

# МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ГИДРОТУРБИНАХ \*

А.Ю. Авдюшенко, С.Г. Черный

*Институт вычислительных технологий СО РАН*

e-mail: ovalur@gmail.com

Предлагается метод численного моделирования нестационарных трехмерных турбулентных течений в гидротурбинах электростанций. Метод основан на совместном решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса течения несжимаемой жидкости в гидротурбине, уравнения вращения рабочего колеса и системы одномерных уравнений, описывающих распространение «упругого» гидроудара в водоводе. Рассматриваются особенности взаимодействия параметрами течения между областями водовода и гидротурбины. Приводятся результаты расчета переходного процесса пуска в турбинный режим. Проводится сравнение с экспериментальными данными.

## Введение

Переходные режимы обусловлены регулировкой открытия направляющего аппарата (НА) при переводе гидротурбины (ГТ) из одного установившегося режима работы в другой или изменением полезной нагрузки на рабочее колесо (РК). Примерами таких режимов работы являются регулирование мощности, выход в разгон, пуск в турбинный режим и т.д. Большинство из них являются существенно нестационарными и связаны с сильным изменением параметров течения и нагрузок на элементы ГТ во времени. Значительные изменения расхода приводят к динамическому изменению давления в проточном тракте, проявляющемуся в форме гидравлического удара  $\Delta H(\mathbf{x}, t)$  [1]. Гидравлический удар  $\Delta H(\mathbf{x}, t)$  может как повышать общий напор на турбине

$$H(\mathbf{x}, t) = H_0 + \Delta H(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

в случае, если он положительный, так и понижать, когда он отрицательный. Здесь  $H_0$  — разность между уровнями верхнего и нижнего бьефов гидроэлектростанции.

В настоящее время наиболее распространенным подходом к исследованию переходных процессов в гидроэлектростанциях является одномерная гидроакустическая теория. Она основана на гиперболической системе уравнений сохранения массы и импульса для сжимаемой жидкости ([2, 3]). Существенным недостатком такого подхода является необходимость априори знать универсальную характеристику ГТ. Также одномерный подход не позволяет моделировать сложные нестационарные трехмерные явления (вихри, кавитацию), усиливающиеся при переходных процессах.

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №11-01-00475-а).

При этом в последние два десятилетия наблюдается значительный прогресс в численном моделировании стационарных и периодически нестационарных трехмерных течений в установившихся режимах работы ГТ. Опыт авторов [4] показывает, что использование нестационарных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу и замкнутых  $k - \varepsilon$  моделью турбулентности, дает приемлемые результаты расчетов локальных и интегральных параметров течений в достаточно широком диапазоне режимных точек.

В настоящей работе для решения задачи моделирования переходного режима течения предлагается оригинальный подход, в котором прохождение гидроудара в длинном водоводе описывается одномерной моделью «упругого» гидроудара, а в области турбины – в «жестком» приближении, но в аккуратной пространственной геометрической и гидродинамической постановке (рис. 1).

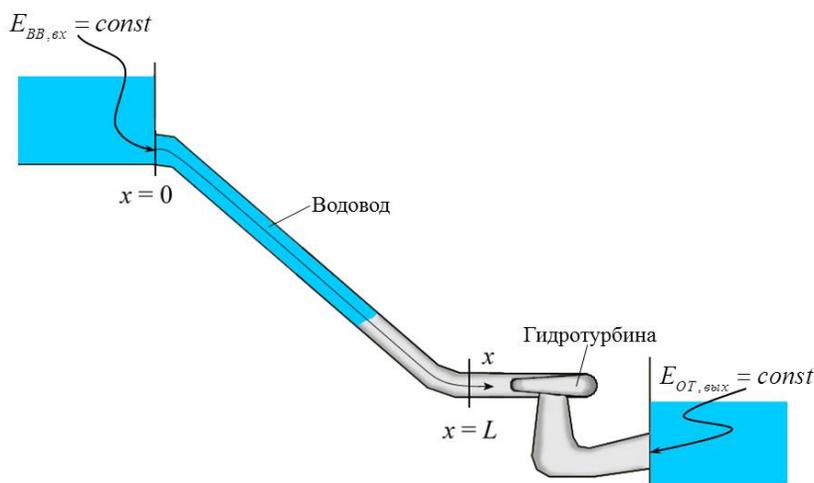


Рис. 1. Схема проточной части ГЭС.

