

# Моделирование распространения ударной волны в микроканале с учетом эффектов вязкости

М.С. ИВАНОВ, Г.В. ШОЕВ, Е.А. БОНДАРЬ,  
Д.В. Хотяновский, А.Н. Кудрявцев

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН*

e-mail: ivanov@itam.nsc.ru

Проведены численные исследования процессов входа и распространения ударной волны в микроканале с использованием кинетического и континуального подходов. Показано усиление ударной волны после входа в микроканал в численном моделировании на основе уравнений Эйлера и при численном моделировании с учетом вязкости в окколоконтинуальном режиме. Далее вниз по течению в невязком случае ударная волна распространяется с постоянной скоростью. В численном моделировании с учетом вязкости происходит затухание ударной волны, что качественно согласуется с экспериментальными данными. При больших числах Кнудсена наблюдается только более интенсивное затухание ударной волны внутри микроканала.

**Введение.** В микротечениях эффекты вязкости и теплопроводности, потери тепла при взаимодействии со стенками могут играть важную роль. Численные исследования [1] распространения ударной волны в микроканале с учетом вязкости и эффектов разреженности показывают значительное отличие от невязкой теории, которая корректно описывает большинство особенностей течения на макромасштабах. В этих исследованиях ударная волна генерировалась в микроканале разрывом диафрагмы, разделяющей области высокого и низкого давления. Недавно был предложен альтернативный вариант - генерировать ударную волну в ударной трубе обычного размера, которая затем из камеры низкого давления входит в микроканал. Экспериментальные исследования [2] такого процесса входа и распространения ударной волны в микроканале показали заметное затухание ударной волны внутри микроканала. Однако полное понимание влияния эффектов вязкости на распространение ударных волн в микроустройствах требует дальнейших исследований.

**Постановка задачи.** Для численного моделирования входа и распространения ударной волны в микроканал использовалась геометрия, соединяющая канал "обычного" размера (далее канал) и микроканал (рис. 1). Используется два различных численных подхода: континуальный (уравнений Эйлера, Навье-Стокса) и кинетический (метод ПСМ). Поскольку в работе рассматриваются течения в окколоконтинуальном режиме при числах Кнудсена  $Kn = 8.2 \cdot 10^{-3} - 8.2 \cdot 10^{-2}$ , применимость уравнений Навье-Стокса может быть под сомнением; поэтому, для верификации численных данных проводится моделирование методом ПСМ. Так как данная задача не имеет аналитического решения в рамках газовой динамики, в работе проводится численное моделирование на основе уравнений Эйлера для анализа влияния вязкости и теплопроводности. В настоящей работе рассматривается распространение ударной волны в двухатомном газе ( $\gamma = 1.4$ )

для начальных условий перечисленных в таблице 1. Начальные условия 1 соответствуют начальным условиям эксперимента проведенного в [2], моделирование при данных условиях позволит сравнить численные и экспериментальные результаты. Численное моделирование при начальных условиях 2 позволит определить влияние вязкости на распространение ударной волны в микроканале. В таблице 1 использованы следующие обозначения (которые и далее будут использоваться в работе):

- $M_{is}$  - число Маха падающей ударной волны
- $Kn$  - число Кнудсена,  $Kn = \lambda_0/L$ , где  $\lambda_0$  - длина свободного пробега молекул в покоящемся газе,  $L$  - полувысота микроканала (рис. 1)
- $Re$  - число Рейнольдса,  $Re = \rho_0 U_{is} L / \mu_0$ , где  $\rho_0$ ,  $\mu_0$  - плотность и коэффициент вязкости покоящегося газа,  $U_{is}$  - скорость падающей ударной волны
- $P_0$ ,  $P_1$  - давление покоящегося газа и давление за падающей ударной волной
- $\rho_0$ ,  $\rho_1$  - плотность покоящегося газа и плотность за падающей ударной волной
- $M_1$  - число Маха за падающей ударной волной
- $w$  - длина микроканала

