

# ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИТЕРАТИВНО РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА С АПОСТЕРИОРНЫМ ОСТАНОВОМ

Кокурин М.М.

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола  
kokurin@nextmail.ru

Рассматривается нелинейное операторное уравнение  $F(x) = f$  относительно неизвестной  $x \in X$  с оператором  $F : X \rightarrow Y$  в гильбертовых пространствах  $X, Y$ . Такие уравнения в общем случае представляют собой некорректно поставленные задачи [1]. Предполагается, что вместо точного элемента  $f \in Y$ , стоящего в правой части уравнения, известно его приближение  $f_\delta$  с известным уровнем погрешности  $\delta > 0$ ,  $\|f_\delta - f\|_Y \leq \delta$ . Потребуем, чтобы оператор  $F$  был непрерывно дифференцируем в некоторой окрестности  $O_R(x^*)$  искомого решения  $x^*$  и производная Фреше  $F'$  удовлетворяла в этой окрестности условию Липшица с константой  $L$ . Пусть, кроме того, справедливо истокообразное представление  $\xi - x^* = F'^*(x^*)v$  с известным элементом  $\xi \in X$  и некоторым  $v \in Y$ .

Изучается итеративно регуляризованный градиентный метод для аппроксимации решения  $x^*$ , имеющий вид

$$x_{n+1} = x_n - \gamma F'^*(x_n)(F(x_n) - f_\delta) - \gamma \alpha_n(x_n - \xi) \quad (1)$$

с начальным приближением  $x_0 \in O_R(x^*)$ , параметром  $\gamma > 0$  и последовательностью параметров регуляризации  $\alpha_n = \alpha_0/n^s$ ,  $0 < s < 1$ . В качестве момента останова итераций (1) предлагается выбирать номер  $N = N(\delta, f_\delta)$ , удовлетворяющий условию

$$\|F(x_N) - f_\delta\|_Y < \tau \delta \leq \|F(x_n) - f_\delta\|_Y, \quad 0 \leq n \leq N - 1 \quad (2)$$

с априори выбранным параметром  $\tau > 1$ .

При подходящем согласовании параметров  $\gamma$ ,  $\alpha_0$ ,  $s$  и  $\tau$  и при условии достаточной малости величин  $L$ ,  $\|v\|$ ,  $\|\xi - x^*\|_X$  получена оценка точности методов (1) с апостериорным правилом останова (2) в терминах уровня погрешности входных данных  $\delta$  без привлечения структурных условий на оператор  $F$  изучаемого уравнения. Эта оценка имеет вид  $\|x_N - x^*\| \leq C\sqrt{\delta}$ ,  $C = \text{const}$ .

Работа проводилась при поддержке Российского научного фонда (проект 20-11-20085).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю. Алгоритмический анализ нерегулярных операторных уравнений. — М.: ЛЕНАНД, 2012. — 312 с.