**Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН,
Новосибирский государственный университет,
Региональный математический центр НГУ**

при поддержке

**Министерство образования и науки Российской Федерации,
Российского фонда фундаментальных исследований,
Института цитологии и генетики СО РАН,
Института математики имени С.Л. Соболева СО РАН,
Института нефтегазовой геологии и геофизики им.
А.А. Трофимука СО РАН,
Института вычислительных технологий СО РАН,
Института гидродинамики имени М.А. Лаврентьева
СО РАН,
Института теоретической и прикладной механики им. С.А.
Христиановича СО РАН,
Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН**

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

**десятой международной молодежной научной
школы-конференции**

«ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ»

Новосибирск, Академгородок, 10-13 октября 2018 года

Международный программный комитет

Председатели: член-корр. РАН С.И. Кабанихин,
Заместители председателя: проф. М.М. Лаврентьев, проф. А.Г. Ягола

О.Л. Бандман, М.А. Бектемесов, М.И. Белишев, В.С. Белоносов, Г.А. Бочаров, В.В. Васин, В.И. Васильев, А.Ф. Воеводин, Ю.С. Волков, Ю.М. Волчков, С.К. Годунов, С.С. Гончаров, С.В. Головин, В.П. Голубятников, С.К. Голушко, Ю.Г. Евтушенко, Ю.Л. Ершов, Ю.И. Журавлев, И.Н. Ельцов, Г.Н. Ерохин, А.И. Ильин, В.П. Ильин, К.Т. Искаков, Т.Ш. Кальменов, А.Л. Карчевский, А.В. Кельманов, Ковалевский, А.И. Кожанов, Н.А. Колчанов, А.Н. Коновалов, Г.Г. Лазарева, Г.А. Михайлов, М.Ю. Кокурин, И.В. Коптюг, О.И. Криворотько, И.М. Куликов, В.А. Лихошвай, Ан.Г. Марчук, М.А. Марченко, В.В. Пененко, А.В. Пененко, И.Б. Петров, В.В. Пикалов, В.Г. Романов, А.А. Романюха, К.В. Рудаков, К.К. Сабельфельд, В.А. Садовничий, Р.З. Сагдеев, А.Л. Скубачевский, Е.Е. Тыртышников, М.П. Федорук, А.М. Федотов, В.М. Фомин, Б.Н. Четверушкин, А.П. Чупахин, Р.М. Шагалиев, В.В. Шайдуров, А.А. Шананин, Д.А. Шапиро, А.А. Шкаликов, Ю.И. Шокин, М.И. Эпов, A.L. Bougheim, G. Bao, J. Cheng, A. Hasanoglu, D.N. Hao, A. Louis, O. Scherzer, S. Tordeux, Y. Wang, Sh. Zhang.

Организационный комитет

Председатель: С.И. Кабанихин

Заместители председателя: О.И. Криворотько, А.В. Пененко, М.А. Шишленин.

Ученый секретарь: Д.В. Ермоленко.

Л.В. Вшивкова, Е.А. Кондакова, И.М. Куликов, Н.С. Новиков, Э.А. Пьянова, А.Г. Усов, И.Г. Черных, В.А. Дедок, О.В. Петровская, В.Н. Глинских, Т.А. Звонарева, К.Ю. Титова, Д.Д. Екименко, Е.С. Скидина, Е.А. Ануфриенко, Д.О. Быков, Д.В. Ключинский.

Содержание

НЕКОТОРЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРОМ

Абашеева Н.Л.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
anl@math.nsc.ru

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ — ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$, $Q = \Omega \times (0, T)$, $\Gamma = \partial\Omega \times (0, T)$, $T < \infty$. Пусть функция $g(x) \in L_q(\Omega)$ ($q \geq 1$, $q > n/2$).

В работе исследуются вопросы разрешимости следующих задач с параметром $p \in (p_1, p_2)$, $0 < p_1 < p_2 < \infty$.

Задача 1_p. Найти пару функций $u(x, t, p)$ и $f(x, t)$, удовлетворяющих уравнению

$$g(x)u_t + p\Delta u = f(x, t), \qquad (x, t) \in Q, \; p \in (p_1, p_2),$$

и краевым условиям

$$\begin{aligned} &u(x, 0, p) = u_0(x, p), \qquad u(x, T, p) = u_1(x, p), \\ &u|_\Gamma = \varphi(s, t, p). \end{aligned}$$

Задача 2_p. Найти пару функций $u(x, t, p)$ и $f(x, t)$, удовлетворяющих уравнению

$$g(x)u_{tt} + p\Delta u = f(x, t), \qquad (x, t) \in Q, \; p \in (p_1, p_2),$$

и краевым условиям

$$\begin{aligned} &u(x, 0, p) = u_0(x, p), \qquad u_t(x, 0, p) = u_1(x, p), \qquad u(x, T, p) = u_2(x, p), \\ &u|_\Gamma = \varphi(s, t, p). \end{aligned}$$

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Аблабеков Б.С., Курманбаева А.К.
Кыргызский национальный университет, Бишкек
Кыргызский государственный технический университет, Бишкек
ablabekov_63@mail.ru, ainura1971@mail.ru

Найти в области Ω_T функцию $u(x,t)$, удовлетворяющую следующим условиям:

$$u_t(x,t) = (u_{xxt} + u_{xx})(x,t) + h(x,t)L_1(u_t(x,T)) + g(x,t), (x,t)\in\Omega_T, \tag{1}$$

где

$$u(x,0) = u_0(x), 0\leq x\leq l, \tag{2}$$

$$u_x(0,t) = \mu_1(t), u_x(l,t) = \mu_2(t), 0\leq t < \leq T, \tag{3}$$

где $L_1 = d^2/dx^2 - I, g(x,t), h(x,t), u_0, v_k, \mu_k, k = 1,2$ - заданные функции,
$\Omega_T = \{(x,t)|0 < x < l, 0 < t < T\}$.

ТЕОРЕМА. Пусть $u_0(x)\in C^2([0,l])$ в $\mu_k(t)\in C^1([0,T]), k = 1,2,$ $h\in C^{2,1}(\overline{\Omega})$, $g\in C^{0,1}(\overline{\Omega})$, $h(x,T) \neq -1$ выполнены условия согласования $\mu_1(0) = u_0'(0)$, $\mu_2(0) = u_0'(l), k = 1,2$. Тогда существует единственное решение краевой задачи (1)-(3).

ОБ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Аблабеков Б.С., Муканбетова А.
Кыргызский национальный университет, Бишкек,
Кыргызский государственный технический университет, Бишкек
ablabekov_63@mail.ru, ajzat.mukanbetova.85@mail.ru

Рассмотрим следующую обратную задачу: найти пару функций

$$u(x,t)\in C^{(2,1)}_{M_y}(Q^+_T)\cap C(\overline{Q}^+_T) \text{ и } f(t)\in C^1([0,T]),$$

из уравнения

$$u_t(x,t)=\alpha u_{xxt}(x,t)+\beta u_{xx}(x,t)+g(x,t),\ \ 0<x<\infty,\ \ 0<t<T, \tag{1}$$

с условиями

$$u(x,0)=u_0(x),\ \ 0\leq x<\infty, \tag{2}$$

$$u(0,t)=f(t),\ \ 0\leq t\leq T, \tag{3}$$

$$u(x_0,t)=\phi(t),\ \ 0<x^+_0,\ \ 0\leq t\leq T, \tag{4}$$

Здесь $u_0(x),\phi(t),g(x,t)$ заданные функции, $\alpha,\beta>0-const$.
$Q^+_T=\{(x,t)|0<x<\infty,0<t<T\}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Пара функций $u(x,t)$ и $f(t)$ называется решением обратной задачи (1)-(4), если $u(x,t)\in C^{(2,1)}_{M_y}(Q^+_T)\cap C(\overline{Q}^+_T)$, $f(t)\in C^1([0,T])$ и удовлетворяет равенствам (1)-(4) в классическом смысле.

ТЕОРЕМА. Пусть выполнены следующие условия гладкости $g(x,t)\in C_{M_y}(\overline{Q}^+_T)$, $u_0(x)\in C^{(2)}_{M_y}(R^+),\phi\in C([0,T])$ и условие согласования $u_0(0)=f(0),u_0(x_0)=\phi(t)$. Тогда существует единственное решение обратной задачи (1)-(4).

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА БАЗЫ ДАННЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА НА ПРИМЕРЕ ПРОМЫШЛЕННОГО ГОРОДА

Азиева Н.Т., Оралбекова Ж.О., Жартыбаева М.Г.
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, Астана, Казахстан
nurgul_aziyeva@mail.ru, oralbekova@bk.ru, makkenskii@mail.ru

Объектом исследования является воздух приземного слоя промышленного города страны, отбираемый на постах наблюдения за загрязнением сети воздушного мониторинга.

Структуры промышленного производства многих городов Казахстана включают следующие отрасли: металлургическая промышленность и обработка металлов, химическая промышленность, пищевая промышленность, электроэнергетика, производство прочих неметаллических минеральных продуктов. Благодаря развитой промышленности промышленные города подвержены загрязнению атмосферного воздуха. Качество атмосферного воздуха города определяется выбросами загрязняющих веществ от предприятий, расположенных на его территории. Более 60 процентов выбросов составляет угарный газ. Эксперты РГП «Казгидромет» регулярно фиксируют превышение нормы выбросов опасных веществ в атмосферу [1].

При разработке информационной системы для мониторинга загрязнения атмосферного воздуха токсичных примесей и тяжёлых металлов ключевым этапом является сбор, обработка и структуризация данных [2]. В ходе исследования проведен выбор площадок для отбора проб воздуха и определение содержания токсичных примесей и тяжелых ме-таллов в образцах. Полученные данные были структурированы и подготовлены для включения в созданную базу данных и дальнейших сложных математических расчетов.

Работа поддержана грантом научного проекта МОН РК по договору №132 от 12 марта 2018 (ИРН №AP05135992).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. http://ecocitizens.kz/news/tumannyj-temirtau / дата обращения 03.08.2018/
2. *М.М.Татур, В.А.Пархименко*, Структурирование данных в задачах анализа данных. // Материалы IV Международной научно-практической конференции «Интеллектуальные информационные и коммуникационные технологии – средство осуществления третьей индустриальной революции в свете Стратегии «Казахстан-2050»» посвященной 70-летию профессора М.Бейсенби, 6 - 7 июня 2017 г. - Астана, 2017. – С. 393-397.

ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ СИНТЕЗА ФРАКТАЛЬНЫХ АНТЕНН

Айкашев П.В.
Пензенский государственный университет, Пенза
aikashev.pavel@mail.ru

В современных условиях техника антенн является одной из наиболее быстро развивающихся областей радиотехники. Современные достижения в теории и технике антенн основываются на последних разработках в физике и математике. В связи с необходимостью минитюаризации антенн, применяемых в мобильных устройствах, началось внедрение методов фрактальной геометрии в радиотехнику. В течение последних двух-трех десятилетий наблюдается возрастающий интерес к построению и исследованию фрактальных и генетических антенн [1], [2].

Исследован метод синтеза фрактальных антенн (фракталы – совершенное множество Кантора и «ковер» Серпинского), основанный на решении интегрального уравнения Фредгольма первого рода на фракталах. Регуляризация некорректной задачи проводится методом локальных поправок. Полученные результаты обобщают работу [3].

Представлены результаты построения антенны с заданной диаграммой направленности. Частично эта задача рассмотрена в работе [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки.–М.: Университетская книга. 2005. – 848 с.
2. *Altshuler E.* Electrically Small Self–Resonant wire Antennas Optimized Using a Genetic Algorithm–IEEE Trans Ant Prop. Vol. 50, № 3, 2003. P. 297 – 300.
3. *Бойков И.В.* Об одном численном методе синтеза фрактальных антенн/ И. В. Бойков, П. В. Айкашев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2017, № 1. С. 51 – 67.
4. *Бойков, И. В.* К вопросу об анализе и синтезе фрактальных антенн / И. В. Бойков, П. В. Айкашев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2018. – № 1 – С. 92 – 110.

ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧАХ МАСКИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ ОТНОСИТЕЛЬНО СТАТИЧЕСКИХ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Алексеев Г.В.
Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
alekseev@iam.dvo.ru

В последние годы интенсивно развивается новое направление в технической физике, связанное с разработкой технологий дизайна специальных функциональных устройств, служащих для управления физическими полями. Решение задач дизайна указанных функциональных устройств приводит к необходимости решения обратных задач для соответствующего модели физического поля. Указанные задачи заключаются в выборе параметров среды, заполняющей оболочку с заданной топологией, исходя из некоторой дополнительной информации о создаваемом поле, вытекающей из цели проектируемого устройства.

В настоящей работе исследуются обратные задачи для стационарной модели теплопереноса. Указанные задачи возникают при разработке технологий дизайна тепловых оболочек, предназначенных для маскировки материальных тел или концентрации тепла внутри оболочки. Для решения указанных обратных задач применяется оптимизационный метод, с помощью которого они сводятся к решению обратных экстремальных задач при определенном выборе функционала качества. Анализируются как теоретические так и вычислительные аспекты решения рассматриваемых задач. Теоретические аспекты касаются обоснования допустимости применения оптимизационного метода для решения рассматриваемых обратных задач, а также исследования единственности и устойчивости оптимальных решений. Вычислительные аспекты связаны с разработкой эффективных численных алгоритмов их решения. Особое внимание уделяется численному анализу слоистых оболочек, состоящих из конечного числа слоев, каждый из которых заполнен однородной изотропной либо анизотропной средой. В частном случае однослойной однородной анизотропной оболочки приводится и анализируется точное решение. Для численного решения экстремальных задач используется разработанный в [1, 2] численный алгоритм, основанный на методе роя частиц. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00365-а) и РНФ (проект 14-11-00079).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А.* Оптимизационный анализ задачи тепловой маскировки цилиндрического тела // Докл. АН. 2017. Т. 472, N 4. С. 398–402.
2. *Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А.* Оптимизационный метод в задачах дизайна сферических слоистых тепловых оболочек // Докл. АН. 2017. Т. 476, N 5., С. 512–517.

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ТИХОНОВА ПРИ РАЗДЕЛЬНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ КОМПОНЕНТ РЕШЕНИЯ

Беляев В. В.
Институт математики и механики УрО РАН
Уральский Федеральный Университет
beliaev_vv@mail.ru

Исследуется некорректно поставленная задача в фоме линейного уравнения

$$Au = f \tag{1}$$

на паре нормированных пространств U, F с непрерывным оператором A, для которого обратный оператор A^{-1}, в общем случае, разрывный; правая часть задана приближенно элементом f_δ, $\|f - f_\delta\| \leq \delta$.

В работе изучаются линейные некорректные задачи и способы их регуляризации. При этом решение представляется в виде суммы нескольких слагаемых (компонент) с различными свойствами гладкости. Рассматривались два случая задачи – одномерный и двумерный. Регуляризация проводится методом Тихонова и использованием нормы пространства функций ограниченной вариации самой функции, ее первой и второй производных в качестве стабилизаторов (одномерный случай), нормы пространства Лебега самой функции и нормы пространства функций ограниченной вариации самой функции (двумерный случай). Доказывается разрешимость регуляризованной задачи и сходимость приближенных решений. Также обоснована сходимость дискретных аппроксимаций (двумерный случай).

В качестве иллюстрации метода приведены результаты численных экспериментов решения уравнения Фредгольма I-го рода. Для проведения численого эксперимента проводится дискретизация задачи. Затем выполняется итерационный метод Ньютона (одномерный случай) и метод градиентного спуска (двумерный случай). Рассматриваются примеры как с точными, так и с возмущенными исходными данными когда решение разрывно (одномерный и двумерный случаи), а так же когда решение имеет разрывную производную (двуменый случай). А так же приведен пример парного процесса с разделением решения на две компоненты – одна с разрывами, другая с разрывами производной (одномерный случай).

Исследование поддержано Программой Уральского отделения РАН (код проекта 18-1-1-8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. Acar and C. R. Vogel, *Analysis of bounded variation penalty method for ill-posed problems*, Inverse Problems 10 (1994), 1217–1229.
2. Vasin V.V., Belyaev V.V., *Modification of the Tikhonov method under separate reconstruction of components of solution with various properties*, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, Volume 5, Issue 2 (2017) 66–79.

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Бойков И.В., Рязанцев В.А.
Пензенский государственный университет, г. Пенза
i.v.boykov@gmail.com, ryazantsevv@mail.ru

В работе рассматриваются оптимальные методы аппроксимации ряда геофизических полей, в число которых входят гравитационные и тепловые поля. С этой целью вводятся в рассмотрение классы функций, включающие в себя указанные поля. На неравномерной сетке узлов строятся локальные сплайны, оптимальным по точности (по порядку) образом аппроксимирующие упомянутые поля.

Проблема оптимальной аппроксимации функций непосредственно связана с вычислением поперечников Бабенко и Колмогорова [1] классов, к которым принадлежат эти функции. Известно [2, 3], что функции, описывающие потенциальные поля, принадлежат классам $Q_{r,\gamma}(\Omega, M)$ и $B_{r,\gamma}(\Omega, M)$. Оптимальные по порядку методы аппроксимаций этих классов рассмотрены в работах [2, 3, 3]. Обзор полученных по этой проблеме результатов приводится в настоящей работе.

Также в настоящей работе исследуется проблема построения оптимальной аппроксимации многомерных тепловых полей. Для этого вводится новый функциональный класс $P_{r,\gamma}(G, M, \alpha)$, которому принадлежат решения многомерных параболических уравнений, представимых в виде интегралов Пуассона. Затем исследуются свойства этого функционального класса, и, в частности, проводится оценка его поперечников. После этого на неравномерной сетке узлов осуществляется построение локальных сплайнов, оптимальным по точности (по порядку) образом аппроксимирующих решения уравнений теплопроводности. Наконец, на модельном примере демонстрируется эффективность разработанного алгоритма.

Работа поддержана РФФИ. Грант 16-01-00594.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабенко К.И.* О некоторых задачах теории приближений и численного анализа // Успехи математических наук, 1985, Т. 40, Вып.1, С. 3-28.
2. *Бойков И.В., Бойкова А.И.* Оптимальные по точности методы восстановления потенциальных полей. II // Известия РАН. Физика Земли. 2003, № 3, С. 87-93.
3. *Бойков И.В., Бойкова А.И.* Приближенные методы решения прямых и обратных задач гравиразведки. Пенза: Изд-во Пензенского государственного университета. 2013. 510 с.
4. *Бойков И.В.* Оптимальные методы приближения функций и вычисления интегралов. Пенза: Изд-во Пензенского государственного университета. 2007. 236 с.

ФЕЙЕРОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Васин В.В.
Уральский федеральный университет, Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург
vasin@imm.uran.ru

Сильная $M-$ фейеровость оператора T с $Fix(T) = M$ была введена автором [1], с одной стороны, как некоторое ослабление свойства псевдосжимаемости Б. Мартине, а с другой, как усиление условия $M-$ фейеровости оператора, предложенного И.И. Ереминым, который построил теорию таких операторов и соответствующих итерационных процессов с приложением к задачам линейного и выпуклого программирования в R^n. Замечательным свойством множества $M-$ (сильно) фейеровских отображений является замкнутость относительно операций произведения и выпуклой суммы. Это свойство открывает широкие возможности для: построенияновых классов фейеровских итерационных процессов, создания новых технологий решения корректных и некорректных задач, экономичного учета априорных ограничений на решение. Целью доклада является обзор основных постановок корректных и некорректных задач, в том числе задач с априорной информацией, для которых регуляризующие алгоритмы строятся на основе фейеровских итерационных процессов [2]. В частности, обсуждаются приложения фейеровских методов к обратным задачам разведочной и скважинной геофизики и теплового зондирования атмосферы по определению концентрации парниковых газов по ИК-спектрам, измеренным сенсорами спутникового базирования.

Работа проводилась при частичной поддержке Российского научного фонда (код проекта 18-11-00024).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васин В.В.* Итерационные методы решения некорректных задач с априорной информацией в гильбертовых пространствах // Журн. вычисл. математики и мат. физики.1988. Т. 28, №7. С. 971-980.
2. *Vasin V.V., Eremin I.I.* Operators and Iterative Processes of Fejér Type. Theory and Applications, Berlin-New York: Walter de Gruyter, 2009.

РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ НАЛЕДИ

Винокурова Т.А.*, Пермяков П.П.
Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, г. Якутск
tatyana_umka91@mail.ru

В работе рассматривается решение граничной обратной задачи теплообмена при формировании наледи на поверхности грунта, которая относится к классу некорректных задач [4]. Объектами исследования являются 3 стационарные площадки в наледной долине Улахан-Тарын: площадка № 1 расположена в наледной долине, площадка № 2 расположена в еловом лесу в наледной долине, площадка № 3 находилась в сосновом лесу на водоразделе.

Искомый параметр (тепловой поток) находим из решения задача теплопроводности, дополненной условием сопряжения на стыке слоев. Данную задачу формулируем как задачу оптимального управления, то есть находим искомую функцию из минимума целевого функционала [2, 3]. Граничная обратная задача промерзания – протаивания мерзлого грунта является нелинейной, и минимизация функционала невязки осуществляется методом сопряженных градиентов, который относится к классу итерационных регуляризирующих численных алгоритмов [1, 4, 5, 6], в качестве входных данных, берутся экспериментальные измерения температур грунтов. Результаты вычислительных экспериментов показывают высокую эффективность метода итеративной регуляризации и возможность решения с его помощью широкого спектра нелинейных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В.* Экстремальные методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1998. – 288 с.
2. *Павлов А.В., Перльштейн Г.З., Типенко Г.С.* Актуальные аспекты моделирования и прогноза термического состояния криолитозоны в условиях меняющегося климата // Криосфера земли. – 2010. – Т. XIV, № 1. С. 3 – 12.
3. *Пермяков П.П., Варламов С.П., Скрябин П.Н., Скачков Ю.Б.* Численное моделирование термического состояния криолитозоны в условиях меняющегося климата // Наука и образование. 2016. № 2. С. 43-48.
4. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. – М.: Изд-во ЛКИ, 2009. – 480 с.
5. *Hamidreza Najafi, Woodbury K.A., Beck J.V.* A filter based solution for inverse heat conduction problems in multi-layer mediums // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2015. – Vol. 83. – P. 710 – 720.
6. *Woodbury K.A., Beck J.V., Hamidreza Najafi.* Filter solution of inverse heat conduction problem using measured temperature history as remote boundary condition // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 72. – P. 139 – 147.

ЗАДАЧА О СТАЦИОНАРНЫХ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЯХ НАД КОМБИНИРОВАННЫМ ПРЕПЯТСТВИЕМ

Галичкина М.А.
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
marii.denisova@mail.ru

Одним из известных режимов течений тяжелой неоднородной жидкости, формирующихся в окрестности обтекаемого рельефа, является стационарная волновая конфигурация с периодической асимптотикой вниз по потоку. Такие волновые следы, образующиеся при набегании докритического потока на финитную неровность дна, называются подветренными волнами. В настоящее время малоизученным является вопрос о поведении волнового поля в переходной области над комбинированным препятствием в виде системы нескольких возвышений. С помощью полуаналитических методов исследуется влияние формы дна и параметров набегающего потока на возникающие волновые структуры в ближнем поле. Проведены серии численных экспериментов в линейном приближении, в которых рассмотрены формы рельефа, отличающиеся количеством препятствий, их высотой и расстоянием между ними. Показано, что взаимное расположение препятствий существенно влияет на структуру течения в придонном слое и общую интерференционную картину волн.

РАСПОЗНАВАНИЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО ТИПА ЧЕЛОВЕКА С ПОМОЩЬЮ РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Голодов В.А., Петров В.А.
Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск
golodovva@susu.ru, waldis1996@gmail.com

Каждый человек с рождения обладает определенным типом психики, который остается неизменным до конца его жизни. В результате диагностики психологического типа можно проанализировать индивидуальные особенности человека и определить стратегию взаимодействия с другими людьми и коллективом в целом [1]. Практическая область применения типологии К.Г. Юнга широка и лежит в областях: проблем личности, личностной совместимости, профориентации, коммуникации и многих других [2].

Согласно классификации этой классификации 16 психологических типов делят ся на два подтипа: «логики» с доминирующей функцией мышления и «этики» с доминирующей функцией чувства. Классификация подтипа в дихотомии логик-этик производится на основе анализа мимики человека, так как мимика является одним из основных критериев, который на практике учитывается специалистами для определения психотипа человека и, в частности, для определения доминирующей функции рационального класса.

Для решения поставленной задачи, были разработаны: алгоритм предобработки кадров видеофрамента, топология нейронной сети, включающая сверточные, полносвязные и рекурентный слои.

Для обучения и тестирования нейронной сети была подготовлена выборка, состоящая из 262 видеофайлов с записью мимики людей. Для определения качества обучения нейронной сети использовалась тестовая выборка, которая составляет 20 %, что равняется 53 видеофайлам. Обученная нейронная сеть показала точность 96,23 % по метрике categorical accuracy.

Работа проводилась при поддержке Правительства РФ (Постановление №211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.A03.21.0011, при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание 2.7905.2017/8.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Овсянникова Т.С., Алямкина Е.А., Бурыкин Е.С.* Типология личностей и ее практическое применение в условиях развития инновационной экономики. // Вестник Московского университета имени С.Ю. Витте, 2015, № 1, с. 120–125.
2. Иванова С.А., Погорелова Н.Г. Соционика и ее практическое применение // Международный студенческий научный вестник, 2016, 5–1, с. 15–19.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИПОТЕЗЫ ОБ ОПОЛЗНЕВОМ МЕХАНИЗМЕ ОБРАЗОВАНИЯ ЦУНАМИ У БЕРЕГОВ БОЛГАРИИ 7 МАЯ 2007

Гусев О.И.
Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск
gusev_oleg_igor@mail.ru

В докладе рассмотрена гипотеза об оползневом механизме образования цунами, возникшем у берегов Болгарии 7 мая 2007. Ранее эта гипотеза была выдвинута в исследовании [1], по результатам которого сделан вывод о том, что подводный оползень мог породить волны, близкие к наблюдённым. При численном моделировании в [1] рассмотрено четыре начальных положения оползня и подобрана толщина оползня для наилучшего соответствия расчётов натурным данным. Тем не менее, это соответствие нельзя назвать удовлетворительным, особенно в южной части побережья (Бургасский залив), где численные эксперименты существенно завышают высоту волн.

В настоящей работе исследовано более двухсот начальных положений оползня. Для моделирования цунами использовалась полностью нелинейная дисперсионная модель на вращающейся сфере [2]. Оползень представлялся в виде квазидеформируемого тела, движущегося по криволинейному склону под действием сил тяжести, плавучести, трения о дно и сопротивления воды. Выделено шесть начальных положений оползня, при которых модельный оползень порождает волны очень близкие волны к натурным данным по всему побережью. Замечено, что все эти шесть оползней останавливаются приблизительно в одном месте, которое можно рекомендовать для дальнейших исследований морского дна.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-17-00219).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ranguelov B., Tinti S., Pagnoni G., Tonini R., Zaniboni F., Armigliato A.* The nonseismic tsunami observed in the Bulgarian Black Sea on 7 May 2007: was it due to a submarine landslide? // Geophys. Res. Letters, 2008, Vol. 35, L18613.
2. *Khakimzyanov G., Dutykh D., Gusev O.* Dispersive shallow water wave modelling. Part IV: Numerical simulation on a globally spherical geometry // Communications in Computational Physics, 2018, Vol. 23, No 2, P. 361–407.

ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА НА МЕТРИЧЕСКИХ ГРАФАХ

Дедок В.А.
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
dedokv@math.nsc.ru

В работе рассматривается обратная задача для уравнения Шредингера на метрических графах, описанная в [1].

Оператором Шредингера $H = L + Q$ на графе G называется оператор, действующий на соболевском пространстве $W_2^2(G)$ функций, ограничение которых на каждое ребро b_j графа принадлежит пространству $W_2^2(b_j)$, по правилу

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x).$$

Обратная задача состоит в восстановлении рассеивающего потенциала на ребрах по матрице рассеяния $S(k)$ оператора Шредингера. Известно (см. [2]), что в общем случае задача определения связности и длин ребер некомпактного графа по матрице рассеяния не является однозначно разрешимой. Поэтому будем предполагать, что для данного графа заданы матрица смежности и длины ребер компактной части.

Алгоритм численного решения обратной задачи основан на методе множественного рассеяния. Рассеивающий потенциал представляется в виде суммы потенциалов, отличных от нуля только в "точках касания". В этом случае вычисление данных рассеяния как решение дифференциальной задачи можно заменить умножением матриц переноса. Указанный подход позволяет существенно ускорить решение прямых задач при минимизации функционала невязки в решении обратной задачи.

Предложенная алгоритм применен для восстановления рассеивающего потенциала на ребрах некоторых графов, численно исследуется скорость сходимости решения к точному.

Работа выполнена при частичной поддержке комплексной программы фундаментальных научных исследований СО РАН II.1, проект № 0314-2018-0009, РФФИ (проект 17-01-00120-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бондаренко А.Н., Дедок В.А.* Техника спектральной хирургии квантовых графов // Доклады Академии наук, 444:5 (2012), 473-476.
2. *Kurasov P., Stenberg F.* On the inverse scattering problem on branching graps // J. Phys. A. 2002. V. 35, PP. 101-121.

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ОБЛАСТИ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ ЯДЕРНОЙ МЕДИЦИНЫ

Денисова Н.В.
Институт теоретической и прикладной механики им. А.С.Христиановича, Новосибирск
NVDenisova2011@mail.ru

В отличие от широко используемых методов компьютерной томографии (КТ) и магнитно-резонансной томографии (МРТ), которые в общем случае дают анатомические изображения, основанные на морфологии тканей, диагностические методы ядерной медицины -– позитронная эмиссионная томография (ПЭТ) и однофотонная эмиссионная компьютерная томография (ОФЭКТ) – позволяют визуализировать метаболические процессы, протекающие в организме на клеточном уровне [1]. Качество изображений, полученных методами ПЭТ и ОФЭКТ, во многом определяется уровнем программного обеспечения, ядром которого являются алгоритмы реконструкции. Поэтому принципиальное значение имеют методы и подходы, на основе которых строятся эти алгоритмы. Если сопоставить временной триаде ‘вчера-сегодня-завтра’ соответствующие типы алгоритмов реконструкции в области ПЭТ и ОФЭКТ диагностики, то получится последовательность ‘FBP – OSEM - MAP’ (Filtered Back Projection – Ordered Subset Expectation Maximization – Maximum a Posteriori).

В данной работе анализируются алгоритмы завтрашнего дня – MAP, основанные на айесовском подходе Maximum a Posteriori. Впервые детально анализируются физические модели, которые используются для задания плотности априорной вероятности в рамках байесовского подхода. В литературе исследуются две математические формы задания плотности априорной вероятности: функционалы Гиббса и энтропии. Эти формы основаны на определенных физических моделях, которые определяют пространства возможных состояний системы и вероятности их реализации. В то же время, ограничения модели приводят к ограничению возможных состояний и существенно влияют на MAP-оценку решения. Показано, что ограничения заложенных физических моделей приводят к глобальной регуляризации задачи реконструкции, при которой единственный параметр (температура) контролирует решение во всей допустимой области. Результатом глобальной регуляризации является чрезмерное заглаживание изображений и исчезновение тонких структур. Обсуждаются новые перспективные идеи, которые могут позволить преодолеть оковы глобальной регуляризации.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РФФИ (проект 17-52-14004).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wernick M.N., Aarsfold J.N.* Emission tomography: the fundamentals of PET and SPECT // ELSEVIER, 2004, p. 599.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ТЕНЗОРНОЙ $2D$-ТОМОГРАФИИ

Деревцов Е.Ю.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
dert@math.nsc.ru

Существенное расширение приложений компьютерной томографии (КТ) привело к возникновению ее новых направлений, реализуемых в математических моделях, известных как векторная, тензорная, рефракционная, динамическая томография. В результате обобщения преобразования Радона, представляющего собой основной инструмент получения исходных данных в КТ, возникает целое семейство интегральных операторов, значения которых служат данными в различных постановках и математических моделях томографии. Это лучевые и экспоненциальные лучевые преобразования симметричных тензорных полей, интегральные моменты обобщенных тензорных полей. Оператор обратной проекции, являющийся существенным элементом обращения преобразования Радона, также претерпевает глубокую модернизацию и широко используется в математическом аппарате эмиссионной, тензорной, рефракционной томографии. Прямым обобщением операторов обратной проекции являются тензорные поля угловых моментов, действующие не только на образы лучевых преобразований, но и на любые элементы функциональных пространств, которым принадлежат образы лучевых преобразований [1].

Проведены исследования геометрических и дифференциальных свойств, образов и ядер новых типов лучевых преобразований симметричных тензорных полей. Установлены связи между лучевыми преобразованиями полей и преобразованиями Радона их потенциалов. Получены дифференциальные уравнения, решениями которых являются экспоненциальные лучевые преобразования различных порядков. Доказаны теоремы единственности краевых задач, поставленных для выведенных уравнений в стационарном случае, и начально-краевых задач в нестационарном. Отмечены тесные связи экспоненциальных лучевых преобразований различных порядков с задачами интегральной геометрии тензорных полей с весом. Установлен ряд существенных свойств интегральных операторов угловых моментов, образы которых представляют собой тензорные поля различного ранга, и операторов обратной проекции. Выявлены связи образов этих операторов между собой и с некоторыми уравнениями математической физики.

Полученные результаты позволяют поставить новые задачи, развить новые подходы к их решению, пополнить математический аппарат современных математических моделей динамической рефракционной тензорной томографии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Derevtsov E.Yu., Svetov I.E.* Tomography of tensor fields in the plain. // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Application, 2015, Vol. 3, No. 2, P. 24–68.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ВИЧ ИНФЕКЦИИ

Ермоленко Д.В., Криворотько О.И.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск
ermolenko.dasha@mail.ru, olga.krivorotko@sscc.ru

В работе численно исследована задача оценки параметров ВИЧ-инфекции и иммунного ответа с использованием дополнительных измерений концентраций Т-лимфоцитов, свободных вирусов и иммунных эффекторов в фиксированные моменты времени для математической модели динамики ВИЧ [1]. Обратная задача [2] определения параметра математической модели была сведена к задаче минимизации целевого функционала, описывающего отклонение результатов моделирования от экспериментальных данных. На основе методов линеаризации и дискретизации была получена линеаризованная матрица обратной задачи. Используя сингулярное разложение для линеаризованной матрицы дискретной обратной задачи, была проанализирована устойчивость решения обратной задачи. Таким образом, была исследована устойчивость задачи идентификации параметров на основе анализа величины числа обусловленности для линеаризованной матрицы обратной задачи. Был реализован и исследован генетический алгоритм [3] решения задачи минимизации в смысле наименьших квадратов. В случае проведения измерений один раз в неделю с помощью генетического алгоритма были получены индивидуальные параметры пациентов. В работе показано, что относительная ошибка при определении параметров модели достаточно мала, для получения модели, хорошо согласующейся с измерениями. Для определения уровня ошибки в решении обратной задачи получены и проанализированы доверительные интервалы всех параметров.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ (проект 18-71-10044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Adams B.M., Banks h.t. et al.* IhIV dynamics: Modeling, data analysis, and optimal treatment protocols // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2005, V. 184. P. 10-49.
2. *Kabanikhin S.I.* Inverse and Ill-Posed Problems: theory and Applications. Berlin/Boston: de Gruyter. 2012.
3. *Kabanikhin S.I., Krivorotko O.I., Ermolenko D.V., Kashtanova V.N., Latyshenko V.A.* Inverse problems of immunology and epidemiology // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. 2017, V. 5(2). P. 14-35.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА РУНГЕ-КУТТЫ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

Ершов А.А.
Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург
ale10919@yandex.ru

В работе исследуется пиксельный метод построения множеств достижимости динамической управляемой системы, который может быть аналогом метода Эйлера или Рунге-Кутты любого порядка для численного решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Исследования эффективности аналогов методов Эйлера, Рунге-Кутты второго и четвертого порядков, проведённые в работе [1], продемонстрировали наибольшую эффективность аналога метода Рунге-Кутты второго порядка. При этом все перечисленные методы показали первый порядок точности относительно шага по времени на рассмотренных примерах.

В данной работе получены достаточные условия на управляемую систему, при которых метод Рунге-Кутты второго порядка обеспечивает второй порядок точности относительно шага по времени при построении множеств достижимости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00221_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новикова О.А.* Построение множеств достижимости двумерных нелинейных управляемых систем пиксельным методом // Прикладная математика и информатика. 2015. № 50. С. 62–82.

ОБ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОШНОСТНИ ПРИБЛИЖЕННОГО МЕТОДА ПРОЕКЦИОННОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ С ОШИБКОЙ В ОПЕРАТОРЕ

Ершова А.А., Танана В.П.
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург;
Южно-Уральский государственный университет, Челябинск
ershova@imm.uran.ru

В работе получено обоснование нелинейного метода проекционной регуляризации. Оператор в решаемом уравнении содержит ошибку. В этом случае принцип невязки оказывается неприменимым. В связи с этим, для данного случая использована модификация обобщенного принципа невязки.Возмущенный оператор часто встречается в практических задачах. При обосновании нелинейного метода проекционной регуляризации используется априорная информация задачи. Известны приближенно заданные правая часть и оператор уравнения, а также их уровни погрешности. В работе найдены оценки метода проекционной регуляризации при решении интегральных уравнений первого рода с приближенно заданным оператором. Данный метод имеет прикладное значение, так как при численной реализации чаще всего оператор задачи заменяется на его приближенный.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ФАКТОРИЗАЦИЙ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ПРОСТРАНСТВЕ

Жураев Д.А.
Каршинский государственный университет, Узбекистан
juraev_davron@list.ru

Используя наши предыдущие результаты (См. [1-2]), мы покажем явную конструкцию матрицы Карлемана для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в неограниченной пространственной области со специальными ядрами.

Пусть $\mathbb{R}^3$–трехмерное вещественное евклидово пространство,

$$x = (x_1,\, x_2,\, x_3) \in \mathbb{R}^3,\;\; y = (y_1,\, y_2,\, y_3) \in \mathbb{R}^3.$$

$G \subset \mathbb{R}^3$–неограниченная односвязная область с кусочно-гладкой границей, состоящей из плоскости T: $y_3 = 0$ и гладкой поверхности S, лежащей в полупространстве $y_3 > 0$, т.е. $\partial G = S \bigcup T$.

Обозначим через $H_\rho(G)$–класс функций из $H(G)$, удовлетворяющих следующему словию роста (См. [2]):

$$H_\rho(G) = \{\, U(y) :\; U(y) \in H(G),\;\; |U(y)| \le \exp\left[\mathrm{o}\left(\exp \rho\, |y'|\right)\right]\,,\; y \to \infty,\; y \in G\}\,.$$

Пусть, граница области G состоит из гиперплоскости $y_3 = 0$ и гладкой поверхности S, простирающейся до бесконечности и лежащей в слое

$$0 < y_3 < h,\;\; h = \frac{\pi}{\rho},\;\; \rho > 0.$$

Будем предполагать, что S задана уравнением

$$y_3 = \psi(y_1,\, y_2),\;\; -\infty < y_1 < \infty,\;\; -\infty < y_2 < \infty,$$

где $\psi(y')$ удовлетворяет условию $\left|\frac{\partial \psi(y')}{\partial y_j}\right| \le M < \infty,\;\; y' \in \mathbb{R}^2,\; j = 1,\, 2.$

Задача Коши. Пусть $U(y) \in H_\rho(G)$ и

$$U(y)|_S = f(y),\;\; y \in S.$$

Здесь, $f(y)$–заданная непрерывная вектор-функция на S.

Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из её значений $f(y)$ на S.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жураев Д.А.* Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в неограниченной области. // Сиб. Электрон. Матем. Изв. 14 (2017), 752-764.
2. *Жураев Д.А.* Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца. // Укр. Мат. Журн. 69:10 (2017), 1364-1371.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПО ОБРАБОТКЕ СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ ЛАБОРАТОРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Искаков К.Т., Шишленин М.А., Токсеит Д.К.
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, Астана, Казахстан
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
tokseit1990@gmail.com

В данной работе предлагается математическая модель по обработке аналогового сигнала источника и приемника с использованием лабораторных исследований [1] - [2]. При специальном подборе модели источника распространения электромагнитных волн рассматривается уравнение геоэлектрики. Проведены тестирование модели на основе реальных данных георадара Лоза-В. Составлены алгоритмы и программы расчета отклика сред для данной модели. Проведены численные расчеты по результатам экспериментальных исследований на образцах лабораторного полигона.

Работа поддержана грантом МОН РК по договору № 132 от 12.03.18 «Разработка алгоритмов и встроенного программного обеспечения по определению геоэлектрического разреза для геоинформационной технологии — GPR» (ИРН AP05133922)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Романов В.Г., Кабанихин С.И.* Обратные задачи геоэлектрики. М. Наука. 1991. С. 303.
2. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Сибирское научное издательство. Новосибирск. 2009

СРАВНЕНИЕ ПОКАЗАНИИ ПОТЕНЦИАЛА ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ И ЕГО ГРАДИЕНТА

Кенжебаева М.О.
Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы
merey-mex-2017@mail.ru

Проблема изучения глубинного строения земной коры является одной из стратегических направлений геофизических исследований, обеспечивающих развитие наук о Земле. При этом гравиразведка является одним из основных методов изучения строения земной коры. Необходимо востановить плотность аномалии в некоторой прямоугольной области. Аномалия имеет форму квадрата и нам известно ее месторасположение, но нам неизвестна плотность аномалии. Уравнение состояния описывается уравнением Пуассона с граничными условиями.

Так как на момент исследования мы не имеем реальных значении гравиметра и реальных аномалии. То нам приходиться только предполагать какие именно показания будут на поверхности земли. Что бы знать наверняка мы расширили верхнюю границу таким образом, что бы аномалия не влияла на границу, то есть была равна нулю. И стали наблюдать, что происходит с верхней границей (поверхность земли) при различных расположениях аномалии внутри исследуемой области. Расчеты производились на COMSOL Multiphysics 5.2. Допустим нам необходимо исследовать область размером 100 по горизонтали и 50 по вертикали. Искусственно расширим область вверх на 100, для того чтобы проанализировать, что произойдет на верхней границе $z=50$. Аномалия имеет размерность 2 на 2. Будем изменять место положение аномалии по горизонтали по $j=0$, 10, 20, 30, 35, 40, 45. Достаточно будет менять месторасположение аномалии до середины исследуемой области, так как ранее мы убедились, что результаты получаются симметричными. Сдвиги по вертикали по $i=5$, 10, 15, 20, 30, 40, 50.

В ходе исследования полученных результатов, было выявлено, что значение градиента гравитационного поля более точно описывает локацию аномалии и дает наиболее точные показания центра и границ аномалии. Все расчетные таблицы (все возможные комбинации расположении) были в пользу градиента гравитационного поля. Таким образом, лучше ориентироваться для поиска вертикального расположения аномалии по показаниям градиента гравитационного поля.

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВОЙ ГЕННОЙ СЕТИ

Кириллова Н.Е.
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
n.kirillova@g.nsu.ru

Рассмотрим следующую асимметричную динамическую систему:

$$\begin{aligned} &\frac{dx_1}{dt} = -k_1x_1 + f_1(x_9); \;\; \frac{dx_2}{dt} = \mu_2x_1 - k_2x_2; \;\; \frac{dx_3}{dt} = \mu_3x_2 - k_3x_3; \\ &\frac{dx_4}{dt} = \mu_4x_3 - k_4x_4; \;\; \frac{dx_5}{dt} = -k_5x_5 + f_5(x_4); \;\; \frac{dx_6}{dt} = \mu_6x_5 - k_6x_6; \\ &\frac{dx_7}{dt} = \mu_7x_6 - k_7x_7; \;\; \frac{dx_8}{dt} = -k_8x_8 + f_8(x_7); \;\; \frac{dx_9}{dt} = \mu_9x_8 - k_9x_9. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь f_1, f_5, f_8 — гладкие положительные монотонно убывающие функции, которые описывают отрицательные обратные связи; уравнения, не содержащие функций f_1, f_2, f_3, соответствуют положительным обратным связям в генной сети, см. [1]; μ_j, k_j — положительные коэффициенты, $j = 1, \ldots, 9$.

Пусть $A_j := \frac{f_j(0)}{k_j}$, если $j = 1, 5, 8$; $A_j := \frac{\mu_j}{k_j} A_{j-1}$, если $j \neq 1, 5, 8$; и $Q^9 := \prod_{j=1}^{j=9} [0, A_j] \subset \mathbb{R}^9_+$.

Лемма. 1) Q^9 — *инвариантная область системы* (1).
2) Система (1) имеет единственную стационарную точку $S_0 \in Q^9$.

Проведём через S_0 гиперплоскости, параллельные координатным; они разобьют область Q^9 на 2^9 блоков, которые нумеруются бинарными индексами. Точка S_0 называется *гиперболической*, если матрица линеаризации системы (1) в этой точке имеет собственные числа с положительными и отрицательными вещественными частями и не имеет мнимых собственных чисел.

Теорема. Если S_0 — гиперболическая точка системы (1), то в области Q^9 существует цикл, который переходит из блока в блок согласно диаграмме
$\{000011101\} \to \{000011100\} \to \{100011100\} \to \{110011100\} \to \{111011100\} \to \{111111100\} \to \{111101100\} \to \{111100100\} \to \{111100000\} \to \{111100010\} \to \{111100011\} \to \{011100011\} \to \{001100011\} \to \{000100011\} \to \{000000011\} \to \{000010011\} \to \{000011011\} \to \{000011111\} \to \{000011101\} \to \ldots$

Диаграмма выделяет восемнадцать блоков из всех существующих и позволяет локализовать положение цикла в области Q^9.

Работа поддержана РФФИ, грант 18-01-00057. Автор выражает искреннюю благодарность В.П. Голубятникову за постановку интересной задачи, полезные советы и обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голубятников В.П., Кириллова Н.Е.* О циклах в моделях функционирования кольцевых генных сетей. // Сибирский журнал чистой и прикладной математики, 2018, т. 18, N 1, с. 54 – 63.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ

Кожанов А.И.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
kozhanov@math.nsc.ru

В докладе прилагаются результаты о разрешимости обратных задач определения параметров (постоянных коэффициентов)

— в параболических уравнениях;

— в гиперболических уравнениях;

— в уравнениях соболевского типа.

Изучаемые задачи обладают рядом особенностей, отличающих их от классических обратных задач определения вместе с решением того или иного дифференциального уравнения также неизвестных коэффициентов, зависящих от временной или же от пространственных переменных.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18–01–00620.

РАЗНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ АБСТРАКТНЫХ ЗАДАЧ КОШИ С СЕКТОРИАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Кокурин М.М.
Марийский государственный университет, Йошкар–Ола
kokurin@nextmail.ru

Изучаются абстрактные задачи Коши первого, второго и дробного порядка по времени

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad t \in [0,T], \quad x(0) = f \in D(A); \tag{1}$$

$$\ddot{x}(t) = Ax(t), \quad t \in [0,T], \quad x(0) = f \in D(A), \quad \dot{x}(0) = 0; \tag{2}$$

$$\partial^\alpha x(t) = -Ax(t), \quad t \in (0,T], \quad x(0) = f \in D(A). \tag{3}$$

Здесь $A : D(A) \subset X \to X$ — замкнутый неограниченный секториальный оператор в банаховом пространстве X с углом секториальности $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$; $\partial^\alpha u(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^t \frac{u'(s)ds}{(t-s)^\alpha}$ — дробная производная Капуто порядка $\alpha \in (0,1)$. Известно, что задачи (1), (2), (3) могут иметь не более одного классического решения.

Рассматриваются разностные методы вида

$$\sum_{j=0}^{k} \alpha_j x_{n+j} = \Delta t \sum_{j=0}^{k} \beta_j A x_{n+j}, \quad 0 \le n \le N-k, \quad x_0 = f; \tag{4}$$

$$\sum_{j=0}^{k} \alpha_j x_{n+j} = (\Delta t)^2 \sum_{j=0}^{k} \beta_j A x_{n+j}, \quad 0 \le n \le N-k, \quad x_0 = f; \tag{5}$$

$$\sum_{j=0}^{n} a_{jn} x_j = -(\Delta t)^\alpha A x_n, \quad 1 \le n \le N, \quad x_0 = f, \tag{6}$$

для приближённого решения задач (1), (2), (3) соответственно. Здесь $\Delta t = T/N$ — шаг дискретизации, x_n — приближение к $x(n\Delta t)$, $0 \le n \le N$. Обоснован способ выбора коэффициентов α_j, β_j, $0 \le j \le k$ и начальных элементов x_1, …, x_{k-1} в (4), (5), а также коэффициентов a_{jn}, $0 \le j \le n$, $1 \le n \le N$ в (6). Получены оценки точности методов (4), (5), (6) при наложении на искомое решение различных априорных условий.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00039а), поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках государственного задания (проект 1.5420.2017/8.9) и стипендией Президента РФ молодым учёным и аспирантам (СП-5252.2018.5).

НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ С ЛИНЕЙНЫМИ ОЦЕНКАМИ ТОЧНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ

Кокурин М.Ю.
Марийский государственный университет, Йошкар–Ола
kokurinm@yandex.ru

Рассматривается нелинейное операторное уравнение $F(x) = f$, $x \in H_1$ с дифференцируемым по Фреше оператором $F : H_1 \to H_2$, где H_1, H_2 – гильбертовы пространства. Вместо элемента f доступна аппроксимация $f_\delta \in H_2$, где $\|f_\delta - f\|_{H_2} \leq \delta$. Особый практический интерес представляют уравнения и регуляризующие алгоритмы для них, обеспечивающие точность приближений порядка $O(\delta)$. Этот интерес объясняется тем, что линейные по δ оценки точности характерны для численных методов решения регулярных уравнений с приближенно заданной правой частью. Пусть априори известно, что искомое решение принадлежит множеству $D \subset H_1$. Известно, что необходимым условием для существования регуляризующих алгоритмов $\mathcal{R} : H_2 \times [0, \infty) \to H_1$ таких, что $\Delta_D(\mathcal{R}, \delta) = O(\delta)$, $\delta \in (0, \overline{\delta}]$; $\Delta_D(\mathcal{R}, \delta) \triangleq \sup\{\|\mathcal{R}(f_\delta, \delta) - x\|_{H_1} : x \in D, f_\delta \in H_2, \|F(x) - f_\delta\|_{H_2} \leq \delta\}$, является условная корректность уравнения на D с оценкой $\|F(x) - F(y)\|_{H_2} \geq \omega\|x - y\|_{H_1}$, $x, y \in D$; $\omega > 0$. При отсутствии этого свойства оценка точности $O(\delta)$ может быть получена за счет наложения иных структурных условий на оператор F и решение x^*. Ранее такая оценка была установлена для класса итеративно регуляризованных методов типа Гаусса–Ньютона в предположении, что оператор $F'(x^*)$ нормально разрешим, а решение x^* удовлетворяет условию истокопредставимости. В докладе изучается вопрос о том, какие компоненты решения x^* могут быть аппроксимированы существующими регуляризующими алгоритмами с точностью $O(\delta)$ в условиях неулучшаемой оценки близости получаемого приближения к x^*, выражаемой величиной $O(\varphi(\delta))$ при $\delta = o(\varphi(\delta))$, $\delta \to 0$. Пусть $\widetilde{x}$ есть приближение, вырабатываемое тем или иным регуляризующим алгоритмом. Пусть при подходящих условиях на оператор F и решение x^* имеет место оценка $\|\widetilde{x} - x^*\|_{H_1} = O(\varphi(\delta))$. Задача состоит в определении подпространства $\mathcal{L}(\widetilde{x}) \subset H_1$, вообще говоря зависящего от $\widetilde{x}$ и бесконечномерного, и соответствующего ортопроектора $\mathcal{P}(\widetilde{x}) : H_1 \to \mathcal{L}(\widetilde{x})$ таких, что $\|\mathcal{P}(\widetilde{x})(\widetilde{x} - x^*)\|_{H_1} = O(\delta)$. В этом случае элемент $\widetilde{p} = \mathcal{P}(\widetilde{x})\widetilde{x}$ аппроксимирует ортогональную компоненту $\mathcal{P}(\widetilde{x})x^*$ искомого решения $x^* = \mathcal{P}(\widetilde{x})x^* + (E_1 - \mathcal{P}(\widetilde{x}))x^*$, лежащую в $\mathcal{L}(\widetilde{x})$, с точностью $O(\delta)$. Таким образом, указанная компонента решения восстанавливается с точностью, характерной для процедур решения корректно поставленных задач.

В докладе покажем, как описанная общая конструкция реализуется в том случае, когда приближение $\widetilde{x}$ генерируется схемой Тихонова, либо группой итеративно регуляризованных методов типа Гаусса–Ньютона.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (проект N16–01–00039а) в рамках госзадания Минобрнауки РФ по МарГУ (проект 1.5420.2017/8.9)

МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В ЭПИДЕМИОЛОГИИ, СОЦИОЛОГИИ, ЭКОНОМИКЕ И НАУКАХ О ЖИЗНИ

Криворотько О.И.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск
olga.krivorotko@sscc.ru

Развитие современных вычислительных технологий, суперкомпьютерного моделирования дает возможность использования современных математических методов для анализа процессов, происходящих в эпидемиологии, обществе, экономике и других науках о жизни. Математические модели эпидемиологии, социологии, экономики описываются системами дифференциальных уравнений, коэффициенты которых характеризуют особенности распространения информации, популяции, развития болезни и экономических процессов в стране. Для составления эффективных планов прогноза развития заболевания в регионах, контроля информации в социальных сетях, экономических прогнозов необходимо уточнять коэффициенты моделей по дополнительной информации о состояниях системы в фиксированные моменты времени (обратная задача).

На первых этапах проводится анализ идентифицируемости математических моделей для систем обыкновенных дифференциальных уравнений [1]. Для решения обратных задач уточнения параметров математических моделей составляется алгоритм регуляризации, основанный на решении вариационной задачи в смысле наименьших квадратов методами машинного обучения и их комбинации с градиентными методами [2, 3]. Получены градиенты целевых функционалов разных типов задач [3]. Проанализированы численные решения обратных задач эпидемиологии туберкулеза и распространения информации в социальных сетях.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ (проект 18-71-10044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kabanikhin S.I., Voronov D.A., Grodz A.A., Krivorotko O.I.* Identifiability of mathematical models in medical biology // Russian Journal of Genetics: Applied Research. 2016, V. 6(8). P. 838-844.
2. *Kabanikhin S.I., Krivorotko O.I., Ermolenko D.V., Kashtanova V.N., Latyshenko V.A.* Inverse problems of immunology and epidemiology // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. 2017, V. 5(2). P. 14-35.
3. *Kabanikhin S., Krivorotko O., Kashtanova V.* Identifiability of mathematical models in medical biology // A combined numerical algorithm for reconstructing the mathematical model for tuberculosis transmission with control programs. 2018, V. 26(1). P. 121-131.
4. *Kabanikhin S.I., Krivorotko O.I.* Identification of biological models described by systems of nonlinear differential equations // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2015, V. 23(5). P. 519-527.

ДИНАМИКА АРКТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ И ПОЛЯРНОГО ВИХРЯ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КЛИМАТА

Крупчатников В.Н., Платов Г.А., Мартынова Ю., Боровко И.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск,

Сибирский региональный научно-исследовательский гидрометеорологический институт Росгидромета, Новосибирск,

Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, Томск

vkrupchatnikov@yandex.ru

В данном докладе обсуждается динамика арктических колебаний (АО) и полярного вихря (ПВ) в контексте взаимодействия динамики атмосферы в Арктике и средних широт в условиях изменения глобального климата и быстрого потепления в Арктике в нижнем слое тропосферы (за счет механизма положительных обратных связей, усиления атмосферных потоков тепла и влаги в Арктику и перенос тепла течениями в океане). Это сложная задача, учитывая относительно короткий период наблюдения этого явления. До сих пор нет единого мнения относительно теоретических концепций и методов решения этой проблемы.

Стратосферный полярный вихрь, шторм-треки, струйные течения, полярность Североатлантических и Арктические колебаний, полярные циклоны. Эти объекты динамики атмосферы являются предметом обсуждения в докладе.

Работа поддержана РФФИ (грант № 16-05-00558, грант № 17-05-00382).

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ЭПИДЕМИИ ТУБЕРКУЛЕЗА ЗАПАДНО-КАЗАХСТАНСКОЙ ОБЛАСТИ

Кубегенова А.Д., Криворотько О.И.
Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан,
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия
aigul-03@mail.ru

В работе предложен метод регуляризации численного решения обратной задачи для математической модели эпидемии туберкулеза в Западно-Казахстанской области. В векторном виде начальная задача, описывающая динамику эпидемиологических процессов, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = P(X(t,x),q) + D\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}, & t \in (0,T),\ x \in \Omega; \\ X(0,x) = \phi(x), & \frac{\partial X}{\partial t}\Big|_{\partial\Omega} = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $X(t,x) = (X_1(t,x),...,X_N(t,x))^T$ - вектор-функция, описывающая количество инфицированных и вылеченных индивидуумов разных групп, мобильных (с учетом миграции) рабочих и крестьян в момент времени t в точке x (в задачах эпидемиологии x может означать возраст человека), $q = (q_1,...,q_M)^T$ - вектор параметров модели, $P(\cdot,\cdot,\cdot) = (P_1(\cdot,\cdot,\cdot),...,P_N(\cdot,\cdot,\cdot))^T$, где функция P_n непрерывная, $n = 1,...,N$. Коэффициент разреженности $D = (D_1,...,D_N)^T$ характеризует мобильность популяции (миграцию). Начальная вектор-функция $\phi(x)$ плотности населения предполагается неизвестной в каждой из областей $\Omega_l,\ l = 1,...,L,\ \Omega = \bigcup\limits_{l=1}^{L}\Omega_l$. Предположим, что известна дополнительная информация в виде:

$$X_i(t_k,x_l;q) = \Phi_{ikl}, \quad k = 1,...,K,\ l = 1,...,L,\ \ i \subset I := \{1,...,N\}. \tag{2}$$

Обратная задача состоит в определении вектора коэффициентов $q(t,x)$ и начальных данных $\phi(x)$ из системы (1) по дополнительной информации (2). Решение обратной задачи позволит составить карты краткосрочного прогноза заболевания в регионе. Решение обратной задачи (1)-(2) неустойчиво [2] и сводится к решению задачи минимизации целевого функционала в смысле взвешенных наименьших квадратов. В качестве метода минимизации был использован метод опорных векторов [3].

Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 18-71-10044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kabanikhin S.I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problem. Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 16(4): 317-357, 2008
2. *Statnikov A., Aliferis C.F., Hardin D.P.* A Gentle Introduction to Support Vector Machines in Biomedicine: Theory and methods. - World Scientific, 2011.

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ В УГОЛЬНОМ ПЛАСТЕ

Кудайбергенов М.К., Карчевский А.Л., Искаков К.Т.
Казахский гуманитарно-юридический инновационный университет, Семей, Казахстан, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия, Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, Астана, Казахстан
melskk@mail.ru

Во многих странах мира уголь представляет собой основной вид сырья для производства электроэнергии. В процессе разработки угольных месторождений нарушается природное равновесие массива горных пород, которое влечет за собой возникновение зон концентрации напряжений, иногда уровень таких напряжений может превысить критический. Данная ситуация особенно характерна при комбайновой добыче угля, где скорость движения забоя достигает нескольких десятков метров в сутки.

