

О РЕШЕНИИ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОТРЕЗКЕ

Марков Б.А., Сухарев Ю.И.

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск
ivanov@mail.ru

В настоящей работе излагается построение решения нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения на отрезке, примененного к коллоидной химии. Решение уравнения неединственно, построено одно из его решений в квадратурах, доказана возможность приложения его к стационарным процессам, решена обратная задача. [1]

Пусть заданы две функции $n(x) \in H^2[0; 1]$, $m(x) \in H^1[0; 1]$, которые связаны задачей Коши для уравнения диффузии:

$$\frac{d^2 n(x)}{dx^2} = m(x), \quad x \in (0; 1), \quad (1)$$

$$n(0) = 0, \quad \frac{dn(0)}{dx} = 0. \quad (2)$$

Функции зависят от фазы химической реакции $\Phi(x)$:

$$n(\Phi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\Phi) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(n\Phi), \quad \Phi \in [0; 2\pi], \quad (3)$$

$$n(0) = n(2\pi), \quad \frac{dn(0)}{d\Phi} = \frac{dn(2\pi)}{d\Phi}, \quad m(\Phi) = \frac{dn(\Phi)}{d\Phi}, \quad \Phi \in [0; 2\pi]. \quad (4)$$

В настоящей работе мы решим прямую задачу (1-3) при известной функции зависимости концентрации $n(\Phi) \equiv S(\Phi)$, и найдём, какой будет зависимость фазы $\Phi(x)$, $x \in [0; 1]$, и выясним некоторые свойства решения.

Решение в квадратурах для положительных $\Phi(x)$:

$$\int_0^{\Phi(x)} \frac{dS(\Phi(x))}{\sqrt{\int_0^{\Phi(x)} (S'(\xi))^2 d\xi}} = x, \quad x \in [0; x_0]. \quad (5)$$

Данное решение является единственным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильин А.М., Марков Б.А. Нелинейное уравнение диффузии и кольца Лизеганга // Доклады академии наук, т. 440, № 2, 2011 г., с. 164-167.