

Модели международной торговли при монополистической конкуренции: случай нелинейных издержек

И.А.Беляев¹, И.А.Быкадоров^{1,2,3}

¹НИУ НГУ, ²ИМ СО РАН, ³НГУЭУ

Модель монополистической конкуренции:

- фирмы-производители производят товары одинаковой природы, но не полностью взаимозаменяемые (товарное разнообразие)
- число фирм достаточно велико
- каждая фирма производит один вид товарного разнообразия - свой бренд и устанавливает его цену
- каждое товарное разнообразие производится одной фирмой
- единственным производственным фактором является труд
- фирмы входят на рынок до тех пор, пока их прибыль положительна

Цель работы: проведение сравнительной статистики равновесных решений по торговым издержкам τ “Iceberg type” в случаях автаркии и свободы торговли с нелинейной функцией издержек.

Основные понятия и обозначения

- $L(I)$ - количество (одинаковых) потребителей в большой (малой) стране, $L \geq 1$;
- $N(n)$ - масса фирм в большой (малой) стране;
- $X_i (Z_i)$ - количество продукта, произведенного в большой стране, i -ой фирмой, и потребленного жителем большой (малой) страны;
- $x_i (z_i)$ - количество продукта, произведенного в малой стране, i -ой фирмой, и потребленного жителем малой (большой) страны;
- $Q_i (q_i)$ - количество товаров, произведенных i -ой фирмой в большой (малой) стране;
- τ - транспортные издержки “Iceberg type” (чтобы продать за рубеж u единиц товара, надо произвести $\tau \cdot u$ единиц товара);
- w - зарплата в большой стране (зарплата в малой стране равна единице).

- $(X_i, Z_i, x_i, z_i) = (X(i), Z(i), x(i), z(i))$ - количество i -ой разновидности товара;
- p_i - цена i -ой разновидности товара;
- $u(\xi)$ - функция полезности: $u(0) = 0$ $u'(\xi) > 0$ $u''(\xi) < 0$.

Задача потребителя

В большой стране

$$\int_N u(X_i) di + \int_n u(z_i) di \rightarrow \max$$

$$\int_N p_i^X \cdot X_i di + \int_n p_i^Z \cdot z_i di \leq w$$

В малой стране

$$\int_n u(x_i) di + \int_N u(Z_i) di \rightarrow \max$$

$$\int_n p_i^x \cdot x_i di + \int_N p_i^Z \cdot Z_i di \leq 1$$

Обратная функция спроса

Из условия первого порядка для задачи репрезентативного потребителя получим обратную функцию спроса на i – ый вид товарного разнообразия:

$$p_i^X = \frac{u'(X_i)}{\Lambda}, \quad p_i^Z = \frac{u'(Z_i)}{\lambda}$$
$$p_i^x = \frac{u'(x_i)}{\lambda}, \quad p_i^z = \frac{u'(z_i)}{\Lambda}$$

где Λ и λ множители Лагранжа. Все потребители предполагаются одинаковыми, поэтому в дальнейшем индекс i можно опустить

$V(M)$ - функция производственных издержек, удовлетворяющая следующим условиям:

- дважды дифференцируема
- $V'(M) > 0$
- $V''(M) \neq 0$

Прибыль производителя в большой стране

$$\Pi = L \cdot X \cdot p^X + I \cdot Z \cdot p^Z - w \cdot V(Q),$$

где

$$Q = L \cdot X + \tau \cdot I \cdot Z$$

Прибыль производителя в малой стране

$$\pi = l \cdot x \cdot p^x + L \cdot z \cdot p^z - 1 \cdot V(q)$$

где

$$q = l \cdot x + \tau \cdot L \cdot z$$

Задача производителя

Введем обозначие $R(\xi) = u'(\xi) \cdot \xi$ и подставим обратную функцию спроса в прибыль:

$$\Pi = \frac{L \cdot R(X)}{\Lambda} + I \cdot \frac{R(Z)}{\lambda} - w \cdot V(Q) \rightarrow \max_{X, Z \in \mathbb{R}_+}$$

$$\pi = \frac{I \cdot R(x)}{\lambda} + L \cdot \frac{R(z)}{\Lambda} - 1 \cdot V(q) \rightarrow \max_{x, z \in \mathbb{R}_+}$$

Эластичность, мера Эрроу-Пратта

Эластичность - это мера чувствительности одной переменной к изменению другой.

$$E_{g/z} := \frac{dg}{dz} \cdot \frac{z}{g}, \quad \mathcal{E}_g(q) := \frac{g'(q) \cdot q}{g(q)}.$$

Кроме того, будем использовать меру вогнутости Эрроу-Пратта, определенную для функции g в следующем виде:

$$r_g(q) = -\frac{q \cdot g''(q)}{g'(q)} = -\mathcal{E}_{g'}(q).$$

Равновесие - это набор $\{X, Z, x, z, N, n, p^X, p^Z, p^x, p^z, \Lambda, \lambda, w\}$, удовлетворяющий следующим условиям:

- *Оптимальность в потреблении:* $p^X = \frac{u'(X)}{\Lambda}$, $p^Z = \frac{u'(Z)}{\lambda}$, $p^x = \frac{u'(x)}{\lambda}$, $p^z = \frac{u'(z)}{\Lambda}$
- *Оптимальность в производстве:* $\frac{\partial \Pi}{\partial X} = 0$, $\frac{\partial \Pi}{\partial Z} = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial z} = 0$
- *Условие второго порядка для производителя:*

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial X^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Z^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \pi}{\partial z^2} < 0$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Z^2} - \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial X \partial Z} \right)^2 > 0, \quad \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \pi}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial z} \right)^2 > 0$$

- *Условия свободы входа (“ноль-прибыльность”):* $\Pi = 0$, $\pi = 0$
- *Балансы по труду:* $N \cdot V(Q) = L$, $n \cdot V(q) = I$
- *Торговый баланс:*

$$I \cdot N \cdot Z \cdot p^Z = L \cdot n \cdot z \cdot p^z \implies TB \equiv \frac{R(Z)}{V(Q) \cdot \lambda} - \frac{R(z)}{V(q) \cdot \Lambda} = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial Z} = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial z} = 0$$

$$\Pi = 0, \quad \pi = 0$$

$$TB = 0$$

Сравнительная статика равновесия по транспортным издержкам “Iceberg type”

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) = 0, \quad \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right) = 0$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \pi}{\partial x} \right) = 0, \quad \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) = 0$$

$$\frac{d\Pi}{d\tau} = 0, \quad \frac{d\pi}{d\tau} = 0$$

$$\frac{dTB}{d\tau} = 0$$

Общественное благосостояние

Функция общественного благосостояния имеет следующий вид $W(X, Y, Z, x, y, z)$:

$$W = W^B + W^S$$

где

$$W^B = L \cdot \left(\frac{L}{V(Q)} \cdot (u(X) + u(Y)) + \frac{I}{V(q)} \cdot u(z) \right)$$

- общественное благосостояние в большой стране

$$W^S = I \cdot \left(\frac{I}{V(q)} \cdot (u(x) + u(y)) + \frac{L}{V(Q)} \cdot u(Z) \right)$$

- общественное благосостояние в малой стране

Проведем сравнительную статику функции общественного благосостояния по τ

Случай свободы торговли (Free Trade)

Free Trade - торговля между двумя странами почти без транспортных издержек ($\tau \approx 1$).

При $\tau = 1$, имеем

$$X = Z = x = z$$

$$Q = q = (L + I) \cdot X = \Gamma \cdot X$$

$$w = 1, \Lambda = \lambda$$

Оказалось, что

- при возрастающей эластичности спроса ($r'_u > 0$) выпуск продукции растет в каждой стране, а число фирм уменьшается:

$$\frac{dq}{d\tau} > \frac{dQ}{d\tau} > 0, \quad \frac{dN}{d\tau} < \frac{dn}{d\tau} < 0$$

- при выпуклой функции производственных издержек ($V'' \geq 0$), возрастающей эластичности спроса ($r'_u > 0$) и эластичности замещения, такой что $\varepsilon_u < 1$, общественное благосостояние убывает в каждой стране, так и суммарно в обеих странах:

$$\frac{dW^B}{d\tau} < 0, \quad \frac{dW^S}{d\tau} < 0, \quad \frac{dW}{d\tau} < 0$$

Автáркия - экономический режим самообеспечения страны, в котором отсутствует внешний товарный оборот. В автаркии верно следующее:

$$Z = 0, z = 0, \tau \gg 1$$

$$u(Z) = 0, u(z) = 0$$

$$Q = L \cdot X, q = l \cdot x$$

Результаты (Автаркия)

При выпуклой функции производственных издержек ($V'' \geq 0$),

- В обеих странах число фирм и внутреннее потребление растет, а потребление импорта и выпуск продукции уменьшается.
- Возрастают цены на импортные товары, произведенные в большой стране и потребленные в малой.
- Уменьшаются цены на домашние товары в малой стране.
- Общественное благосостояние растет в каждой стране.

В таблице представлены полученные результаты:

	$V'' = 0$	$V'' > 0$
$\frac{dX}{d\tau}, \frac{dx}{d\tau}$	$= 0$	> 0
$\frac{dZ}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau}, \frac{dQ}{d\tau}, \frac{dq}{d\tau}$	< 0	< 0
$\frac{dN}{d\tau}, \frac{dn}{d\tau}, \frac{dp^Z}{d\tau}, \frac{dW^B}{d\tau}, \frac{dW^S}{d\tau}, \frac{dW}{d\tau}$	> 0	> 0
$\frac{dp^X}{d\tau}$	$= 0$	< 0
E_w	$\in (-1; 1)$	$\in (-1; 1)$

- Рассмотрена классическая (гомогенная) модель международной торговли двух стран при монополистической конкуренции производителей (модель Диксита-Стиглица-Кругмана), аддитивно-сепарабельной функции полезности потребителей, нелинейных производственных издержках, а также транспортных издержках типа “Iceberg type”.
- Исследована сравнительная статика (по транспортным издержкам) равновесия. Особое внимание уделено двум предельным случаям:
 - вблизи свободы торговли (почти полное отсутствие транспортных издержек);
 - вблизи автаркии (почти отсутствие торговли ввиду слишком больших производственных издержек).

Спасибо за внимание!