В работе представлен алгоритм для вычисления максимального касательного напряжения, величина которого служит критерием возможности горного удара в угольном пласте. Данная величина определяется в два этапа. На первом этапе находится решение обратной задачи для поиска касательных напряжений на границе угольного пласта [1, 2]. Дополнительной информацией для решения обратной задачи является распределение средних напряжений внутри пласта, суть которого состоит в том, что существует эмпирическая зависимость между скоростью распространения упругих волн и средним напряжением. Обратная задача решается оптимизационным методом, решение прямой задачи представлено здесь [3, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карчевский А.Л., Определение возможности горного удара в угольном пласте // Сибирский журнал индустриальной математики, 2017. Том 20, № 4, с. 35-43.*
2. *Карчевский А.Л., Назарова Л.А., Захаров В.Н., Назаров Л.А., Оценка напряженного состояния угольного пласта при произвольных условиях контакта с вмещающими породами на основе решения обратной задачи // Горный журнал, 2017, № 11, с. 37-40.*
3. *Карчевский А.Л., Вычисление напряжений в угольном пласте с учетом диффузии газа // Сибирский журнал индустриальной математики, 2016, т. 19, N 4, с. 31-43.*
4. *Kudaibergenov M.K., Karchevsky A.L., Iskakov K.T., Stress-strain state horizontal coal seam of finite length. Bulletin of the Karaganda University, Mathematics series, 2018, n. 2, p. 133-142.*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ОБРАЗЦОВ СРЕДЫ

Кусаинова А.Т., Нуржанова А.Б., Узаккызы Н., Атанов С.К.
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, Астана, Казахстан
ainurkussainova89@gmail.com

Был исследован учебный лабораторный полигон, находящейся в 76 километрах от города Астаны в северо-западном направлении. В ходе выполнения работ были проведены экспериментальные исследования по определению магнитной восприимчивости образцов сред с помощью прибора «Каппаметр». Прибор предназначен для измерения магнитной восприимчивости в скважинах глубиной до 1000 м. Прибор выдает истинное значение магнитной восприимчивости в виде частоты от 0 до 3000 Гц, что соответствует магнитной восприимчивости $0 \ldots 3000 * 10^{-4}$ ед. При проведении численных расчетов обычно используют грубое значение магнитной проводимости равной единице. При проведение такого рода экспериментов по определению коэффициента восприимчивости образцов сред с помощью прибора «Каппаметр», можно принимать при расчетах точное значение магнитной проницаемости, причем вычисленных по слоям. Проведено формирование данных магнитных свойств образцов сред. Полученные результаты использованы для решения обратных задачи геофизики.

Работа поддержана грантом МОН РК по договору № 132 от 12.03.18 «Разработка алгоритмов и встроенного программного обеспечения по определению геоэлектрического разреза для геоинформационной технологии — GPR» (ИРН AP05133922)

СЕПАРАЦИЯ ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПУТЕМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ СПЕКТРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЛАЙНОВ И МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛА

Лавров А.В., Сизиков В.С.
Университет ИТМО (Санкт-Петербург), Россия
Lavrov@corp.ifmo.ru, Sizikov2000@mail.ru

В работе рассматривается одна из актуальных задач спектроскопии – разделение (сепарация) близких спектральных линий с профилями интенсивности $z_j(\lambda)$, $j = \overline{1, N}$, по суммарному зашумленному спектру $z(\lambda) = \sum_{j=1}^{N} z_j(\lambda) + \delta z$, где δz – шум. При этом линии-компоненты z_j моделируются гауссианами $z_j(\lambda) = A_j \exp[-(\lambda - \overline{\lambda_j})^2/2\sigma_j^2]$ или лоренцианами $z_j(\lambda) = A_j\tau_j^2/[(\lambda - \overline{\lambda_j})^2 + \tau_j^2]$ и задача сводится к отысканию их параметров A_j, $\overline{\lambda_j}$, σ_j, τ_j. Первоначальная оценка количества линий N и их параметров производится с помощью дифференцирования суммарного спектра $z(\lambda)$, при этом спектр сглаживается сплайном для снижения влияния шума при дифференцировании. Затем параметры линий уточняются путем минимизации функционала невязки $F = \sum_{i=1}^{n} (\tilde{z}_i - z_i)^2$ между спектрами измеренным $\tilde{z}$ и рассчитанным z. Для минимизации функционала предложена модификация метода координатного спуска [1] с использованием способа сужающихся ограничений [2]. Разработано программное обеспечение на MatLab и выполнена обработка ряда спектров. Разработанная методика может быть использована для восстановления тонкой структуры спектров и, тем самым, для повышения разрешающей способности спектрометров.

Были проведены исследования, позволяющие оценить погрешность в зависимости от количества линий спектра, степени их наложения, уровня шума, а также в зависимости от степени сглаживания сплайном, диапазона начальных ограничений при координатном спуске, коэффициента сужения ограничений, предела приращения функционала невязки и т.д.

Работа выполнена в рамках темы НИР №617026 «Технологии киберфизических систем: управление, вычисления, безопасность» Университета ИТМО.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сизиков, В. С., Лавров А.В.* Исследование погрешностей некоторых методов разделения перекрывающихся спектральных линий в условиях воздействия помех // Научно-техн. вестник ИТМО. – 2017. – Т. 17. – № 5. – С. 879–889.
2. *Сизиков, В. С., Лавров А.В.* Сравнение различных методов разделения непрерывных перекрывающихся спектральных линий // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124. – № 6. – С. 723–731.

РАСЧЕТ ДВУХФАЗНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА С РАЗРЫВНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Лазарева Г.Г.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск,
lazareva@ssd.sscc.ru

На экспериментальном стенде Beam of Electrons for materials Test Applications (BETA) , созданного в ИЯФ СО РАН, получены новые результаты нагрева вольфрамовой пластины под действием на нее электронного пучка [1]. Натурный эксперимент постоянно сопровождается численным [2]. Модель процесса нагрева вольфрама основана на решении двухфазной задачи Стефана. Разрывные нелинейные коэффициенты определяют положение границы фаз. Условие на свободной границе расплав – твердое тело состоит в равенстве температуры вольфрама температуре плавления 3695K. Большое влияние на решение задачи оказывают разрывные нелинейные по времени и пространству граничные условия, описывающие нагрев и испарение материала. Целью исследования является получение детального разрешения теплового потока вглубь материала с учетом неоднородностей (микротрещин). Глубина прогрева мала относительно размера вольфрамовой пластины. Такая постановка задачи неизбежно приведет к использованию многопроцессорных вычислительных комплексов. Дальнейшее расширение модели предполагает включение уравнений газовой динамики для моделирования динамики жидкой и газовой фаз металла. Уравнения для плотности и импульса будут реализованы явными схемами. Расчет уравнения температуры методом прогонки значительно замедлит работу программы. Распараллеливание требует предварительной адаптации алгоритма [3]. Для расчетов с большим числом трещин потребуется подробная пространственная сетка. Для расчетов с привлечением более сложных моделей распространения трещин потребуется еще больше вычислительных ресурсов. В докладе представлен новый параллельный алгоритм решения задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *L. Vyacheslavov, A. Arakcheev, A. Burdakov et al.* Novel electron beam based test facility for observation of dynamics of tungsten erosion under intense ELM-like heat loads // AIP Conference Proceedings (2016), 1771, 060004.
2. *A.S. Arakcheev, D.E. Apushkinskaya, I.V. Kandaurov et al.* Two-dimensional numerical simulation of tungsten melting under pulsed electron beam // Fusion Engineering and Design, 2018, vol 132, pp. 13-17.
3. *A.N. Konovalov, Yu.P. Popov.* Explicitly solvable optimal discrete models with controlled disbalance of the total mechanical energy for dynamical problems of linear elasticity // Siberian Mathematical Journal, 2015, 56:5, P. 872–878.

ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ЗАДАННОГО УРОВНЯ ПЛОТНОСТИ

Лихачев А.В.
Институт Автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск
ipm1@iae.nsk.su

Была рассмотрена следующая задача томографии. Имеется M проекций от функции $g(x, y)$. Известно, что $g(x, y) = \mu_0$ в области D. Требуется оценить D при заданном μ_0. Предложенное решение состоит в том, что пиксель реконструированного изображения считается принадлежащим D, если его значение лежит в интервале $[\mu_1; \mu_2]$, $\mu_1 \le \mu_0 \le \mu_2$. При этом μ_1 и μ_2 определяются из условия минимума взвешенной суммы вероятностей ошибок первого и второго рода:

$$P_\alpha(\mu_1, \mu_2) = P_1(\mu_1, \mu_2) + \alpha P_2(\mu_1, \mu_2). \tag{1}$$

Параметр α характеризует относительную значимость ошибок второго рода.

Предполагается, что пиксель изображения $g(x, y)$ со значением μ имеет на томограмме нормально распределённое случайное значение с функцией плотности

$$\rho_\mu(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\nu-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad \sigma^2 = \frac{\sigma_F^2}{\sqrt{M}}, \tag{2}$$

где σ_F^2 – дисперсия шума в проекционных данных после их высокочастотной фильтрации. В [1] для неё было полученно следующее выражение

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \widetilde{\Omega}^2(\omega) \widetilde{R}(\omega) d\omega. \tag{3}$$

Через $\widetilde{\Omega}(\omega)$ в (3) обозначена частотная характеристика аппроксимации ramp-фильтра, через $\widetilde{R}(\omega)$ – корреляционная функция шума в исходных данных. Вероятности $P_1(\mu_1, \mu_2)$ и $P_2(\mu_1, \mu_2)$ оцениваются по формулам

$$P_1 = 1 - \int\limits_{\mu_1}^{\mu_2} \rho_\mu(\nu) d\nu, \quad P_2 = \int\limits_{\mu_{min}}^{\mu_{max}} \left(\phi(\mu) \int\limits_{\mu_1}^{\mu_2} \rho_\mu(\nu) d\nu\right) d\mu \approx \int\limits_{\mu_1}^{\mu_2} \hat{\phi}(\mu) d\mu. \tag{4}$$

Здесь $\phi(\mu)$ и $\hat{\phi}(\mu)$ – гистограммы оригинального и реконструированного изображений; μ_{min}, μ_{max} – минимальное и максимальное значения функции $g(x, y)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лихачев А. В. Шибаева Ю. А.* Зависимость точности томографической реконструкции от корреляционной функции шума в проекционных данных // Цифровая обработка сигналов. 2015. № 2. С. 28-34.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООТВОДА ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗКАХ

Максимова А.Г.
ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
maksimova@oapmg.sscc.ru

При конструировании реактора возникает необходимость моделирования теплоотвода его стенок. Для более детального изучения влияния импульсных нагрузок на поверхность на экспериментальном стенде ВЕТА в ИЯФ СО РАН проводятся серии выстрелов высокоскоростными пучками электронов, направленных на пластинку вольфрама. В ходе экспериментов было выявлено образование как вертикальных, так и горизонтальных трещин, вызванных тепловым расширением. При этом трещины, параллельные поверхности пластины, значительно влияют на теплопроводность материала. Таким образом возникает задача по восстановлению геометрии трещин внутри материала по температуре на его поверхности.

В работе рассмотрена двумерная модель распространения тепла внутри пластины вольфрама в декартовой и аксиально-симметричных постановках. Рассмотрены различные геометрии трещин и произведено сравнение вычислительного и натурного экспериментов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта N18-31-00303.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЫВОВ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ С РЕФРАКЦИЕЙ, ПО ЕЕ ЛУЧЕВОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ

Мальцева С.В.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
maltsevasv@math.nsc.ru

В работе исследована задача определения разрывов неизвестной функции, заданной в цилиндрической области с рефракцией, и имеющей смысл распределения внутренних источников по ее известному лучевому преобразованию. Рефракция предполагается известной. Используется послойная веерная схема сбора данных. Данными томографического типа служат значения лучевого преобразования, с источниками и приемниками, принадлежащими эллипсам, полученным пересечением боковой поверхности цилиндра и семейств параллельных плоскостей, расположенных под фиксированным углом к его оси. В частности, одно из таких семейств плоскостей перпендикулярно оси цилиндра. Предложен подход послойного определения разрывов функции, являющийся модификацией разработанных ранее подходов по восстановлению разрывов двумерной функции в средах с прямолинейным характером распространения лучей [1] и в средах с рефракцией [2]. Рассмотрены модификации индикаторов разрывов с целью применения в математической модели рефракционной томографии в цилиндрической области. Численными методами исследована возможность применения таких операторов для решения задачи определения разрывов функции, заданной в цилиндрической области, заполненной средой с рефракцией, по ее лучевому преобразованию.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18–31–00392–мол_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Derevtsov E.Yu., Maltseva S.V., Svetov I.E.* Mathematical models and algorithms for reconstruction of singular support of functions and vector fields by tomographic data. // Eurasian journal of mathematical and computer application. 2015. Vol. 3, No. 4. P. 4–44.
2. *Derevtsov E.Y., Maltseva S.V., Svetov I.E., Sultanov M.A.* On a problem of reconstruction of discontinuities of a function by its attenuated ray transform along geodesics. // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 1880. Art. no. 060004.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ПО ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫМ ВРЕМЕНАМ ВСТУПЛЕНИЯ ЦУНАМИ

Марчук Ан.Г.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск
Email: mag@omzg.sscc.ru

Глубина океана обычно измеряется во время движения судов при помощи эхолота. Но в Мировом океане достаточно мест, где суда не ходят. Следовательно, там не проводились прямые измерения глубины. Но для моделирования трансокеанского распространения волны цунами требуется цифровая батиметрия всей акватории океана. Возникает задача восстановления хотя бы приблизительных значений глубины в тех местах, где глубина достоверно неизвестна. Эта задача может быть решена во время распространения реального цунами при наличии в этой области регистраторов, фиксирующих время прихода туда волны. Предложены два алгоритма восстановления приближённых значений глубины, основываясь на зарегистрированных временах вступления волны. Алгоритм был протестирован на задаче восстановления глубины в области с наклонным дном по временам прихода волны в узлы прямоугольной сетки.

О НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Махмудов О.И., Жураев Д.А.
Самаркандский государственный университет, Узбекистан
makhmudovo@rambler.ru
Каршинский государственный университет, Узбекистан
juraev_davron@list.ru

Известно, что задача Коши для эллиптических уравнений неустойчива относительно малого изменения данных, т.е. некорректна (пример Адамара [1]). В некорректных задачах теорема существования не доказывается, существование предполагается заданным априори. Более того, предполагается, что решение принадлежит некоторому заданному подмножеству функционального пространства, обычно компактному [2]. Единственность решения следует из общей теоремы Хольмгрена [3]. После установления единственности в теоретических исследованиях некорректных задач возникают важные вопросы получения оценки условной устойчивости и построения регуляризирующих операторов. В 1926 г. Т. Карлеман [3] построил формулу, которая связывает значения аналити ческой функции комплексного переменного в точках области с ее значениями на куске границы этой области. На основе этой формулы М.М. Лаврентьев [2] ввел понятие функции Карлема на задачи Коши для уравнения Лапласа и в некоторых случаях указал способ ее построения. Конструкция функции Карлемана дает возможность в этих задачах построить регуляризацию и получить оценку условной устойчивости. На протяжении последних десятилетий не ослабевал интерес к классической некорректной задаче математической физики. Это направление в исследовании свойств решений задачи Коши для уравнения Лапласа начато в 50-х годах в работе [2] и развивалось впоследствии в работах [4 — 6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Адамар Ж.* Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. М., 1978.
2. *Лаврентьев М.М.* О задаче Коши для уравнения Лапласа. // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1956. Т. 20. – С. 819–842.
3. *Carleman T.* Les fonctions quasi analytiques. Paris. Gautier-Villars et Cie. 1926.
4. *Ярмухамедов Ш.* Функция Карлемана и задача Коши для уравнения Лапласа. // Сиб. мат. журнал. 2004. – Т. 45. №. 3. – С. 702–719.
5. *Махмудов О.И., Ниёзов И.Э.* О задаче Коши для многомерной системы уравнений Ламе. // Изв. Вузов. Матем., 4 (2006), 41-50.
6. *Жураев Д.А.* Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в неограниченной области. // Сиб. Электрон. Матем. Изв. 14 (2017), 752-764.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ ДЛЯ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИИ ЖИДКОСТИ В МОДЕЛЬНОЙ АКВАТОРИИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ВЕРИФИКАЦИИ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ

Мацкевич Н.А.[1,2], Чубаров Л.Б.[1,2]
[1]*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*
[2]*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*
nikitamatskevitch@gmail.com

Целью исследования является построение точных решений двумерных нелинейных уравнений мелкой воды для последующей верификации численных алгоритмов моделирования наката длинных волн на берег.

При этом используется подход, предложенный F. K. Ball [1], когда по заданной форме решения определяются неизвестные параметры процесса. Таким способом в [1] был построен класс решений, обладающих плоской свободной поверхностью. Для получения решений не требовалось линеаризации исходных уравнений или иных упрощений. Позднее этот результат был дополнен W. C. Thacker [2], получившим решения, в которых профиль поверхности жидкости являлся параболическим. В обоих случаях акватория представляла собой параболоид (вплоть до вырожденного случая горизонтальной плоскости).

В рамках такого же подхода нами была исследована задача в более общей постановке, в которой одновременно учитывалось влияние на динамику свободной поверхности и сил Кориолиса, и сил донного трения. При этом были рассмотрены новые соотношения исследуемых параметров движения, что привело к значительному расширению класса тестовых задач. Новые точные решения обладают разнообразными профилями свободной поверхности.

В ходе исследования влияния начальных данных на поведение решений выявлены условия, при которых течения обладают свойствами ограниченности и пространственной локализации.

Полученные решения были применены для верификации консервативного алгоритма метода «Крупных частиц» [3]. Результаты этого исследования могут быть применены для разработки и совершенствования численных алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ball F.K.* An exact theory of simple finite shallow water oscillations of a rotating Earth // Hydraulics and Fluid Mech. Nedlands: Pergamon, 1964. P. 293–305.
2. *Thacker W.C.* Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equa-tions // J. of Fluid Mech. 1981. №107. P. 499–508.
3. *Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. — М.: Наука, глав. ред. физ.-мат. лит. — 1982. — 392 с.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ И ДРУГИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СЕМЕЙСТВ ЛУЧЕЙ И ФРОНТОВ И ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙКОНАЛА

Меграбов А.Г.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск;
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск
mag@sscc.ru

Рассматривается уравнение эйконала $|\operatorname{grad}\tau|^2 = n^2$ для скалярного поля времен $\tau(x,y,z)$ с показатедем преломления $n(x,y,z)$. Это основная математическая модель в кинематической сейсмике и геометрической оптике. Рассматриваем семейство $\{L_\tau\}$ лучей L_τ (векторных линий поля $\operatorname{grad}\tau$) — кривых с базисом Френе $(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\nu},\boldsymbol{\beta})$ ($\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор касательной и направление поля $\operatorname{grad}\tau = n\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\nu}$ — главной нормали, $\boldsymbol{\beta}$ — бинормали), кривизной k и кручением $\varkappa$, а также семейство $\{S_\tau\}$ фронтов S_τ (ортогональных к L_τ) — поверхностей с единичной нормалью $\boldsymbol{\tau}$, главными направлениями $\boldsymbol{l}_1$, $\boldsymbol{l}_2$, главными кривизнами k_1, k_2 и гауссовой кривизной K. Все формулы получены в двух формах: 1) в терминах геометрических характеристик лучей и фронтов и 2) в терминах величин τ и n. При этом $\boldsymbol{\tau} = \operatorname{grad}\tau/n$, величины $\boldsymbol{\nu}$, $\boldsymbol{\beta}$, k, $\varkappa$, l_i, k_i, K можно выразить через $\boldsymbol{\tau}$.