Предложенный подход включает в себя модель переходного процесса, состоящую из нестационарных усредненных по Рейнольдсу трехмерных уравнений Навье-Стокса, замкнутых  $k - \varepsilon$  моделью турбулентности Кима-Чена, решаемых в областях с меняющимися во времени границами; уравнения вращения РК как твердого целого и одномерных уравнений распространения «упругого» гидроудара в водоводе. Уравнения модели переходного процесса замыкаются новой постановкой краевых условий во входном и выходном сечениях ПТ ГТ, предложенной в [5], и условиями сопряжения на границе водовод-гидротурбина.

## 1. Основные уравнения

### 1.1. Уравнения Рейнольдса в форме интегральных законов сохранения для движущегося объема

Поскольку переходные процессы сопряжены с изменением границ расчетной области – поворотом лопаток направляющего аппарата, для моделирования пространственного течения несжимаемой жидкости используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, записанные в виде интегральных законов сохранения для движущегося объема

$V(t)$  в декартовой системе координат  $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$  [?],

$$\mathbf{R}^t \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \mathbf{Q} dV + \oint_{\partial V(t)} \mathbf{K}^t d\mathbf{S} = \int_{V(t)} \mathbf{F} dV, \quad (2)$$

где  $d\mathbf{S} = \mathbf{n}dS$ ,  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к поверхности  $\partial V(t)$ ,  $\mathbf{R}^t \equiv \text{diag}(0, 1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{Q} = (\hat{p}, w_1, w_2, w_3)^T$  – вектор-столбец переменных. Величина  $\hat{p} = \frac{p}{\rho} + \frac{2}{3}k$ , где  $p$  – статическое давление,  $\rho$  – плотность жидкости,  $k$  – кинетическая энергия турбулентности,  $(w_1, w_2, w_3)$  – декартовы компоненты вектора скорости. Матрица потоков

$$\mathbf{K}^t = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ w_1^2 + \hat{p} - \tau_{11} - w_1x_t & w_1w_2 - \tau_{12} - w_1y_t & w_1w_3 - \tau_{13} - w_1z_t \\ w_1w_2 - \tau_{21} - w_2x_t & w_2^2 + \hat{p} - \tau_{22} - w_2y_t & w_2w_3 - \tau_{23} - w_2z_t \\ w_1w_3 - \tau_{31} - w_3x_t & w_2w_3 - \tau_{32} - w_3y_t & w_3^2 + \hat{p} - \tau_{33} - w_3z_t \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \nu_{eff} \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

В (3)  $(x_t, y_t, z_t)$  – компоненты скорости движения точки на  $\partial V(t)$ , величина  $\nu_{eff}$  в (4) есть сумма молекулярной  $\nu$  и турбулентной  $\nu_t$  вязкостей  $\nu_{eff} = \nu + \nu_t$ . Вектор массовых сил  $\mathbf{F} = (x_1\omega^2 + 2w_2\omega, x_2\omega^2 - 2w_1\omega, g)^T$ ,  $g$  – ускорение свободного падения (ось  $z$  направлена вниз),  $\omega$  – скорость вращения РК вокруг оси  $z$ ,  $\omega = 0$  в остальных элементах гидротурбины.

Величины  $\nu_t$  и  $k$  определяются по  $k - \varepsilon$  модели турбулентности Кима-Чена [?] с логарифмической пристеночной функцией вблизи твердых стенок.