Т а б л и ц а 1. Набор начальных условий

N	$M_{is}$	Kn	Re	$P_1/P_0$	$\rho_1/\rho_0$	$M_1$	w, $\mu m$	L, $\mu m$
1	2.03	$8.2 \cdot 10^{-3}$	400	4.641	3.795	0.979	2000	8.5
2	2.03	$8.2 \cdot 10^{-2}$	40	4.641	3.795	0.979	1000	8.5

Уравнения Эйлера и Навье-Стокса решались на структурированной прямоугольной сетке со сгущением вдоль оси  $y$  внутри микроканала методом установления с использованием схемы WENO5 [3] для конвективных членов, центрально-разностной схемой 4го порядка для диффузионных членов, интегрирования по времени с использованием схемы Рунге-Кутты 2го порядка. Расчеты методом ПСМ проводились с использованием вычислительного комплекса SMILE [4], разработанного в Лаборатории вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН. В численном эксперименте использовалась равномерная прямоугольная сетка.

Для моделирования распространения ударной волны на левой границе (рис. 1) расчетной области задавались условия соответствующие условиям Ренкина-Гюгонио за ударной волной с соответствующим числом Маха  $M_{is}$ . Задача решалась в двумерной постановке, на нижней границе задавалось условие, соответствующее плоскости симметрии.

При численном моделировании в рамках уравнений Эйлера на остальных границах расчетной области задавалось условие непротекания (обозначено E на рис. 1). При численном моделировании в рамках уравнений Навье-Стокса на верхней стенке канала задавалось условие непротекания; для учета эффектов разреженности, на остальных границах расчетной области задавались условия скольжения и температурного скачка. При численном моделировании методом ПСМ на верхней стенке канала ставилось

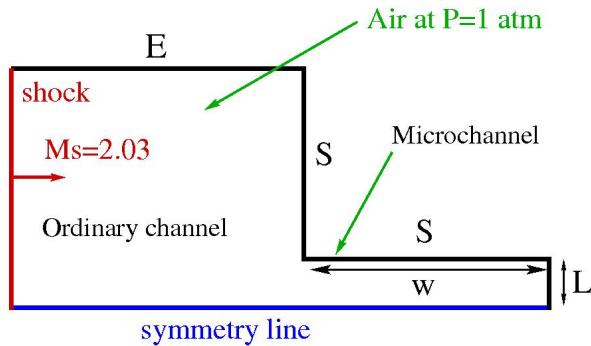


Рис. 1. Вычислительная область

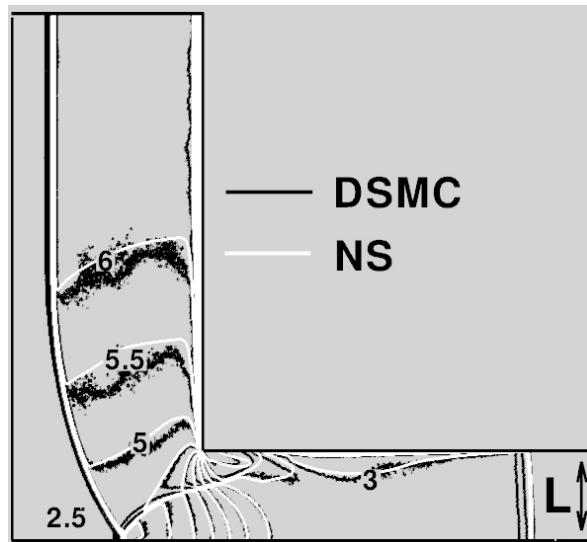


Рис. 2. Сравнение численного моделирования методом ПСМ и численного решения уравнений Навье-Стокса. Плотность.

условие зеркального отражения, а на остальных границах расчетной области задавалось условие диффузного отражения.