В плоском случае, когда $n = n(x,y)$, $\tau = \tau(x,y,t)$ (t — параметр точечного источника), $\varkappa \equiv 0$ для уравнения эйконала $\tau_x^2 + \tau_y^2 = n^2(x,y)$ получены законы сохранения: (I) $\operatorname{div}\boldsymbol{T} = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div}\boldsymbol{Q} = \Delta\ln n$ при любом $t = \mathrm{const}$, где $\boldsymbol{T} \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{grad}\ln n - \Delta\tau/n^2 \operatorname{grad}\tau$, $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{rot}\boldsymbol{\tau}\times\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}\operatorname{div}\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \Delta\tau/n^2 \operatorname{grad}\tau$; (II) $\partial\operatorname{div}\boldsymbol{Q}/\partial t = 0$. Найден геометрический смысл закона сохранения (I): сумма $\boldsymbol{S}^* = \operatorname{rot}\boldsymbol{\tau}\times\boldsymbol{\tau} + \operatorname{rot}\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{\nu}$ векторов кривизны лучей L_τ и фронтов L_ν есть соленоидальное поле ($\operatorname{div}\boldsymbol{S}^* = 0$ в силу $\boldsymbol{S}^* = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau})$), что означает закон сохранения для семейства лучей и фронтов. В трехмерном случае получены его аналоги двух видов:

1) тождества вида $\operatorname{div}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) = \Phi$, $\operatorname{div}\boldsymbol{S}^* = \Psi$, где поля $\Phi \equiv \Psi \equiv 0$ в плоском случае, например, тождества $\operatorname{div}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau})/2 = \varkappa[\varkappa - (\boldsymbol{\tau}\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{\tau})] - (\boldsymbol{\tau}\cdot[\operatorname{rot}\boldsymbol{\nu}\times\operatorname{rot}\boldsymbol{\beta}])$, $\operatorname{div}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) = 2(\boldsymbol{\tau}\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{R}^*)$, для семейства $\{L_\tau\}$, где $\boldsymbol{R}^* = \kappa\boldsymbol{\tau} + k\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}\operatorname{div}\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}\operatorname{div}\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{S}^*$ — сумма трех векторов кривизны векторных линий полей $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\nu}$, $\boldsymbol{\beta}$;

2) законы сохранения вида $\operatorname{div}\boldsymbol{F} = 0$ для семейств лучей $\{L_\tau\}$ и фронтов $\{S_\tau\}$. Поле $\boldsymbol{F}$ выражается соответственно через характеристики лучей и фронтов (в конечном итоге — через поле $\boldsymbol{\tau}$). Часть из них имеет вид $\operatorname{div}\{\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) - \boldsymbol{\Phi}\} = 0$ или $\operatorname{div}\{\boldsymbol{S}^* - \boldsymbol{\Phi}\} = 0$, где $\operatorname{div}\boldsymbol{\Phi} \equiv 0$ в плоском случае. Другие законы имеют более высокий порядок. Например, $\operatorname{div}\{\boldsymbol{\tau}\operatorname{div}\boldsymbol{S}^* - \varkappa\operatorname{rot}\boldsymbol{\tau} - k\operatorname{rot}\boldsymbol{\beta}\} = 0$ для $\{L_\tau\}$ и $\operatorname{div}\{-K\boldsymbol{\tau} - k_2(\boldsymbol{l}_2\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{l}_1 + k_1(\boldsymbol{l}_1\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{l}_2\} = 0$ для $\{S_\tau\}$. Законы сохранения для трехмерного уравнения эйконала (в терминах τ, n) получаются при подстановке всюду $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{\tau} = \operatorname{grad}\tau/n$. Найден также закон сохранения $\operatorname{div}\{\tau^m n^k \operatorname{rot}\boldsymbol{\tau}\} = 0$, $k,m \in \mathbb{R}$, $m > 0 \Leftrightarrow \operatorname{div}\{\tau\operatorname{rot}\boldsymbol{T}\} = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div}\{\tau\operatorname{rot}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau})\} = 0$.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.В. Медведев, А.Д. Колин
Калининградский государственный технический университет, г. Калининград
yojik14@gmail.com

Необходимо отметить, что рассмотренный вариант [1] численного решения дифференциальных уравнений вида

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s}(D\frac{\partial n}{\partial s} + \beta n) - \alpha\cdot n + P,$$

удовлетворяют основным требованиям теории разностных схем (устойчивости, консервативности, принципу максимума) с определенными ограничениями. Ниже предлагается вариант запись этого уравнения, который приводит к разностным схемам, лишенных этих недостатков [2].

$$\frac{\partial n}{\partial t}(\frac{u}{q}) = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{D}{q}\cdot\frac{\partial u}{\partial s}) - \frac{\alpha}{q}\cdot u + P,$$

где $q = \int\limits_0^s \frac{\beta}{D} ds'$. Данное уравнение легко записывается в разностном виде на неявном четырех точечном шаблоне, которое затем преобразуется к виду:

$$A_i^j\cdot u_{i-1}^{j+1} - C_i^j\cdot u_i^{j+1} + B_i^j\cdot u_{i+1}^{j+1} = -F_i^j$$

Эта система уравнений является абсолютно устойчивой, консервативной, и для нее выполняется принцип максимума.

Контрольный пример

Рассмотрим одномерный стационарный случай. Для условий атмосферы можно задать $D = D_0 e^{\int\limits_{z_0}^{z} \frac{dz'}{H}}, \beta = a\frac{dD}{dz}, H = bz + c, \alpha = \alpha_0 e^{\int\limits_{z_0}^{z} \frac{dz'}{H}}$.

Для такого способа задания коэффициентов находится аналитическое решение. Предложенный метод позволит исследовать различные варианты разностных схем и методы их решения в сравнении с аналитическим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кареткина Н.В.* Безусловно устойчивая разностная схема для параболических уравнений, содержащих первые производные // Вычислительная математика и математическая физика. - 1978. - N 6. - С. 236-240
2. *Медведев В.В., Зенкин В.И.* Численные методы решения уравнений диффузии// Математическое моделирование и численные методы решения интегральных уравнений. Калининград. - Из-во КГТУ, 2003. - С. 72-78

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОГО ВАРИАЦИОННОГО АЛГОРИТМА УСВОЕНИЯ ДАННЫХ В ГОРОДСКОМ СЦЕНАРИИ

Мукатова Ж.С.
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
zmukatova@ya.ru

В работе рассмотрена задача усвоения данных контактных измерений концентрации для модели адвекции-диффузии пассивной примеси в атмосфере. В рассматриваемом вариационном алгоритме усвоение одного и того же набора данных производится квази-независимо на отдельных стадиях схемы расщепления. При этом на каждой стадии схемы расщепления, на ограничениях математической модели, прямым алгоритмом находится условный минимум целевого функционала, совмещающего невязку между измеренными значениями и их смоделированными аналогами, а также некоторый стабилизатор, включающий норму функции неопределенности (управления). В [1] был представлен пример работы этого алгоритма в реалистичном сценарии для города Новосибирска. В [2] представлен прямой алгоритм вариационного усвоения данных со стабилизатором в целевом функционале, регулирующим величину нормы производной функции неопределенности. Такой стабилизатор позволяет получать менее локализованные решения, но согласующиеся с данными измерений. В работе изучается оценка эффективности применения прямого алгоритма вариационного усвоения данных со стабилизаторами, включающими как норму самой функции неопределенности, так и норму ее пространственной производной в реалистичном сценарии для города Новосибирска.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ и Администрации Новосибирской области №17-41-543309.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пененко В.В., Пененко А.В., Цветова Е.А.* Вариационный подход к исследованию процессов геофизической гидротермодинамики с усвоением данных наблюдений. //Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58. № 5 (345). С. 17-25.
2. *Penenko A., Penenko V., Mukatova Z.* Direct data assimilation algorithms for advection-diffusion models with the increased smoothness of the uncertainty functions. // 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON). Novosibirsk, 2017. P. 126-130.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ ЗАГРЯЗНЕНИЙ НА ТЕРРИТОРИИ КАРАГАНДИНСКОЙ ОБЛАСТИ

Мухаметжанова Б.О., Криворотько О.И.
Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан,
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия

В работе исследуется алгоритм регуляризации численного решения задачи определения источников загрязнений на территории Карагандинской области, описываемой математической моделью движения субстанций в атмосфере [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi\varphi_i}{\partial t} + div\,\pi\left(\varphi_i u - \mu_i\, grad\,\varphi_i\right) + \pi\left(H(\varphi)\right)_i - \pi\left(f_i(x,t) + r_i\right) = 0, & (x,t) \in \Omega; \\ \varphi(x,0) = \varphi^0(x), \quad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{\partial\Omega} = \varphi^1(x). & \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $\varphi = \{\varphi_i(x,t),\ i = 1,\ldots,n\} \in Q(\Omega)$ — вектор-функция состояния. Ее компоненты φ_i описывают потенциальную температуру, отношения смеси вода — воздух для характеристик влажности в атмосфере, концентрации загрязняющих примесей в газовом и аэрозольном состояниях; $f = \{f_i(x,t),\ i = 1,\ldots,n\}$ — функция источников тепла, влаги и примесей; $r = \{r_i(x,t),\ i = 1,\ldots,n\}$ — функции, описывающие неопределенности и ошибки моделей; $u = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор скорости; $\mu_i = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)_i$ — коэффициенты турбулентного обмена для субстанции φ_i в направлении координат $x = \{x_i, i = 1, 2, 3\}$; вид функции π определяется структурой вертикальной координаты в области Ω; $H(\varphi)$ — нелинейный матричный оператор, который описывает локальные процессы трансформации соответствующих субстанций. Предположим, что известна дополнительная информация в виде:

$$\varphi_i(t_k, x_l) = \Phi_{ikl}, \quad k = 1,\ldots,K,\ l = 1,\ldots,L,\ i = 1,\ldots,n. \tag{2}$$

Обратная задача (1)-(2) состоит в определении функции источника $f(x,t)$ и начальных данных $\varphi^0(x), \varphi^1(x)$ по дополнительной информации (1). Разработаны эффективные алгоритмы регуляризации численного решения прямой и обратной задач для математической модели движения примесей [2]. Подготовлены данные о количестве вредных субстанций в атмосфере Карагандинской области.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации и грантом Президента (МК-1214.2017.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Penenko A.V.* Numerical study of variational data assimilation algorithms based on decomposition methods in atmospheric chemistry models. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2016. V. 48. P. 012021 doi:10.1088/1755-1315/48/1/012021
2. *Kabanikhin S.I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problem. Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2008. V. 16(4). P. 317-357.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И МОЩНОСТЕЙ СЛОЕВ ПРИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РАДАРОГРАММ СЛОИСТЫХ СРЕД

Омарханова Д.Ж., Оралбекова Ж.О., Карчевский А.Л.
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, Астана, Казахстан,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
dinara.omarkhanova@mail.ru

Рассматривается модель N-слойной среды, которая описывается следующими параметрами: z_1, z_2,.. z_n – глубины залегания слоев, ν_1,... ν_n – величины, описывающие электрические свойства для каждого слоя. Источник имеет азимутальную симметрию, следовательно, электрическое поле зависит от полярного радиуса r и глубины z. Условие при $z = 0$ соответствует возмущению среды, которое экспоненциально затухает, что качественно отражает свойства сигнала источника для георадиолакации. Условие на внутренней границе при $z = Z$ является искусственным, поэтому решения имеет смысл рассматривать в интервале времени $t < T_{max}$, где T_{max} – время прохождения сигнала до границы $z = Z$, в течение которого граница при $z = Z$ не влияет на решение.

Исследованы особенности радарограмм, полученных для различных моделей сред в ходе натурного эксперимента на песчаном полигоне с применением георадара «Лоза В». Получены радарограммы для следующих слоистых сред: сухой песок, пенопласт, фольга; торф [1]. Подготовлены реальные данные для проведения сравнительного анализа с вышеуказанным алгоритмом, теоретические и практические основания которого можно найти здесь [2] - [4].

Работа поддержана грантом МОН РК по договору № 132 от 12.03.18 «Разработка алгоритмов и встроенного программного обеспечения по определению геоэлектрического разреза для геоинформационной технологии GPR» (ИРН AP05133922).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *К.Т. Искаков, С.А.Боранбаев, Н. Узаккызы и. др.*, Научно-технические основы для разработки систем георадилокации. Астана. ЕНУ, 2017, 222 с.
2. *A.L.Karchevsky* , Simultaneous reconstruction of permittivity and conductivity // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2009, v. 17, n. 4, p. 385-402.
3. *A.L. Karchevsky* , Reconstruction of pressure velocities and boundaries of thin layers in thinly-stratified layers // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2010, v. 18, n. 4, p. 371-388.
4. *Zh.O. Oralbekova, K.T. Iskakov, A.L. Karchevsky*, Existence of the residual functional derivative with respect to a coordinate of gap point of medium // Applied and Computational Mathematics, 2013, v.12, n. 2, p. 222-233.
5. *A. Karchevsky, Zh. Oralbekova, K. Iskakov* , Solution of the inverse problem of subsurface electric exploration for horizontally layered medium // Journal of Applied Mathematics, 2013, v. 2013, article ID 432121, 9 p.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В АЛГОРИТМАХ УСВОЕНИЯ ДАННЫХ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ-РЕАКЦИИ

Пененко А.В.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск

a.penenko@yandex.ru

Задача усвоения данных рассматривается как последовательность связанных обратных задач с расширяющимися наборами данных изерений, когда результаты решения одной задачи являются априорной информацией для решения последующих. Для решений обратных задач из последовательности рассматривается как вариационный алгоритм, так и алгоритм на основе операторов чувствительности и ансамблей решений сопряженных уравнений [1,2]. Алгоритмы рассматриваются на примере шкалы моделей адвекции-диффузии-реакции увеличивающееся пространственной размерности. В качестве данных измерений используются данные типа изображений: временные ряды, высотные профили или снимки значений функции состояния модели в зависимости от ее размерности. Обсуждаются вопросы решения задач усвоения данных большого масштаба, связанных с прогнозированием химического состава атмосферы и процессов развития живых систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда по проекту 17-71-10184 (в части разработки алгоритмов на основе ансамблей решений сопряженных уравнений) и в рамках темы госзадания ИВМиМГ СО РАН № 0315-2016-0004 (в части разработки вариационных алгоритмов). Векторизация и оптимизация программ для ЭВМ выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (4.1.3 Совместные лаборатории НГУ-ННЦ СО РАН). Вычисления выполнены на мощностях Сибирского Суперкомпьютерного центра СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пененко, А.* Согласованные численные схемы для решения нелинейных обратных задач идентификации источников градиентными алгоритмами и методами Ньютона-Канторовича // Сиб. журн. вычисл. матем., 2018, 21, 99-116.
2. *Пененко А.В.* Метод Ньютона-Канторовича для решения обратных задач идентификации источников в моделях продукции-деструкции с данными типа временных рядов. // Сиб. журн. вычисл. Математики / РАН. Сиб. отд-ние. – Новосибирск, (положительные рецензии).

ОБРАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА И ТРАНСФОРМАЦИИ АТМОСФЕРНЫХ ПРИМЕСЕЙ В ГОРОДСКИХ УСЛОВИЯХ

Пененко А.В.[1,2], Гочаков А.В.[3], Мукатова Ж.С.[1,2], Антохин П.Н.[4]
[1]*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск,* [2]*Новосибирский государственный университет, Новосибирск,* [3]*Сибирский государственный научно-исследовательский институт метрологии, Новосибирск,*
[4]*Институт оптики атмосферы имени В.Е. Зуева СО РАН, Томск*
a.penenko@yandex.ru

Представлены результаты разработки системы усвоения данных мониторинга и идентификации источников выбросов для модели переноса и трансформации атмосферных примесей с учетом городских условий[1,2]. Система основана на использовании вариационного подхода и схемы расщепления. Численно изучается эффективность системы с привлечением различной априорной информации о расположении и временном ходе мощности источников на примере Новосибирской городской агломерации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области (код проекта 17-41-543309) в части применения к условиям города Новосибирска и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00137) в части разработки вариационных алгоритмов усвоения данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Penenko, A.; Penenko, V.; Tsvetova, E.; Grishina, A. ; Antokhin, P.* Sequential Variational Data Assimilation Algorithms at the Splitting Stages of a Numerical Atmospheric Chemistry Model // Large-Scale Scientific Computing, Springer International Publishing, 2018 , P. 536-543.
2. *Пененко, А.; Мукатова, Ж.; Пененко, В.; Гочаков, А.; Антохин, П.* Численное исследование прямого вариационного алгоритма усвоения данных в городских условиях // Оптика атмосферы и океана, 2018, 31 , 456–462.

СРАВНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ МАЛОРАКУРСНОЙ ВЕЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Пикалов В.В.
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск
pickalov@itam.nsc.ru

В задачах томографической диагностики потоков газа и плазмы постановка задачи зачастую сводится к получению приближенного решения для малоракурсной веерной геометрии сбора проекционных данных [1]. Вынужденная малоракурсность объясняется, с одной стороны, большими техническими проблемами по добавлению каждой новой проекции, а с другой - достаточностью небольшого числа проекций для выделения на томограмме обычно гладких низкочастотных возмущений потока. Для подавления ложных структур изображения (артефактов) необходимо строить итерационные алгоритмы, позволяющие вводить априорную информацию о решении - отсутствие резких границ, гладкость, положительность и некоторые другие свойства решения, зависящие от физической постановки задачи. Кроме проблемы недостаточного числа проекций, в веерной томографии еще имеется зависимость результатов реконструкции томограммы от расстояния данной точки на томограмме до фокальной точки пучка лучей.

В данной работе рассматривается два типа итерационных алгоритмов. Первый основан на использовании в итерациях поочередную работу в пространстве изображения (томограммы) и в пространстве проекций (синограммы), сведении задачи к решению системы линейных алгебраических уравнений (модификация алгоритма ART [2]). Второй тип имеет дело с образом томограммы в фурье-пространстве, с использованием теоремы о центральном сечении этого образа и его связи с одномерными фурье-преобразованиями проекций. Последняя теорема в работе [3] обобщена на веерный случай, когда искомая томограмма деформируется так, что 'вмороженные' в нее веерные лучи раздвигаются и становятся параллельными. Приводятся характеристики разработанных алгоритмов, оценена их помехоустойчивость, описаны особенности характерных для двух алгоритмов типов артефактов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kak A.C., Slaney M.* Principles of computerized tomographic imaging. -New York: IEEE Press, 1988.
2. *Herman G.T., Lent A.* Iterative reconstruction algorithms. // Comput. Biol. Med. 1976. Vol.6, No.4. P. 273-294.
3. *Kazantsev D., Pickalov V.* New iterative reconstruction methods for fan-beam tomography. // Inverse Problems in Science and Engineering. 2018. Vol.26, No.6. P. 773-791. DOI: 10.1080/17415977.2017.1340946 .

МЕТОДЫ УСВОЕНИЯ ДАННЫХ ДЛЯ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА-ДИФФУЗИИ ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ, ОСНОВАННЫЕ НА АНСАМБЛЕВОМ ФИЛЬТРЕ КАЛМАНА

Платонова М.В.
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
gumoznaya@gmail.com

Под усвоением данных принято понимать совместное использование данных модели и данных наблюдений для получения оптимальной оценки состояния системы. В представленной работе рассмотрены методы усвоения данных, основанные на ансамблевом фильтре Калмана.

Алгоритм усвоения данных рассматривался для одномерной задачи адвекции диффузии. В качестве физической задачи рассматривалось уравнение переносадиффузии с заданной областью определения и заданными граничными условиями. Использовался метод расщепления задачи по физическим процессам. Решение уравнения переноса было найдено с помощью полулагранжевого метода. Уравнение диффузии решалось с помощью циклической прогонки.

Для поставленной задачи были проведены модельные эксперименты с различным числом ансамблей и проведен анализ результатов этих экспериментов. С помощью численных экспериментов с модельными данными были изучены и проанализированы механизмы работы ансамблевого фильтра Калмана и проведено его сравнение с классическим фильтром Калмана. Проведен сравнительный анализ зависимости точности полученных оценок от различных входных параметров.

Так же была рассмотрена задача поиска совместной оценки пассивной примеси и оценки эмиссии. Эта задача является актуальной, так как чаще всего на практике часто нет возможности получить данные об источниках загрязнений и их интенсивности. Приведены возможные варианты повышения точности получаемой оценки.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ С РЕФРАКЦИЕЙ, ПО ЕЕ ЛУЧЕВОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ

Полякова А.П.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
apolyakova@math.nsc.ru

В работе рассматривается задача восстановления скалярного поля, распределенного в цилиндрической обрасти, заполненной средой с рефракцией.