## 1.2. Уравнение вращения РК

Большинство переходных процессов сопровождается изменением частоты вращения РК. Заранее эта зависимость не известна, поэтому одновременно с решением уравнений (2) решается уравнение вращения РК как твердого целого

$$I_z \frac{d\omega}{dt} = M_R(t) - M_{gen}(t) - \text{sgn}(\omega)M_{тр}, \quad (5)$$

где  $I_z$  – суммарный момент инерции РК и генератора,  $M_R$  – крутящий момент, обусловленный действием потока на РК,  $M_{gen}$  – момент полезной нагрузки, приложенный к валу электрогенератора,  $M_{тр}$  – результирующий момент трения в электромеханической системе агрегата.

## 1.3. Модель гидравлического удара

Наиболее простой и хорошо зарекомендовавшей себя моделью гидроудара для длинных водоводов является 1D модель «упругого» гидроудара [1, 2]

$$\begin{cases} \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{c^2}{gS} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gS \frac{\partial m}{\partial x} = 0 \end{cases}, \quad x \in [0, L], \quad (6)$$

где  $m = \frac{p}{\rho g} - z$  – потенциальный напор,  $Q$  – расход жидкости,  $S$  – площадь сечения водовода,  $c$  – скорость распространения упругой волны удара,  $L$  – длина водовода. Скорость  $c$  определяется концентрацией нерастворимого газа в воде и упругостью стенок водовода [2]. Для реальных водоводов  $c = 1000 \div 1450$  м/с. В [2] трением пренебрегается.

## 2. Краевые условия при совместном расчете в области водовод-гидротурбина

### 2.1. Входная и выходная границы

При моделировании вязких течений в гидротурбине общеупотребительной постановкой входных-выходных условий является постановка «расход-давление», в которой во входном сечении задается расход и угол входа потока или распределение вектора скорости, в выходном сечении – распределение давления и касательная составляющая скорости  $\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\tau}|_{\text{вых}}$ .

Однако в задачах моделирования переходных процессов расход жидкости заранее неизвестен. Поэтому в настоящей работе используются краевые условия, которые позволяют по заданному напору  $H_0$  определять расход жидкости одновременно с нахождением поля течения. Во входном сечении водовода  $x = 0$  (рис. 1) задается полная энергия потока

$$E_{BB, \text{вх}} \equiv m(0, t) + \frac{Q^2(0, t)}{2gS^2} = H_0. \quad (7)$$

В выходном сечении ОТ (рис.1) задаются значение усредненной по расходу полной энергии

$$E_{OT, \text{вых}} \equiv \frac{1}{Q} \int_{S_{OT, \text{вых}}} \left( \frac{p}{\rho g} - z + \frac{\mathbf{w}_{cp}^2}{2g} \right) (\mathbf{w} d\mathbf{S}) = 0, \quad (8)$$

где  $\mathbf{w}_{cp} = \frac{Q}{S_{OT, \text{вых}}}$ ,  $S_{OT, \text{вых}}$  – площадь выходного сечения ОТ, и условие на профиль статического давления

$$p = p_0 + \rho g(z - z_0). \quad (9)$$

Отметим, что значение  $p_0$  не фиксируется априори, а определяется в процессе решения уравнений движения жидкости так, чтобы выполнялось равенство (8).

Такая постановка входных и выходных условий отвечает физике переходного процесса. Фактически условия (7)-(8) означают, что уровни верхнего и нижнего бьефов не меняются.