**Результаты численного моделирования.** На рисунке 2 представлено сравнение численного моделирования методом ПСМ с численным решением уравнений Навье-Стокса при начальных условиях 1 (табл. 1). Видно, что поля течения хорошо совпадают между собой. Численное моделирование методом ПСМ является весьма трудоемким процессом при заданном числе Кнудсена, поэтому для этого случая вычисления методом ПСМ проводились только для моделирования входа ударной волны в микроканал. Моделирование распространения ударной волны вдоль всего микроканала проводилось на основе численного решения уравнений Навье-Стокса. На рис. 3 распространение про-

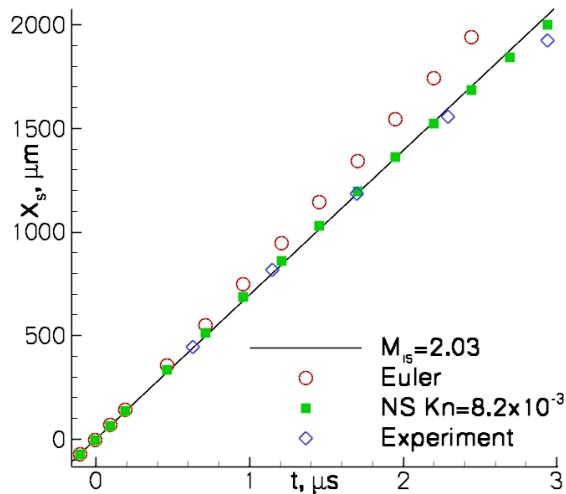


Рис. 3. Сравнение численного моделирования в рамках уравнений Эйлера, Навье-Стокса с экспериментальными данными.

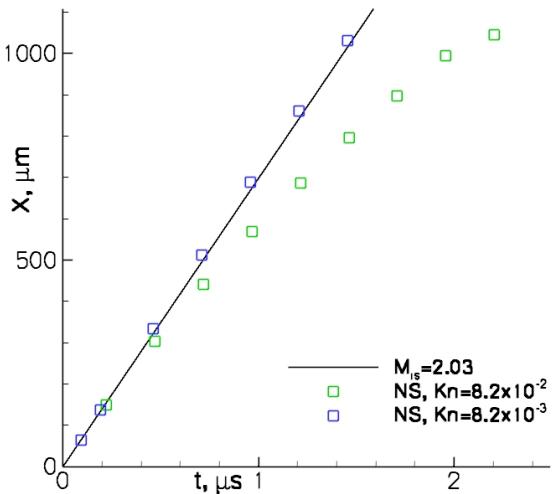


Рис. 4. Численное моделирование в рамках уравнений Навье-Стокса при различных числах Кнудсена.

шедшей ударной волны представлено в плоскости  $(t, x_s)$ , где  $t$  - время,  $x_s$  - координата прошедшей ударной волны внутри микроканала. Система координат выбрана таким образом, чтобы точка  $(0, 0)$  соответствовала моменту времени, когда положение падающей ударной волны совпадает с входом в микроканал. Сплошной линией обозначено распространение ударной волны с постоянной скоростью равной скорости падающей ударной волны. Видно, что после входа в микроканал происходит незначительное ускорение (усиление) ударной волны. Затем в невязком случае ударная волна распространяется с постоянной скоростью. В численном моделировании с учетом вязкости и эксперименте происходит затухание ударной волны из-за взаимодействия со стенками микроканала. В итоге можно утверждать, что в невязком случае средняя скорость распространения ударной волны внутри микроканала превосходит скорость падающей волны. В численном моделировании в рамках уравнений Навье-Стокса и эксперименте средняя скорость прошедшей ударной волны близка к скорости падающей ударной волны.

На рис. 4 представлено сравнение результатов численного моделирования в рамках уравнений Навье-Стокса при различных числах Кнудсена (начальные условия 1 и 2 в табл. 1). Хорошо видно, что при числе Кнудсена  $Kn = 8.2 \cdot 10^{-3}$  прошедшая ударная волна усиливается, а при числе Кнудсена  $Kn = 8.2 \cdot 10^{-2}$  происходит интенсивное затухание.