Для решения классической задачи томографии о восстановлении функции по ее преобразованию Радона применяются различные методы, как аналитические, так и численные, приближенные. Отметим специально разработанные в рамках томографии алгебраические методы, многочисленные формулы обращения, и другие. Также хорошо себя показали и успешно используются алгоритмы, основанные на общематематических хорошо известных подходах, таких как метод наименьших квадратов и сингулярное разложение. Переход к модели с рефракцией существенно сужает рамки применяемых методов. Для решения поставленной задачи предлагается подход, основанный на модификации теоретически обоснованных формул обращения интегральных операторов с использованием теории псевдодифференциальных операторов и интеграла Фурье. В частности, численная реализация одной из формул обращения, включающая в себя использование операторов обратной проекции и дискретного преобразования Фурье, была ранее модифицирована с целью восстановления двумерных функций, заданных в единичном круге с римановой метрикой [1].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18–31–00392–мол_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Деревцов Е.Ю., Мальцева С.В., Светов И.Е.* Приближенное восстановление функции, заданной в области с малой рефракцией, по ее лучевым интегралам. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2014. Т. 17, № 4. С. 48–59.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В КАТАЛИТИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

Приходько А.Ю. Шишленин М.А.
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Prikhodko1997@gmail.com

В работе исследованы различные методы решения обратной задачи химической кинетики по определению констант скоростей химической реакции.

Актуальность задач анализа химических реакций обусловлена современными потребностями промышленности, такими как улучшение технологических процессов переработки углеводородных соединений, усовершенствование химических реакторов и другие.

На каждом этапе в соответствии с кинетической схемой реакции строится система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающих кинетику сложной реакции. Для изменений концентраций c_i каждого вещества i правая часть уравнения является суммой членов, каждый из которых представляет собой правую часть закона действующих масс для стадии (то есть простой реакции), в которых образуется или расходуется данное вещество.

Имеются экспериментальные зависимости концентраций отдельных соединений от времени — массив $c_i(t_j)$ для нескольких значений T_k (температура). Обратная задача состоит в определении констант отдельных стадий скоростей $k_l = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}$. Здесь E_a — энергия активации, A –– предэкспоненциальный множитель, R — универсальная газовая постоянная, T –– абсолютная температура газа.

В данной работе предложен метод восстановления констант реакций. Решение обратной задачи сводится к минимизации целевого функционала методами Ньютона-Канторовича и глобальной оптимизации (генетический алгоритм [1], имитации отжига [2], метод Роя частиц [3]). Проведен сравнительный анализ алгоритмов и приведены результаты численных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Deb K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-IIю IEEE transactions on evolutionary computation. 2002. Vol. 6. No. 2. Pp. 182–197.
2. Dueck G. W., Butler J. T. A heat quench algorithm for the minimization of multiple-valued programmable logic arrays Computers & electrical engineering. 1996. Vol. 22. No. 2. Pp. 103–107.
3. Shi, Y.; Eberhart, R.C. A modified particle swarm optimizer. Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. 1998. Pp. 69–73.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ВЕКТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ CUDA И ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРОВ

Русскова Т.В.
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск
btv@iao.ru

Статистический подход, лежащий в основе метода Монте-Карло, обуславливает его высокую вычислительную трудоемкость при решении задач атмосферной оптики в некоторых условиях численного эксперимента (оптически плотная и разорванная облачность, сумерки и т.д.), что ограничивает его использование в случаях, требующих оперативных решений. Появление технологий параллельного программирования способствовало созданию алгоритмов метода, ориентированных на многопроцессорные системы (см., например, [1]), и снижению времени расчетов почти пропорционально количеству одновременно функционирующих вычислительных единиц. Однако по ряду причин решение отдельных исследовательских задач в большинстве своем проводится традиционно – на стационарных ПК.

Новая технология CUDA (Compute Unified Device Architecture) на базе графических ускорителей GPU (Graphics Processing Unit) позволяет перейти на качественно новый уровень расчетов и существенно повысить их производительность, не прибегая к использованию дорогостоящего оборудования, а также параметризаций, снижающих точность решения. К настоящему времени наиболее впечатляющие результаты достигнуты в области биомедицинских технологий [2]. В области атмосферной оптики такие примеры фактически отсутствуют.

В работе обсуждаются параллельные алгоритмы моделирования переноса поляризованного излучения в безоблачной атмосфере и в присутствии оптически неоднородной облачности, разработанные с использованием технологии CUDA в целях минимизации временных затрат и приведения расчетных программ в соответствие с современными требованиями, предъявляемыми к скорости вычислений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-31-60057 мол-а-дк).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Глинский Б.М., Родионов А.С., Марченко М.А., Подкорытов Д.И., Винс Д.В. Агентно-ориентированный подход к имитационному моделированию суперЭВМ экзафлопсной производительности в приложен.ии к распределенному статистическому моделированию // Вестник ЮУрГУ. 2012. № 18 (277), вып. 12. С. 94-99.*
2. *Zhu C., Liu Q. Review of Monte Carlo modeling of light transport in tissues // J. Biomed. Opt. 2013. V. 18. N 5. P. 050902-1 - 050902-12.*

РЕГУЛИРОВАНИЕ ВОСПРОИЗВОДСТВА В ПРОСТОЙ БИОЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ “ХИЩНИКА – ЖЕРТВЫ”

Рыженков А.В.
Экономический факультет Национального исследовательского Новосибирского государственного университета, ИЭОПП СО РАН, Новосибирск
ryzhenko@ieie.nsc.ru

Основными переменными единственного нелинейного дифференциального уравнения в модели М. Шефера – В.И. Арнольда М-1 являются: запас возобновимого биоресурса, его естественный прирост, а также величина добычи, которая линейно зависит от наличной биомассы [1, 2]. В модифицированной модели М-2, указанная линейная зависимость заменена квадратичной.

В каждой модели существует единственное значение параметра управления в уравнении добычи, при котором величина последней может длительно поддерживаться на максимальном устойчивом уровне, за исключением переходных участков, при возобновлении биомассы за счет естественного прироста. Принцип необходимой предосторожности выполняется для малых запасов надежней в М-2, чем в М-1, поскольку квадратичное правило добычи гарантирует их сохранение при случайных внешних воздействиях в более полной мере, чем линейное правило добычи.

Еще одним специальным рассмотренным случаем выступает модель М-3, построенная В.И. Арнольдом на базе М-1 при предположении постоянного уровня добычи, выступающего параметром управления [2]. Теория бифуркаций и катастроф [3] помогла автору доказать, что при критическом значении этого параметра происходит седло-узловая бифуркация.

Определены количественные и качественные характеристики управления с прямыми и обратными связями в моделях М-1, М-2 и М-3. С учетом результатов С.П. Курдюмова [3], показано, что в биоэкономике особенно опасны режимы с обострением, в которых преобладает положительная обратная связь биомассы и темпа ее чистого прироста. Кроме того, для М-3 выявлены дополнительные характерные признаки потенциальных антропогенно-природных катастроф.

Для указанных одномерных моделей автором предложено оригинальное двухмерное продолжение – модель Р-1. В последней объем добычи выступает новой фазовой переменной, подчиненной пропорциональному контролю и регулированию по производной. Биомасса выступает как “жертва”, а добыча (улов), как “хищник”.

Найдены области изменения трех параметров управления, для которых нетривиальное стационарное состояние системы из двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений является асимптотически локально устойчивым узлом или фокусом в Р-1. На основе этого результата раскрыты возможности длительного поддержания максимальной устойчивой добычи.

Параметрическая оптимизация для достаточно длительного отрезка времени (10 лет) позволяет найти значения выделенных параметров управления, при которых интегральный объем добычи в Р-1 превосходит интегральные объемы устойчивой добычи в М-1 и М-2 при тех же исходных запасах биоресурса.

Ключевые слова: возобновимый ресурс, истощение, максимальная устойчивая добыча, правило регулирования добычи, седло-узловая бифуркация, модель “хищника – жертвы”, теория бифуркаций и катастроф, режим с обострением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов И.И* Фундаментальное решение акустического волнового уравнения в полупространстве, удовлетворяющее интегральному условию поглощения на регулярной границе. // Международная конференция "Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений посвященная 100-летию со дня рождения С.Л. Соболева, 2008, Новосибирск, с. 89.
2. *Schaefer M.B.* Some aspects of the dynamics of populations important to the management of commercial marine fisheries // Bulletin of Mathematical Biology 53 (1/2): 253–279, 1991 ed., 1954, 1 (2): 27–56.
3. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. 3-е изд., доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 128 с.
4. *Kuznetsov Y.A.* Elements of Applied Bifurcation Theory (Second ed.). Berlin a.o.: Springer. 1998. ISBN 0-387-98382-1. – 612 p.
5. *Курдюмов С.П.* Режимы с обострением. –М.: Физматлит, 2006. – 312 с.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В МОДЕЛИ СМОЛУХОВСКОГО

Салимова А.Б.[1], Пененко А.В.[1,2]
[1]*Новосибирский государственный университет, Новосибирск,*
[2]*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск*
aksalimova@yandex.ru

В работе рассматриваются прямые и обратные задачи идентификации источников для модели, основанной на дискретизованном по размерам частиц уравнении Смолуховского. Обратные задачи для таких моделей возникают при обработке данных мониторинга состава атмосферы, получаемых в виде временных рядов концентраций аэрозольных частиц некоторых радиусов, например, PM1, PM2.5, PM10.

Для решения обратных задач используется метод, основанный на SVD и построении оператора чувствительност [1]. Вначале, для численного решения прямых и сопряженных уравнений используются дискретно-аналитические численные схемы, согласованные в смысле тождества Лагранжа [2]. Далее, на основе ансамбля решений сопряженных уравнений моделей адвекции-диффузии-реакции, строятся операторы чувствительности, которые позволяют в обратной задаче перейти от системы нелинейных дифференциальных уравнений, к семейству нелинейных интегральных уравнений, зависящих от выбора набора функций предварительного проектирования данных измерений. Перейдя к такому виду обратной задачи можно применить спектральный метод анализа операторов. Для решения операторных уравнений используется метод типа Ньютона-Канторовича [1]. В работе производится численное исследование этого алгоритма и его эффективность.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда по проекту 17-71-10184 (в части разработки алгоритмов и их исследовании). Векторизация и оптимизация программ для ЭВМ выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (4.1.3 Совместные лаборатории НГУ-ННЦ СО РАН).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пененко А.В.* Метод Ньютона-Канторовича для решения обратных задач идентификации источников в моделях продукции-деструкции с данными типа временных рядов. // Сиб. журн. вычисл. Математики / РАН. Сиб. отд-ние. - Новосибирск (положительные рецензии).
2. *Пененко А.В.* Согласованные численные схемы для решения нелинейных обратных задач идентификации источников градиентными алгоритмами и методами Ньютона-Кантаровича // Сиб. журн. вычисл. Математики / РАН. Сиб. отд-ние. - Новосибирск, 2018. - Т.21 , №1. - С. 99-116.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В УПРУГИХ СРЕДАХ НА ГИБРИДНЫХ СУПЕРЭВМ

Сапетина А.Ф.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
afsapetina@gmail.com

В данной работе рассмотрена задача распространения сейсмических волн в упругих средах, характерных для магматических вулканов, с целью разработки технологии суперкомпьютерного моделирования процессов проходящих при активном вибросейсмическом мониторинге таких объектов. Для решения этой задачи в рамках методологии со-дизайна [1] рассматривается применение различных математических постановок динамической теории упругости и численных методов их решения для создания параллельного алгоритмического и программного обеспечения, оптимизированного под архитектуру гибридного кластера. Разработаны комплексы программ для проведения численных экспериментов на кластерах Сибирского суперкомпьютерного центра ИВМиМГ СО РАН. Проведено сравнение использования современных ускорителей вычислений в составе суперЭВМ для численного решения поставленной задачи.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0315-2016-0009) при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 16-07-00434, 16-01-00455).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Glinskiy B.M., Kulikov I.M., Chernykh I.G., Snytnikov A.V., Sapetina A.F., Weins D.V.* The Integrated Approach to Solving Large-Size Physical Problems on Supercomputers // Supercomputing. RuSCDays 2017. CCIS. 2017. Vol. 793, pp. 278–289.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ КОШИ-РИМАНА В ШАРЕ В R^n

Сатторов Э.Н., Эрмаматова Ф.Э.
Самаркандский государственный университет, Узбекистан, Самарканд
Sattorov-e@rambler.ru

В работе рассматривается задача восстановления решения система уравнений [1],[2]

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial F_i}{\partial x_i}+H_i\right)=0,$$

$$\frac{\partial F_j}{\partial x_k}-\frac{\partial F_k}{\partial x_j}-H_kF_j+H_jF_k=0,(i,k,j=1,...,n) \tag{1}$$

которая является n- мерным аналогом обобщенной системы Коши-Римана, по ее известным значениям на части границы этой области, т.е. задача Коши. Когда все $H_i=0$, то система (1)является системой Рисса ([3], с.106).

Постановка задачи (задача Коши). Известны данные Коши решения системы (1) на поверхности S :

$$F(y)=f(y),y\in S, \tag{3}$$

где $f(y)=(f_1(y),\cdots,f_n(y))-$ заданная на S непрерывная вектор-функция. Требуется восстановить функцию $F(x)$ в Ω, исходя из заданной f, т. е. решить задачу аналитического продолжения решения обобщенной системы Коши-Римана в многомерном евклидовом пространственной области по ее значениям на гладком куске S границы, где S замкнутый гиперповерхность в шаре B_r с центром нуле и радиусом $0<r<\infty$, где шар состоит из 2 связный компоненты: G^+ с $0\in G^+$ и $G^-=\Omega$, направлена как границы Ω.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оболашвили Е.И* Обобщенная система Коши-Римана в многомерном евклидовом пространстве // Международная конференция "Комплексный анализ"ГДР, Гале(1976) с. 36-39.
2. *Оболашвили Е.И* Обобщенная система Коши-Римана в многомерном пространстве // Труды Тбилисского Математического Института, т.58. (1978), с. 168-173.
3. *Стейн И.,Вейс Г.* Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах, М., 1974.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ, ЗАДАННОГО В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ С РЕФРАКЦИЕЙ, ПО ЕГО ПРОДОЛЬНОМУ ЛУЧЕВОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ

Светов И.Е.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
svetovie@math.nsc.ru

В работе рассмотрена задача восстановления векторного поля, заданного в цилиндре, заполненном средой с рефракцией, по известным значения продольного лучевого преобразования. Используется послойная веерная схема сбора данных. Данными томографического типа служат значения продольного лучевого преобразования, с источниками и приемниками, принадлежащими эллипсам, полученным пересечением боковой поверхности цилиндра и семейств параллельных плоскостей, расположенных под фиксированным углом к его оси. В частности, одно из таких семейств плоскостей перпендикулярно оси цилиндра. В работе [1], для случая среды без рефракции, получены формулы обращения для послойной схемы сбора данных. Доказано, что для существования решения достаточно двух наборов параллельных плоскостей, в которых вычислены продольные лучевые преобразования, с линейнонезависимыми нормалями. В то время как для устойчивости необходимы три таких набора плоскостей. В работе [2] формулы обращения численно реализованы.

В данной работе предлагается модификация формул обращения, полученных в [1], учитывающая рефракцию, моделируемую геодезическими известной римановой метрики.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18–31–00392–мол_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sharafutdinov V.* Slice-by-slice reconstruction algorithm for vector tomography with incomplete data. // Inverse Problems. 2007. № 23. P. 2603–2627.
2. *Светов И.Е.* Восстановление соленоидальной части трехмерного векторного поля по лучевым преобразованиям, вычисленным вдоль прямых, параллельных координатным плоскостям. // Сибирский Журнал Вычислительной математики. 2012. Т. 15, № 3. С. 329–344.

НАХОЖДЕНИЕ МЕСТА РАСПОЛОЖЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОЙ АНОМАЛИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Сигаловский М.А.
Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, Алматы
mark.sgl15@yandex.ru

Рассмотрим одну локационную задачу гравиметрии. Требуется восстановить координаты $(a; b)$ центра гравитационной аномалии известной формы и структуры (плотности) по данным замеров гравитационного потенциала и его градиента с поверхности Земли. Основное уравнение модели – уравнение Пуассона $\Delta\varphi = -4\pi G\rho$, где φ – функция потенциала, ρ – плотности. Граничные условия ставятся так: а) на верхней части известны значения φ и $\nabla\varphi$; при стремлении координат x и y к заглубленным границам области, $|\varphi - \varphi_0| \to 0$, где φ_0 – нормальное значение для вмещающей породы. Прямая задача сформулирована в [1, 2]. Обратная задача сводится к минимизации целевого функционала.

ТЕОРЕМА: *1. Целевой функционал* $\mathcal{J}(a; b) = \int_0^L \left(\frac{\partial\eta}{\partial y}|_{y=0} - K(x)\right)^2 dx$, *где функция* $\eta(x, y)$ *есть решение прямой задачи, а функция замеров* $K(x)$ *входит в условие соответствующей обратной задачи, дифференцируем по любому направлению* $h : h_1, h_2$, *и формула его производной по направлению* h *имеет вид:*

$$\mathcal{J}'(a; b) = -4\pi G\psi_* \cdot (|h_2| \cdot I_1 + \ |h_1| \cdot I_2)$$

где

$$I_1 = \int_{a-m}^{a+m} [p(x; b+n) - p(x; b-n)]\, dx$$

$$I_2 = \int_{b-n}^{b+n} [p(a+m; y) - p(a-m; y)] dy$$

2. Эта производная не является производной Гато, т.к. она нелинейна по направлению h *с нелинейностью* h *типа «модуль».* [2] Поэтому градиентный метод неприменим. Но функция «модуль» является субдифференцируемой [3], поэтому возможно применить субградиентный метод, требующий только лишь производной по направлению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sigalovsky M.* Optim. methods for incorrect problems with cond. on the boundary parts in the simple 2d case. //Thesis of the Int. Conf. «Inv. prob. in finance, ec-s and life sciences», Almaty, December 26-28, 2017, p. 36.
2. *Сигаловский М.А.* Дифф. св-ва целевого ф-ла в одной обрат. локац. задаче гравиметрии // Вестник КазНПУ им. Абая, Физмат-серия, №6 - 2018.
3. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации (в 2-х кн.), I том, изд. перераб. и дополн. // М.: МЦНМО, 2011, стр. 231.

О РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ЗАДАЧ

Сидикова А.И., Танана В.П.
Южно-Уральский Государственный Университет, Челябинск
sidikovaai@susu.ru, tananavp@susu.ru

В работе исследуется и решается комбинированная начально-краевая задача для уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом. В постановке этой задачи выделены два интервала. Первый от 0 до T_1 посвящен нагреву камеры внутреннего сгорания, второй интервал от T_1 до ∞ посвящен естественному остыванию стенки камеры, в то время как камера взаимодействует с окружающей средой. Доказана применимость к решению этой задачи преобразования Фурье по t, после применения которого основное уравнение сведено к обыкновенному дифференциальному уравнению. Используя это уравнение дано решение обратной граничной задачи для уравнения теплопроводности методом проекционной регуляризации и получена оценка погрешности приближенного решения. Для нахождения точной по порядку оценки погрешности приближенного решения используется подход, описанный в [1]. Данная задача адекватно отражает процесс, происходящий в элементах теплонагруженных технических конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лянце В.Э.* О несамосопряженном дифференциальном операторе второго порядка на полуоси // Докл. АН СССР, 1964, Т. 154, № 5, С. 1030–1033.

