

Постановка, решение и исследование прямой задачи для волнового уравнения на конечном временном промежутке

МАРКОВ БОРИС АНАТОЛЬЕВИЧ

Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), Россия
e-mail: smpx1969@mail.ru

ТАНАНА ВИТАЛИЙ ПАВЛОВИЧ

Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), Россия
e-mail: tananavp@susu.ru

СУХАРЕВ ЮРИЙ ИВАНОВИЧ

Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), Россия

Дана задача Дирихле по времени колебаний линейного фрагмента коллоидного вещества на единичном временном отрезке:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, & x \in (0; \pi), \quad t \in (0; 1), \\ u(0, t) = 0, \quad t \in [0; 1], \quad u(1, t) = 0, \quad t \in [0; 1]; \\ u(x, 0) = f(x), \quad x \in [0; \pi], \quad u(x, T) = g(x), \quad x \in [0; \pi], \\ f(0) = f(\pi) = f''(0) = f''(\pi) = g(0) = g''(0) = g''(\pi) = g(\pi) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где функции $f(x) \in H^{10}[0; 1]$, $g(x) \in H^{10}[0; 1]$, $T > 0$ — временной промежуток измерений, $u(x, t)$ — отклонение стержня линейного фрагмента от равновесного положения. Решением задачи (1) будем считать классическое решение, являющееся при этом единственным и устойчивым по начальным данным.

Сложность задачи (1) состоит в том, что её решение при определённых длинах временного промежутка не является единственным [?] или может вовсе не существовать (мы выбираем случай, соответствующий величине $\alpha = 1/\pi$ в обозначениях [?]).

Решение задачи (1) существует и является единственным при данных условиях. При этом она неэквивалентна задаче Коши по времени, так как для существования классического решения достаточно, чтобы $f(x) \in H^4[0; 1]$, $h(x) \in H^3[0; 1]$. Результаты же, приведённые в исходной постановке (она цитируется в [?]), являются сомнительными.