На рисунках 5 и 6 представлено сравнение численного моделирования на основе уравнений Навье-Стокса при различных числах Кнудсена в плоскости  $(x, y)$ . При увеличении числа Кнудсена увеличивается ширина ударных волн, происходит более интенсивное нарастание пограничного слоя, прошедшая ударная волна распространяется с более низкой скоростью. Увеличение числа Кнудсена приводит к уменьшению сверхзвуковой зоны после входа ударной волны в микроканал.

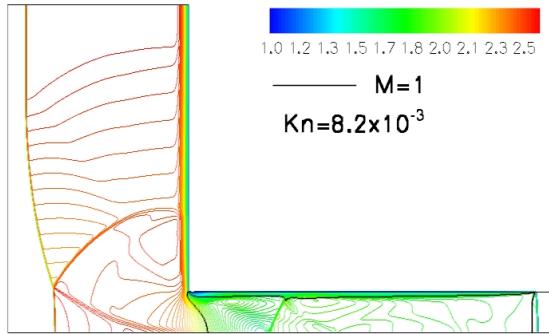


Рис. 5. Численное моделирование в рамках уравнений Навье-Стокса для случая 1. Изолинии плотности.

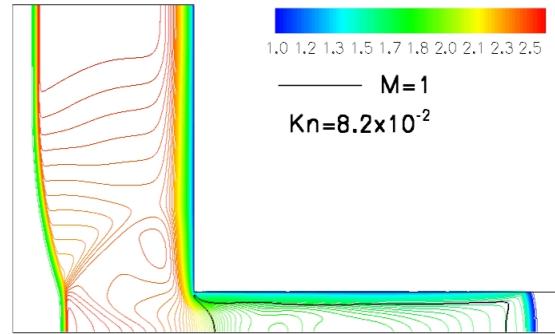


Рис. 6. Численное моделирование в рамках уравнений Навье-Стокса для случая 2. Изолинии плотности.

**Выводы.** Проведено численное моделирование входа и распространения ударной волны в микроканале с использованием кинетического и континуального подходов при различных числах Кнудсена. Численное моделирование в рамках уравнений Навье-Стокса хорошо согласуется с численным моделированием методом ПСМ. Показано определяющее влияние вязкости на распространение ударной волны в микроканале.

При численном моделировании в рамках уравнений Эйлера показано ускорение (усиление) ударной волны после входа в микроканал. Далее вниз по течению случае ударная волна распространяется с постоянной скоростью. Таким образом средняя скорость ударной волны микроканале превышает скорость изначально падающей волны.

При численном моделировании с учетом вязкости в окколоконтинуальном режиме также получено незначительное усиление ударной волны, однако при дальнейшем распространении вдоль микроканала происходит затухание ударной волны, что качественно согласуется с экспериментальными данными. При увеличении числа Кнудсена наблюдается только более интенсивное затухание ударной волны внутри микроканала.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН №11, коллaborационного исследовательского проекта IFS J10016, молодежного Лаврентьевского проекта. Вычисления проводились в Межведомственном Суперкомпьютерном Центре РАН, Москва, и Сибирском Суперкомпьютерном центре СО РАН, Новосибирск.

## Список литературы

- [1] D. E. ZEITOUN, Y. BURTSCHELL, I. A. GRAUR, M. S. IVANOV, A. N. KUDRYAVTSEV, Y. A. BONDAR., “Numerical simulation of shock wave propagation in microchannels using continuum and kinetic approaches”, Shock Waves, 19, p. 307–316, 2009.
- [2] G. MIRSHEKARI, M. BROUILLETTE, “Experimental study of the shock propagation in a micron-scale channel”, Proceedings of the 27th ISSW, p. 260, 2009
- [3] G. JIANG, C SHU, “Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes”, J Comput. Phys., 126, p. 202–228, 1996.
- [4] M. IVANOV, G. MARKELOV, S. GIMELSHEIN, “Statistical simulation of reactive rarefied flows: numerical approach and applications”, AIAA Paper, p. 98-2669, 1998.