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ParSPDE ДЛЯ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ ЧИСЛЕННЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРЕ

Смирнов Д.Д.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск
smirnovdd@mail.ru

В данной работе описывается комплекс программ ParSPDE, в котором реализованы параллельные алгоритмы для численного статистического моделирования решений стохастических дифференциальных уравнений с частными производными (СДУЧП) и обсуждаются результаты численного статистического моделирования решений СДУЧП, проведенного на кластере НКС – 30Т Сибирского Суперкомпьютерного Центра при ИВМ и МГ СО РАН. Комплекс программ ParSPDE основан на базе комплекса программ AMIKS. В ParSPDE добавлены новые статистические и частотные характеристики: частотное пространственное сечение, частотное пространственно-временное сечение. [1]

Работа проводилась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00698 и 18-01-00599).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Марченко М.А., Иванов А.А., Смирнов Д.Д.* Комплекс программ AMIKS для численного решения СДУ методом Монте-Карло на суперкомпьютерах // Вычислительные технологии. 2017. Т. 22. № 3. С. 61-70.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ МАГНИТНОЙ МАСКИРОВКИ

Спивак Ю.Э.
Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
uliyaspivak@gmail.com

Большое внимание в последние годы уделяется исследованию проблем управления электромагнитными полями с целью маскировки материальных тел от них. Для решения указанных задач в [1] был предложен метод, получивший название метода оптических преобразований (МОП). И относительно недавно МОП был применен для исследования задач в случае статических полей [2, 3]. Это позволило ученым успешно решать задачи дизайна устройств невидимости в случае статических (магнитных, электрических и тепловых) полей. Но стоит отметить, что техническая реализация указанных решений весьма затруднена из-за отсутствия в природе соответствующих маскировочных материалов, отвечающих найденным решениям. Существует несколько способов преодоления трудностей при технической реализации решений, среди которых отметим применение оптимизационного метода [4, 5]. Таким образом, в представленной работе исследуются задачи маскировки относительно магнитных статических полей с помощью дизайна маскировочной оболочки Ω, заполненной неоднородной анизотропной, в общем случае, средой. Предполагается, что основные свойства маскировочной оболочки описываются тензором магнитной проницаемости μ, тогда как внутренняя и внешняя области заполнены однородной изотропной средой. Для решения такого рода задач применяется оптимизационный подход, подробно изложенный в [4, 5], с помощью которого обратная задача сводится к задаче минимизации определенного функционала качества, адекватно отвечающего исходной задаче маскировки. В процессе исследования разрабатывается численный алгоритм решения задачи магнитной маскировки, обсуждаются и анализируются полученные результаты вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00365-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pendry J.B., Shurig D., Smith D.R.* Controlling electromagnetic fields // Science. 2006. V. 312. № 1. P. 1780–1782.
2. *Lan C., Li B., Zhou J.* Simultaneously concentrated electric and thermal fields using fan-shaped structure // Optics express. 2015. Vol. 23. № 024475.
3. *Sanchez A., Navau C.et al.* Antimagnets: controlling magnetic fields with superconductor metamaterial hybrids // New J. Phys. 2011. V. 13. № 093034.
4. *Alekseev G.V., Spivak Yu.E.* Analysis of the 3D acoustic cloaking problems using optimization method // J. Phys. Conf. Ser. 2016. V.722. № 012002.
5. *Алексеев Г.В.* Проблема невидимости в акустике, оптике и теплопереносе. Владивосток: Дальнаука, 2016.

АДАПТИВНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ И СЕДЛОВЫХ ЗАДАЧ

Стонякин Ф. С.
Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь
fedyor@mail.ru

Недавно нами совместно с А. В. Гасниковым, П. Е. Двуреченским и А. А. Титовым [2], предложен универсальный аналог проксимального зеркального метода А. С. Немировского для вариационных неравенств с оператором поля разного уровня гладкости. Отличительная особенность предлагаемого подхода для вариационных неравенств — адаптивный выбор констант в минимизируемых прокс-отображениях на каждой итерации. Эти константы связаны с константой Липшица гладкого (инфинумом констант Гёльдера для негладкого) поля. При этом не требуется задания точного значения этой константы, поскольку предлагаемый метод позволяет найти подходящую константу на каждой итерации, что удаётся достичь за счёт интересного подхода к критерию оптимальности константы, который по сути является некоторой дискретной модификацией условия Липшица (Гёльдера). Мы переносим данную методику на выпукло-вогнутые седловые задачи вида

$$f(x,y) \to \min_{x\in Q_1} \max_{y\in Q_2}, \tag{1}$$

где $Q_{1,2}$ — выпуклые компакты в $\mathbb{R}^n$, f выпукла по x и вогнута по y, существует $\nu \in [0,1]$ и константы $L_{11,\nu}, L_{12,\nu}, L_{21,\nu}, L_{22,\nu} < +\infty$:

$$\|\nabla_x f(x+\Delta x, y+\Delta y) - \nabla_x f(x,y)\|_{1,*} \le L_{11,\nu}\|\Delta x\|_1^\nu + L_{12,\nu}\|\Delta y\|_2^\nu,$$

$$\|\nabla_y f(x+\Delta x, y+\Delta y) - \nabla_y f(x,y)\|_{2,*} \le L_{21,\nu}\|\Delta x\|_1^\nu + L_{22,\nu}\|\Delta y\|_2^\nu$$

для всех $x, x+\Delta x \in Q_1, y, y+\Delta y \in Q_2$.

Доказано, что возможно достичь приемлемого приближения $(\widehat{x}, \widehat{y}) \in Q_1 \times Q_2$:

$$\max_{y\in Q_2} f(\widehat{x}, y) - \min_{x\in Q_1} f(x, \widehat{y}) \le \varepsilon \tag{2}$$

для седловой точки $(x_*, y_*) \in Q_1 \times Q_2$ задачи (1) не более, чем за $O\left(1/\varepsilon\right)^{\frac{2}{1+\nu}}$ итераций, что указывает на оптимальность предложенного метода по крайней мере при $\nu = 0$ и $\nu = 1$. Однако на практике за счёт адаптивности оценка (2) может достигаться значительно быстрее.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта Российского научного фонда, код проекта 18-71-10044.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гасников А. В., Двуреческий П. Е., Стонякин Ф. С., Титов А. А.* Адаптивный проксимальный метод для вариационных неравенств // Журнал вычислит. мат. и мат. физики — 9 с. — Принято к печати.
Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/1804.02579.pdf

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЗАДАЧАХ ФАРМАКОКИНЕТИКИ

Такуадина А.И.
Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Астана
alyoka.01@mail.ru

В работе рассматривается математическая модель циркуляции крови человеческого организма, представляющий, как набор камер [1]. По забору крови пациента определяют концентрацию препарата в первой камере, которую и принимаем как дополнительную информацию для решения обратной задачи. По известной дополнительной информации необходимо определить все коэффициенты перехода (константы скорости). Для решения обратной задачи применяем оптимизационный метод. Суть которой состоит в минимизации квадратичного функционала невязки наблюдаемого и рассчитанного состояния концентрации препарата в камере.

В качестве постановки прямой задачи используется система кинетических уравнений, которая описывает перемещение препарата из камеры в камеру. Построена вспомогательная (сопряженная) задача, с помощью которой получен явный вид градиента минимизируемого функционала. Разработан разностный аналогу алгоритмов решения прямой и сопряженной задачи сформулированной в дискретной постановке [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сагиндыков К.М., Такуадина А.И. «Математические модели по описанию процесса распределения концентрации препаратов в камерах», V международная научно-практическая конференция, г.Астана, 2018, 377-379.
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Сибирское научное издательство, 2009, Новосибирск, с. 457.

ОБРАБОТКА БОЛЬШОГО КОЛИЧЕСТВА ДАННЫХ ПРИ ВЫЯВЛЕНИИ ГЕОХИМИЧЕСКИХ АНОМАЛИЙ НА РЕДКОМЕТАЛЬНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ

Темирбекова Л.Н.
Казахский Национальный Педадгогический Университет им.Абая, г.Алматы, Казахстан
laura-nurlan@mail.ru

В работе представлен алгоритм для обработки большого количества данных при выявлении аномалий распределения химических элементов на редкометальных месторождениях [1, 2, 3, 4, 5].

Математически задача заключается в решении интегрального уравнения Фредгольма 1-ого рода для большого количества различных правых частей, ядро интегрального уравнения остается одним и тем же. Представленный алгоритм решения задачи разбивается на два этапа. На первом этапе решается ряд задач, в которых не участвует правая часть интегрального уравнения. Используя результаты вычислений первого этапа, искомое решение интегрального уравнения для конкретной правой части на втором этапе вычисляется при помощи двух суммирований. Такой алгоритм позволяет первый этап вычислений провести заранее, до выезда " в поле ", простота второго этапа позволяет проводить обработку данных " в поле " в режиме реального времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гавриленко О.Д. Методология оценки перспективности геохимических аномалий // Вестник ВКГТУ им. Д.Серикбаева и Вычислительные технологии, совместный выпуск, Усть-Каменогорск, Часть 3, 2013, с. 79-85.
2. Кузьмина О.Н., Дьячков Б.А., Владимиров А.Г., Кириллов М.В., Редин Ю.О. Геология и минералогия золотоносных джаспероидов Восточного Казахстана (на примере рудного поля Байбура) // Геология и геофизика, 2013, т. 54, № 12, с. 1889—1904.
3. Тихонов А.Н. Математическая геофизика. М.: ОИФЗ РАН, 1999, 476 с.
4. Karchevsky A.L. Reformulation of an inverse problem statement that reduces computational costs // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, 2013, v. 1, n. 2, p. 4-20.
5. Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A. Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line // Applied Mathematical Modelling, 2016, v. 40, n. 2, p. 1029–1037. doi: 10.1016/j.apm.2015.06.018

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ДВУСЛОЙНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ТРЕЩИНОЙ

Фанкина И.В.
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, Новосибирск
fankina.iv@gmail.com

Исследуется задача оптимального управления для двуслойной конструкции, содержащей трещину. Конструкция состоит из двух пластин, жесткой и упругой, расположенных одна над другой без зазора. Жесткая пластина приклеена по части края к упругой, при этом в упругой пластине вдоль линии склейки имеется трещина. На берегах трещины задаются краевые условия вида равенств и неравенств, исключающие их взаимное проникание.

Задача оптимального управления формулируется в рамках критерия разрушения Гриффитса. Функционалом стоимости выступает производная функционала энергии конструкции по длине трещины. В качестве функции управления выбирается параметр, который характеризует размер жесткой пластины. Установлено существование решения задачи.

ЭКСПРЕСС МЕТОДИКА ВЫДЕЛЕНИЯ РАССЕЯННОЙ КОМПОНЕНТЫ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛИ СРЕДЫ С ПОМОЩЬЮ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Фатьянов А.Г.
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск
fat@nmsf.sscc.ru

Известно, что наличие в среде различных мелкомасштабных объектов типа трещин, каверн и т.п. вызывает появление в сейсмическом поле рассеянной компоненты. Она возникает за счет дифракции волн на таких объектах. Принципиальным моментом является то, что рассеянная компонента по интенсивности на несколько порядков меньше обычных типов волн. В настоящей работе развита методика выделения рассеянной компоненты. Она основана на методе подавления кратных и однократных волн [1], не использующем глубинно-скоростную модель среды.

В [2] отмечается, что использование рассеянных волн для обнаружения и идентификации мелкомасштабных неоднородностей весьма затруднено из-за слабой интенсивности дифракционной компоненты волнового поля. В данной работе эта задача, задача выделения слабой дифракционной компоненты, решена на основе теории регуляризации по пространственным ([3]) и временным частотам. В итоге происходит спектральное накопление сигнала. При этом не требуется дополнительная очистка от шумов, как для всех известных методов выделения рассеянной компоненты.

Результат выделения рассеянной компоненты проиллюстрирован для реальных промышленных разрезов при наличии вскрытых месторождений. Это даёт возможность экспресс обработки без использования глубинно-скоростной модели среды с целью снижения геологоразведочного риска при поиске месторождений углеводородов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фатьянов А.Г* Волновой метод подавления кратных волн для морских данных для сред произвольного строения. Сибирские электронные математические известия. Т. 12, с. 63-73 (2015).
2. *Ланда Е.* Роль дифракционной компоненты волнового поля при построении сейсмических изображений // Технологии сейсморазведки. 2013. № 1. С. 5-31.
3. *Фатьянов А.Г* Регуляризация метода подавления кратных и однократных волн. Разработка программного обеспечения для обработки данных с редкой сетью наблюдений без потери точности. В сборнике: Суперкомпьютерные технологии в нефтегазовой отрасли. Математические методы, программное и аппаратное обеспечение. 2017. С. 44-48.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОМ СЦЕПЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ О КОНТАКТЕ ПЛАСТИНЫ И БАЛКИ

Фурцев А.И.
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
furtsev@hydro.nsc.ru

Изучается задача оптимального управления для двух контактирующих тел. Одно из тел представляет собой упругую пластину (модель Кирхгофа-Лява), другое – упругую балку (модель Бернулли-Эйлера). На множестве возможного контакта пластины и балки заданы краевые условия типа Синьорини. Эти условия включают в себя ограничения на прогибы, имеющие форму неравенств, которые гарантируют взаимное непроникание тел при контакте. Вместе с тем используемые условия устроены так, что учитывается эффект сцепления между телами, притом в модели содержится параметр, характеризующий силы сцепления.

Задача оптимального управления состоит в отыскании параметра сцепления, минимизирующего подходящий функционал стоимости. Параметр сцепления выступает в роли параметра управления, при этом функционал стоимости характеризует отклонение прогибов пластины и балки от предписанных значений. Доказана теорема о существовании решения сформулированной задачи оптимального управления.

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЕ МЕТОДЫ ГРАДИЕНТНОГО ТИПА ДЛЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Чистяков П.А.
Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург
p_a_v_e_l@isnet.ru

Работа посвящена оценкам скоростей сходимости двух итеративно-регуляризованных методов: метода наискорейшего спуска и метода минимальной ошибки. Для регуляризованного метода наискорейшего спуска (РМНС) сходимость при определенных условиях была установлена и доказана в работе [1] , здесь мы приведем оценки скорости сходимости, в том числе и оптимальную. Для метода минимальной ошибки в данной работе мы построим его регуляризованный вариант (РММО) и покажем, что с помощью аналогичной техники можно установить сходимость метода при тех же условиях и выполнить оценки скорости сходимости, в том числе и оптимальную.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ 18-11-00024.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vasin V.V.* Irregular nonlinear operator equations: Tikhonovś regularization and iterative approximation /V. Vasin // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2013, Vol. 21, № 1, P. 109-123.
2. *Васин В.В.* Операторы и итерационные процессы фейеровского типа: теория и приложения / В.В. Васин, И.И. Еремин. – М. Ижевск: Ин-т компьют. исслед., Регуляр. и хаот. динамика, 2005.
3. *Heinz W. Engl* Regularization of Inverse Problems / H.W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer. - Kluwer, Dordrecht, 1996.
4. *Кокурин М.Ю.* О выпуклости функционала Тихонова и итеративно регуляризованных методах решения нерегулярных нелинейных операторных уравнений / М.Ю. Кокурин // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2010, N. 50:4, С. 651-664.
5. *Иванов В.К.* Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. – М.: Наука, 1978.

О СРАВНЕНИИ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИХ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

Чубатов А.А.[1], Кармазин В.Н.[2]
[1] *Армавирский государственный педагогический университет, Армавир*
[2] *Кубанский государственный университет, Краснодар*
[1] *chaa@inbox.ru*, [2] *karmazin@kubsu.ru*

Работа продолжает исследования представленные в [1, 2]. Математическая модель описана в статье [1]. В работах [1, 2] описано применение метода функциональной аппроксимации — последовательного future-time метода, использующего r последующих шагов по времени. Число r является дискретным параметром регуляризации.

В данной работе произведен анализ решений (оценок интенсивности) полученных методами: функциональной аппроксимации и методом регуляризации на основе расширенных нормальных систем (РРНС) [3].

Подход основанный на использовании регуляризованных расширенных нормальных систем (РРНС), позволяет снять проблему выбора параметра регуляризации: необходимо только согласовать α с погрешностью входных данных (матрицы и правой части).

Проведены вычислительные эксперименты, построены устойчивые численные приближения искомой интенсивности при наличии погрешностей в исходных данных. Для оценки качества выбора α конкретным методом используем коэффициент эффективности $\eta_{eff}(\alpha_{meth}) \in [0;1]$

$$\eta_{eff}(\alpha_{meth}) = \|g(\alpha_{best}) - \bar{g}\| \, / \, \|g(\alpha_{meth}) - \bar{g}\| \,,$$

где $\alpha_{best} = \arg\min\limits_{\alpha} \|g(\alpha) - \bar{g}\|$ — лучшее α, $\bar{g}$ — точное решение.

Отметим, что, не смотря на свою простоту, метод функциональной аппроксимации дает погрешности оценки интенсивности сопоставимые с методом РРНС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чубатов А.А., Темердашев М.З., Кармазин В.Н.* Экспрессный метод мониторинга источника загрязнения атмосферы // Наука Кубани, № 3, 2013. С. 11-16.
2. *Чубатов А.А., Кармазин В.Н.* О последовательном алгоритме усвоения данных в задаче экспресс-мониторинга источника загрязнения атмосферы // Сб. тез. 7-ой междунар. молодёжн. научн. школы-конф. «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», посвящ. 90-л. со дня рожд. акад. Г. И. Марчука, Новосибирск, Академгородок, 19-24 окт 2015. — Новосибирск, 2015, с. 97.
3. *Чубатов А.А* Об одном алгоритме решения плохообусловленной переопределенной системы линейных уравнений // XIV Всерос. конф. мол. уч. по матем. моделир. и инф. технол., Томск, 15-17 окт 2013, с. 32-33.

ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКВАЖИНАМИ ДЛЯ ДОБЫЧИ МЕТОДОМ ПОДЗЕМНОГО СКВАЖИННОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

Шаяхметов Н.М.
Казахский национальный университет им.аль-Фараби, Алматы
shayakhmetovn@gmail.com

Добыча урана сопровождается задачей оптимального проектирования месторождения для получения прогнозных расчетов экономических показателей таких как рентабельность, себестоимость конечного продукта, время отработки месторождения и затраты на статьи расходов. При большом расстоянии между скважинами количество скважин сокращается что положительно влияет на затраты на бурение скважин, однако при малом количестве скважин увеличивается время отработки месторождения. Следовательно, задача выбора оптимального расстояния между скважинами является не тривиальной и зависит непосредственно от геологического строения месторождения, а в качестве критерия оптимальности должны использоваться экономические показатели [1]. Поиск оптимального расстояния производится в несколько этапов и является итерационным до достижения условия оптимальности:

1. Определение месторасположения проектных скважин при заданных параметрах схемы расположения. Заполняется заданная область сеткой добывающих скважин, удаляются скважины в забалансовых регионах и строятся сети закачивающих скважин вокруг каждой добывающей скважины.

2. Моделирование гидродинамики потоков в межскважинном пространстве. Производится расчет распределения давления и скоростей в пласте, для этого используются закон неразрывности и закон Дарси.

3. Моделирование химических реакций. ак как знание распределения потоков не позволяют в полной мере описать сам процесс выщелачивания урана, необходимо проведение моделирования химических реакций, происходящих между закачиваемым выщелачивающим раствором, ураном в твердом виде и добываемым продуктивным раствором.

4. Расчет экономических показателей. Проводится расчет расходов на бурение скважин, эксплуатацию месторождения и необходмый объем выщелачивающего раствора.

5. Проверка оптимальности. При проверке оптимальности основным критерием является минимальность итоговых расходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мамилов, В.А*Добыча урана методом подземного выщелачивания [Текст] / В.А. Мамилов. - Москва: Атомиздат, 1980, 248 с.

