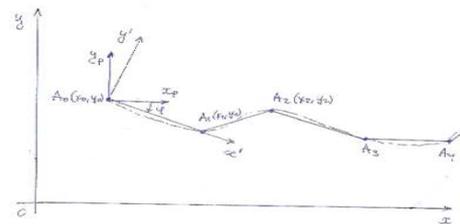


Рис. 3. Изменение локальной системы координат

Тестовый пример

Допустим, что заданы такие входные параметры: $\alpha=1, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1, \Delta t = 0.007, B=20, g=9.8, C=60, R=1$. Поворот русла изменялся для $\theta_1 = 0^\circ; \theta_2 = 90^\circ; \theta_3 = 30^\circ$.

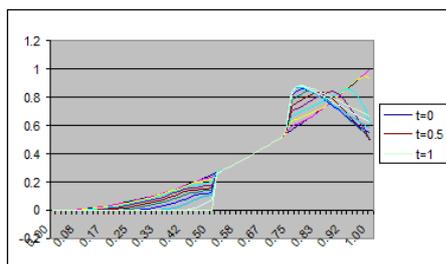


Рис. 4. Площадь поперечного сечения потока при повороте русла (120 SE)

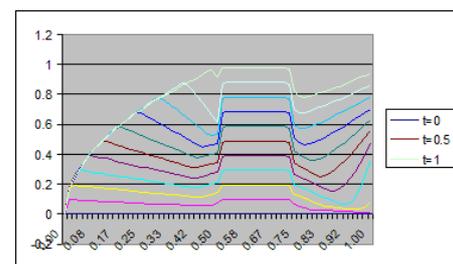


Рис. 5. Скорость потока при повороте русла (120 SE)

Из анализа результатов Рис.4, 5 видно влияние кривизны русла на смену скорости и площади поперечного сечения потока. Задача решалась на разной сетке, показано влияние выбора шага сетки, исследованы порядок сходимости аппроксимационной схемы. Для проверки достоверности найденных решений проводилось сравнение с аналитическими решениями, а также с лабораторными исследованиями других ученых.

Список литературы

- [1] Картвелишвили Н.А. Неустановившиеся открытые потоки. —Л., Гидрометеиздат, 1968.
- [2] Венгерський П.С., Коковська Я.В. Про математичні моделі руслового стоку рідини. Dynamical System Modeling and Stability Investigation: "DSMSI-2009": International Conference: Theses of conference reports. May 27—29. — Kyiv, 2009. — P. 119.