

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ МОДЕЛИ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

Шэнь Цин, Щеглов А.Ю.

Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне; МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
ivanov@mail.ru

Рассмотрена обратная задача восстановления коэффициента $\mu_0(x)$ в модели развития популяции (см. раздел 5.4 [1]) с возрастным структурированием индивидуумов и нелинейными особенностями. При этом прямая задача имеет вид:

$$\begin{cases} u_x(x, t) + u_t(x, t) + \mu_0(x) u(x, t) + \mu_1(x) \Psi(S(t)) u(x, t) = 0, \\ \quad x \in [0, l], \quad t \in [0, l], \\ u(0, t) = \Phi(S(t)) \int_0^l \beta(\xi) u(\xi, t) d\xi, \quad t \in [0, l], \\ u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, l], \\ S(t) = \int_0^l \gamma(\xi) u(\xi, t) d\xi, \quad t \in [0, l]. \end{cases}$$

Функция $u(x, t)$ определяет число индивидуумов (их плотность) возраста x в популяции в момент времени t ; функции $\mu_0(x)$ и $\mu_1(x)$ характеризуют смертность особей возраста x , соответственно, естественной и проявляющейся в силу перенаселения; $\beta(x)$ и $\gamma(x)$ - плотности репродуктивности и жизнедеятельности особей возраста x ; функции $\Phi(s)$ и $\Psi(s)$ характеризуют интегральную зависимость рождаемости и смертности от общего объёма $S(t)$ жизнедеятельности популяции.

В рамках обратной задачи требуется восстановить коэффициент $\mu_0(x)$ и затем функцию $u(x, t)$ по заданным значениям функций $\beta(x)$, $\gamma(x)$, $\varphi(x)$, $\mu_1(x)$, $\Psi(s)$, $\Phi(s)$, и по дополнительно известному значению $x_1 \in (0, l]$, и функции $g(t)$, где

$$g(t) = u(x_1, t), \quad t \in [0, l].$$

В работе сформулированы условия однозначной разрешимости прямой задачи. Доказана теорема единственности решения обратной задачи и предложен алгоритм её численного решения, представлены примеры. Аналогичные результаты для линейных моделей рассматривались в работах [2], [3].

Работу частично поддерживали National Natural Science Foundation of China (No. 12171036) и Beijing Natural Science Foundation (Key Project No. Z210001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Iannelli M., Milner F. The basic approach to age-structured population dynamics. // Springer Science + Bus. Media, 2017, Dordrecht, The Netherlands, 350 p.
2. Denisov A.M., Makeev A.S. Iterative methods for solving an inverse problem for a population model // Comp. Math. Math Phys. 2004. V.44. № 8. P. 1404-1413.
3. Denisov A. M., Makeev A. S. Numerical method for solving an inverse problem for a population model // Comp. Math. Math. Phys. 2006. V.46, № 3, P. 470-480.