TOMOGRAPHY OF THE BELTRAMI FIELDS

Balandin A.L.
Institute of Systems Dynamics and Control Theory of the V.M. Matrosov, Irkutck
balandin@icc.ru

A three dimensional ($3D$) vector field $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ is said to be force-free or Beltrami field in a region D of $\mathbb{R}^3$ if the following condition holds [1]

$$\nabla \times \mathbf{g} \times \mathbf{g} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{g} = 0. \tag{1}$$

The equations (1) are rewritten

$$\nabla \times \mathbf{g} = \varkappa \mathbf{g}, \tag{2}$$

It can be shown that Hansen's vectors [3] $\mathbf{M}+\mathbf{N}$ are the eigenvectors of the operator $\nabla\times$, that is

$$\nabla \times (\mathbf{N}+\mathbf{M}) = \varkappa(\mathbf{N}+\mathbf{M}),$$

and hence the field $\mathbf{N}+\mathbf{M}$ is force-free field.
Thus, any force-free field and its ray transform in the exact expression can be gives as

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l} b_{lm}[\mathbf{N}_l^m(\mathbf{r}) + \mathbf{M}_l^m(\mathbf{r})]. \tag{3}$$

The ray transform of a vector field given by the series (3) is represented in the form

$$\check{\mathrm{g}}(\rho,\phi;\boldsymbol{\xi}) = \sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l} \mathrm{g}_{lm}^R W_{lm}(\rho,\phi) + \mathrm{g}_{lm}^I V_{lm}(\rho,\phi). \tag{4}$$

$$W_{lm} = \pi\sqrt{l(l+1)} \sum_{m'=-l}^{l} d_{mm'}^l(\beta)\frac{J_{m'}(\varkappa\rho)}{\varkappa}(B_{lm'}^{\theta'} + iA_{lm'}^{\theta'})f_{lmm'}^{(1)}(\phi)$$

$$V_{lm} = \pi\sqrt{l(l+1)} \sum_{m'=-l}^{l} d_{mm'}^l(\beta)\frac{J_{m'}(\varkappa\rho)}{\varkappa}(B_{lm'}^{\theta'} + iA_{lm'}^{\theta'})f_{lmm'}^{(2)}(\phi),$$

$$f_{lmm'}^{(1)}(\phi) = \cos[m\alpha + m'(\pi/2+\gamma+\phi) + (l+1)\pi/2]$$
$$f_{lmm'}^{(2)}(\phi) = \sin[m\alpha + m'(\pi/2+\gamma+\phi) + (l+1)\pi/2].$$

where g_{lm}^R and g_{lm}^I are real and imaginary parts of g_{lm}. The unknown coefficients g_{lm}^R and g_{lm}^I are evaluated as the solution of linear system of equations by the least squares method.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chandrasekhar S., Kendall P.C.* On Force-Free Magnetic Fields // Astrophys. J., 126, 1957, 457-460.
2. *Hansen W.W.* A new type of expansion in radiation problems // Phys. Rev. 47, 1935, 139-143.

THE INTERGIAL PROBLEM OF GEOMETRY FOR FAMILY OF PARABOLAS ON THE PLANE

Begmatov A.H., Ismoilov A.S.
Samarkand State University, Uzbekistan
akrambegmatov@mail.ru

The integral geometry problems are an intensively developing direction of modern mathematics, which is one of the largest directions in the theory of ill-posed problems of mathematical physics and analysis.

We give the definition of the problem of integral geometry [1].

Problems of a non-Volterra type were studied in the works of M. M. Lavrent'ev [2].

Weakly ill-posed problems of integral geometry of Volterra type with weight functions having a singularity were investigated in [3].

The uniqueness of theorems, stability estimates, and inversion formulas for weakly ill-posed problems of integral geometry with respect to special curves and surfaces with singularities are obtained in [4-5].

In this work we consider the problem of reconstructing a function from a family of parabolas in the upper half-plane with a weight function having a singularity.

Let a family of curves that smoothly fill $R^2_+ = \{(x, y) : x \in R^1, y \geq 0\}$ and uniquely parameterize with the help of the coordinates of its vertices (x, y), an arbitrary curve of the family is defined by the relations:

$$P(x, y) = \{(\xi, \eta) : (y - \eta) = (x - \xi)^2, 0 \leq \eta \leq y\}.$$

It is shown that the solution of the problem posed is weakly ill-posed, that is, stability estimates are obtained in spaces of finite smoothness.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *V.G. Romanov.* Some inverse problems for equations of hyperbolic type. Novosibirsk. Science. 1974.
2. *M.M. Lavrent'ev, L.Ya. Savel'ev.* Linear operators and ill-posed problems // Institute of Mathematics Siberian Division of the Academy of Sciences Novosibirsk, Russia. 1995. P.382.
3. *Begmatov Akram H.* On a class of weakly ill-posed Volterra-type of integral geometry in the three-dimensional space // J. Inverse and Ill-Posed Problems. 1995. Vol. 3 . No 3. P. 231-235.
4. *Akram H. Begmatov.* Volter's problem of integral geometry in the plane for curves with singularities // Sib. mat. journal 1997.T.38. vol. 38. No. 4. P. 723-737.
5. *Begmatov Akram H.* The problems of integral geometry on special curves and surfaces with singularities at tha vertices // Rep. SASSSR. 1998. Vol. 358. No 2. P. 151-153.

THE PROBLEM OF INTEGRAL GEOMETRY OF VOLTERRA TYPE WITH A WEIGHT FUNCTION OF A SPECIAL TYPE

Begmatov A.H., Ochilov Z.H.
Samarkand State University, Uzbekistan
akrambegmatov@mail.ru

The integral geometry problems are an intensively developing direction of modern mathematics, which is one of the largest directions in the theory of ill-posed problems of mathematical physics and analyses. Its tasks are closely related to numerous applications-the tasks of interpreting data from geophysical studies, electrical reconnaissance, acoustics and computed tomography.

One of the central problems of integral geometry is the restore of a function if its integrals over given manifolds are known.In this direction we obtained certain results [1-5].

To this range of problems, the problem of investigating special operator equations - operator equations of the Voltaire type. To the operator equations of this type reduces a series of inverse problems for differential equations and problems of integral geometry.

In this work we consider a new class the Voltaire type problems of integral geometry with a special type weight function.Theorem of uniqueness is proved; the inversion formulas are derivedandobtain estimates of a stability in Sobolev's spaces and thus show their weak ill-posedness of given problem.

Under weak ill-posedness is understood the existence of a functional spaces for given problem and for the solution in the definition of the norms of which a finite number of derivatives

The existence's theorem of a solution the original problem of integral geometry is proved

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Begmatov Akram H.* On a class of weakly ill-posed Volterra-type of integral geometry in the three-dimensional space // J. Inverse and Ill-Posed Problems. 1995. Vol. 3 . No 3. P. 231-235.
2. *Akram H. Begmatov.* Volter's problem of integral geometry in the plane for curves with singularities // Sib. mat. journal 1997.T.38. vol. 38. No. 4. P. 723-737.
3. *Begmatov Akram H.* The problems of integral geometry on special curves and surfaces with singularities at tha vertices // Rep. SASSSR. 1998. Vol. 358. No 2. P. 151-153.
4. *Begmatov Akram H., Ochilov Z.H.* Integral Geometry Problem with a Discontinuous Weight Function // Doklady Mathematics, 2009, Vol. 80, No. 3. P. 823-825.
5. *Begmatov Akram H., Ochilov Z.H., Muminov M.E.* Horizon Research Publishing(HRPUB) Corporation // USA Mathematics and statistics Vol 3, No 5.

THE STUDY OF ENERGY STATES IN THE THOMSON PROBLEM

Fadeev S.A.
Novosibirsk State University, Novosibirsk
stepan-fadeev@mail.ru
Dedok V.A.
Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk
dedok@math.nsc.ru

One of the most important contemporary problems experimental physicists face is calculation of coordinates of an optimal nanostructure. An example is the problem of coating of carbon nanotubes by a suitable fullerene. A nontrivial character of the problem is provided by an exponentially increasing number of suitable halves of the molecule among which an optimal configuration must be chosen guided by the stability of the chemical bond between carbon atoms[1].

The well-known Thomson problem has received unexpected development in the context of this problem. It was noted that through the transition to the so-called dual lattice, the problem of finding a suitable fullerene is reduced to solving the problem similar to the Thomson problem on a hemispherical surface[2].

The main difficulty in solving the problem is a classification of the optimal solutions instead of their finding. The generally accepted approach is that the configurations are considered equivalent if their potential energies coincide with the specified accuracy [3]. The correct way of classification is to check overlaying solutions using rotations and reflections.

The task was set: to develop a method that allows us to classify the solutions of the Thomson problem depending on the position of point charges on a sphere. To solve the problem a complete weighted graph was constructed. We put charges at the vertices of the graph. In this case the compatibility of configurations reduces to the isomorphism problem for complete weighted graphs.

The result of the study is a method that allows to make a complete analysis of the solutions of the Thomson problem. In addition, an auxiliary software product was written that allows to generate Thomson problem solutions quickly, as well as to check the emerging solutions for compatibility.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bondarenko A.N., Karchevskiy M.N., Kozinkin L.A.* Structure of Metastable States in The Thomson Problem // Journal of Physics: Conference Series, Volume 643 012103, 2015.
2. *Robinson M., Suarez-Martinez I., Marks N.* Generalized method for constructing the atomic coordinates of nanotube caps // Physical Review B87 No. 15 155430-8, 2013.
3. *Erber T., Hockney G.M.* Equilibrium configurations of N equal charges on a sphere // Journal of Physics A: Mathematical and General 24 L1369, 1991.

PARALLELIZATION OF THE EXACT EFFECTIVE COMPUTATIONS FOR VARIOUS NUMERICAL REPRESENTATIONS AND CORRESPONDING ARITHMETIC ALGORITHMS FOR MULTIDIGITED NUMBERS

Golodov V.A.
South Ural State University (national research university), Chelyabinsk
golodovva@susu.ru

Accuracy and efficiency of numerical methods are actual issues containing a contradiction. Parallel computing is proposed as a perspective approach, providing the potential to resolve these issues.

Besides of standard number representation, calculation errors are consequence of the mathematic object properties. For example, a systems of linear equations, a lot of mathematical models uses or are reduced to solving of system of linear equation whereas its solving is calculative intence task.

Significant examples those demonstrates neccecity of exact computations are solving systems of linear equations with Gilbert, Godunov or Vandermond matrices. These matrices are so ill-conditioned that even for small ordef conditionality number of the matrice grows fast. This feature allows using these matrices as verificitaion tool for computational methods.

Natural science problems also have uncertainty sources, e.g. uncertainty in input data such as instrumentation data. Approach that uses additional apriory information in the input data to perform transition from linear system with interval uncertainty to interval linear system introduced in [1], interval system is solved using interval approaches [2].

Main idea of the paper is to find ways to fundemental problem of achievment of the efficiency of arbitrary and extended precision arithmetics for different number systems using available parallelim possibilities.

The work has been supported by Act 211 Government of the Russian Federation, contract 02.A03.21.0011. The work was supported by the Ministry of education and science of Russian Federation (government order 2.7905.2017/8.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Golodov V.*Iinterval regularization approach to the Firordt method of the spectrophotometric analysis of the non-separated mixtures // scientific computing, computer arithmetic, and validated numerics / ed. by M. Nehmeier, J. Wolff Von Gudenberg, W. Tucker, 2016, cham: Springer International Publishing, pp. 201–208.
2. *Shary S. P. Solvability of interval linear equations and data analysis under uncertainty* / S. P. Shary // Automation and Remote Control, Feb 2012, Vol. 73, no. 2, Pp. 310–322.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE SOLUTION OF SOURCE PROBLEM IN STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION OF FINANCIAL ECONOMICS

Kondakova E.A.,Krivorotko O.I., Kabanikhin S.I.
Novosibirsk State University, Novosibirsk;
Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, prospect Akademika Lavrentjeva 6, Novosibirsk
ekondak95@mail.ru, olga.krivorotko@sscc.ru, kabanikhin@sscc.ru

Mathematical models in the financial economy are divided into deterministic (systems of nonlinear ordinary differential equations (ODE) [1] and parabolic equations) and stochastic ones, which are described by systems of stochastic differential equations (SDE) [2]. The problems of controlling stochastic dynamical systems are widely encountered in practice and are the subject of deep mathematical research [3].

In the paper inverse problem for a stochastic differential equation of Merton type with a Wiener process [3] is numerically investigated. This problem determines the function on of the right-hand side (control function) [4]. The principle of dynamic programming (1) and the Hamilton-Jacobi-Bellman equation (2) are used for the study. A numerical algorithm has been developed to search for optimal control based on dynamic programming. The results obtained by methods (1) and (2) are consistent. It is shown that the optimal investment strategy is a constant the fraction of total wealth held in stock and the rate of consumption increases monotonically. The results of the numerical calculations are presented and discussed.

The work has been supported by the Russian Science Foundation (grant no. 18-71-10044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shi J.* Application of Alternative ODE in Finance and Economics Research // Business School - New Brunswick and Newark Rutgers University, NJ, 2010.
2. *Soner H.M.* Stochastic Optimal Control in Finance // 2004, Oxford.
3. *Fleming D., Rishel V.* Optimal control of deterministic and stochastic systems // M., Mir,1978, P. 318.
4. *Merton R.C. et al.* Theory of rational option pricing // World Scientific, 1971.
5. *Kabanikhin S.I.* Inverse and Ill-Posed Problems: theory and applications // Berlin/Boston: de Gruyter, 2012.

ON APPLICATION OF CONVEX-CONCAVE DISCREPANCY FUNCTIONALS TO SOLVING DYNAMIC RECONSTRUCTION PROBLEMS[1]

Krupennikov E.A.
N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, Yekaterinburg;
Ural Federal University (UrFU), Yekaterinburg
krupennikov@imm.uran.ru

The problem of reconstruction of the normal control that generates a realized trajectory of a control system and has the least norm in L_2 space is considered. It is assumed that inaccurate measurements of the realized trajectory are known. We consider a class of control systems non-linear in state coordinates and linear in controls [4, 5].

This problem has been studied by many authors (see [1]). The approach suggested by Yu.S. Osipov and A.V. Kryazhimskii is originated from the works of Krasovskii's school [3] and has provided contemporary methods for solving inverse problems (see [3]).

The new method suggested by the authors relies on necessary optimality conditions for auxiliary variational problems of finding stationary points of a regularized integral discrepancy functional. The key innovation of the suggested approach is using a functional which is convex with respect to the controls and concave with respect to the state coordinates.

The estimates of the quality of approximation of the normal control are obtained. The method is compared with another know approach [3].

A numerical illustrative example is exposed.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kryazhimskii A.V., Osipov Yu.S.* Modelling of a control in a dynamic system. In: Engrg. Cybernetics 21 (2), 38?47 (1984).
2. *Krasovskii N.N., Subbotin A.I.* Positional Differential Games (Nauka, Moscow, 1974) [in Russian]. French transl.: Jeux differentiels, "Mir Moscow, 1977.
3. *Maksimov V.I.* The dynamical decoupled method in the input reconstruction problem // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 44:2 (2004).
4. *Subbotina, N.N., Tokmantsev, T.B., Krupennikov, E.A.* On the Solution of Inverse Problems of Dynamics of Linearly Controlled Systems by the Negative Discrepancy Method // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, Vol. 291, Pleiades Publishing, Ltd. 2015, pp. 253?262.
5. *Subbotina, N.N.,Tokmantsev, T.B., Krupennikov, E.A.* Dynamic Programming to Reconstruction Problems for a Macroeconomic Model // IFIP Advances in Information and Communication Technology. [S.l.]: Springer, 2017. Vol 494. P. 472-481.

[1]This research was supported by the Presidium of Russian Academy of Sciences, Program No 30 "Theory and Technologies of Multi-level Decentralized Group Control under Confrontation and Cooperation".

DISCRETIZATION OF FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Piskarev S.
Lomonosov Moscow State University, Moscow
piskarev@gmail.com

We consider the discretization of differential equations of fractional order in Banach space E. Denote for $0 < \alpha < 1$ by $S_\alpha(t,A)$, $t > 0$, the resolution operator $x \mapsto u(t)$ of a uniformly well-posed Cauchy problem

$$(\mathbf{D}_t^\alpha u)(t) = Au(t), \quad u(0) = x,$$

in a Banach space E, where $\mathbf{D}_t^\alpha$ is the Caputo-Dzhrbashyan derivative. We consider approximation of fractional derivative by finite difference scheme

$$\Delta_{t_k}^\alpha \Theta_n(\cdot) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \Sigma_{j=0}^{k-1} (t_{j+1}^{1-\alpha} - t_j^{1-\alpha}) \frac{\Theta_n(t_{k-j}) - \Theta_n(t_{k-j-1})}{\tau_n},$$

and approximate the solution $S_\alpha(t,A)x$ by implicit scheme

$$\Delta_{t_k}^\alpha \overline{U_n}(\cdot) = A_n \overline{U_n}(t_k), \tag{1}$$

and by explicit scheme

$$\Delta_{t_k}^\alpha U_n(\cdot) = A_n U_n(t_{k-1}). \tag{2}$$

The stability of the schemes under different conditions have been proved in [1]. We obtain [3] the order of convergence $O(\tau_n^\alpha)$ of scheme (1) and scheme (2).

We will also discuss semidiscretization of uniformly well-posed Cauchy problem

$$(\mathbf{D}_t^\alpha u)(t) = Au(t) + f\big(t, u(t)\big), \quad t \in [0,T], \quad u(0) = x,$$

with operator A, which generates an analytic and compact resolution family of operators $\{S_\alpha(t,A)\}_{t\geq 0}$ in a Banach space E and the function $f(\cdot,\cdot)$ is smooth enough (this is a different setting from [2]). We prove the convergence of solutions on general approximation scheme.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Liu R., Li M., Pastor J. and Piskarev S.* On the approximation of fractional resolution families // *Differential Equations.* **50** (7) (2014), 927–937.
2. *R. Liu, M. Li and S. Piskarev.* Approximation of semilinear fractional Cauchy problem // *Comput. Methods Appl. Math.* **15** (2) (2015), 203–212.
3. *Liu Ru, Miao Li, Sergey Piskarev.* The Order of Convergence of Difference Schemes for Fractional Equations // *Numerical Functional Analysis and Optimization.* **38** (6) 2017, 754–769.

STOCHASTIC PROJECTION METHODS AND APPLICATIONS TO NONLINEAR INVERSE PROBLEMS OF PHASE RETRIEVING

Sabelfeld K.K.
Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk
sabelfeld.karl@yahoo.de

In this talk we present our recent results on the development of stochastic projection based stochastic algorithm for solving nonlinear ill-posed inverse problems of retrieving the phase of a complex-valued function provided its absolute value is known for a series of measurements under some additional information. The method is developed here for recovering a step profile of epitaxial films from the X-ray diffraction analysis. We suggest to extract some additional information from the measurements which makes the problem well-posed, and with this information, the method suggested works well even for noisy measurements. Results of simulations for a layer structure recovering problem with many sublayers are presented. More details can be found in our recent study [1].

Support of the Russian Science Foundation under grant 14-11-00083 is kindly acknowledged.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sabelfeld K.K.* Stochastic projection methods and applications to some nonlinear inverse problems of phase retrieving // Mathematics and Computers in Simulation, 143 (2018), 169-175.

INVERSE PROBLEM FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION IN SOCIAL NETWORKS

Zvonareva T.A.[1,*], Krivorotko O.I.[1,2]
[1] *Novosibirsk State University, Novosibirsk*
[2] *Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk*
[*] *t.zvonareva@g.nsu.ru*

Social network are rapidly progress at the present time: access for informing relatives (Facebook's Safety Check service), publishing data about missing friends (the Google Person Finder service) or promptly informing users of an impending threat and their further actions in case of emergencies (Alerts from Twitter). Such processes can be described by the diffusive logistic mathematical model that characterizes information dissemination in social networks [1]. The type of information is determined by the coefficients of the mathematical model and the initial conditions of the problem. To control and predict of the type of information in social networks it is necessary to refine the model coefficients and initial data by some additional measurements (the inverse problem) [2].

One way to solve the inverse problem for partial differential equations is to reduce it to an optimization problem, where the misfit function characterizes the quadratic deviation of the model data from the experimental one. A particle swarm optimization (PSO) [3] is applied to solve the optimization problem. The algorithm works by having a population (called a swarm) of candidate solutions (called particles). It solves a problem by moving these particles around in the search-space according to simple mathematical formulae over the particle's position and velocity.

The work has been supported by the Russian Science Foundation (grant no. 18-71-10044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dai G., Ma R., Wang H., Wang F., Xu K.* Partial differential equations with robin boundary condition in online social networks, 2015 // Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B. 20(6): 1609-1624.
2. *Kabanikhin S.I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problem, 2008 // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 16(4): 317-357.
3. *Zhang, Y.* A Comprehensive Survey on Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Applications, 2015 // Mathematical Problems in Engineering: 931256.