### 2.2. Граница обмена водовод-НА

При совместном расчете течения в области водовод-гидротурбина необходимо обеспечить корректную передачу параметров из одной области в другую. Трудность состоит в том, что в рассматриваемой постановке спиральная камера (СК) и статор (СТ) не входят в расчетную область. Обмен параметрами течения нужно произвести между выходной границей водовода  $x = L$  (рис. 1) и входным сечением НА. Расход воды в этих сечениях одинаков, поэтому на входе в НА задаются значение расхода  $Q_{BB, \text{вых}}$ , полученное в ходе решения системы уравнений в водоводе, и угол входа потока  $\delta_{sp}$ . Давление на входе в НА

экстраполируется изнутри расчетной области. Давление на выходе из водовода определяется по формуле

$$\frac{p_{BB, \text{вых}}}{\rho g} = \frac{p_{HA, \text{вх}}}{\rho g} + \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{S_{HA, \text{вх}}^2 \sin^2 \delta_{sp}} - \frac{1}{S_{BB, \text{вых}}^2} \right) + 0.01H_0. \quad (10)$$

### 2.3. Остальные границы

Расчет течения в гидротурбине проводится в циклической постановке – в одном межлопаточном канале НА, одном межлопастном канале РК и всей ОТ. На твердых стенках ставится условие прилипания потока. На границах протекания жидкости из одного канала в другой ставится условие периодичности. При передаче параметров на границах обмена между НА и РК, РК и ОТ происходит осреднение потока в окружном направлении.

## 3. Численный метод

### 3.1. Решение уравнений Рейнольдса

Численный метод решения уравнений (2) основан на введении искусственной сжимаемости в модель путем добавления производной по псевдовремени  $\tau$  от давления в уравнение неразрывности и производных по псевдовремени от соответствующих компонент скорости в уравнения количества движения. Модифицированное уравнение (2) принимает вид

$$\left( \mathbf{R}^\tau \frac{\partial}{\partial \tau} + \mathbf{R}^t \frac{\partial}{\partial t} \right) \int_{V(t)} \mathbf{Q} dV + \oint_{\partial V(t)} \mathbf{K}_\beta^t dS = \int_{V(t)} \mathbf{F} dV, \quad (11)$$

где  $\mathbf{R}^\tau = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{K}_\beta^t = \text{diag}(\beta, 1, 1, 1) \cdot \mathbf{K}^t$ ,  $\beta$  – коэффициент искусственной сжимаемости,  $\mathbf{K}^t$  определена в (3). Уравнение (11) дискретизируется неявным методом конечных объемов с использованием MUSCL схемы 3-го порядка аппроксимации для конвективных членов и центрально-разностной схемы 2-го порядка для вязких членов. Производные по времени  $t$  аппроксимируются направленными разностями 2-го порядка, а введенные производные по псевдовремени  $\tau$  – направленными разностями 1-го порядка. При этом на каждом шаге по физическому времени  $t$  проводится установление решения по псевдовремени  $\tau$ . Линеаризованная система дискретизированных уравнений решается с помощью приближенной LU-факторизации неявного оператора. Детали алгоритма изложены в [4].

### 3.2. Решение уравнений «упругого» гидроудара

Система (6) – одномерная гиперболическая система с постоянными коэффициентами. Она записывается в векторном виде и решается численно по неявной разностной схеме с использованием аппроксимаций против потока 1-го порядка по пространству и времени.

## 4. Результаты расчетов

Разработанный метод применен для расчета переходного процесса пуска в турбинный режим натурной турбины с напором  $H_0 = 73.5$  м и номинальной частотой вращения  $n_{\text{ном}} =$

200 об/мин. Шаг по времени  $\Delta t = 0.01$  с, что соответствует повороту РК на  $12^\circ$ . На каждом шаге по времени  $t$  проводилось 1500 итераций по  $\tau$  до установления. Структурированная сетка строилась автоматически. Момент трения в (5) принят равным  $M_{тр} = 2 \tau^* m$ .

Расчеты проведены в натуральных параметрах, однако далее в тексте значения открытия НА  $a_0$  указаны для соответствующей модели с диаметром РК  $D_1 = 0.46$  м.

#### 4.1. Пуск в турбинный режим

Пуск агрегата – процесс, при котором РК из состояния покоя переводится в режим холостого хода с частотой  $n_{ном}$  с последующей синхронизацией и включением генератора в сеть. При этом открытие НА меняется по закону, показанному на рис. 3а.

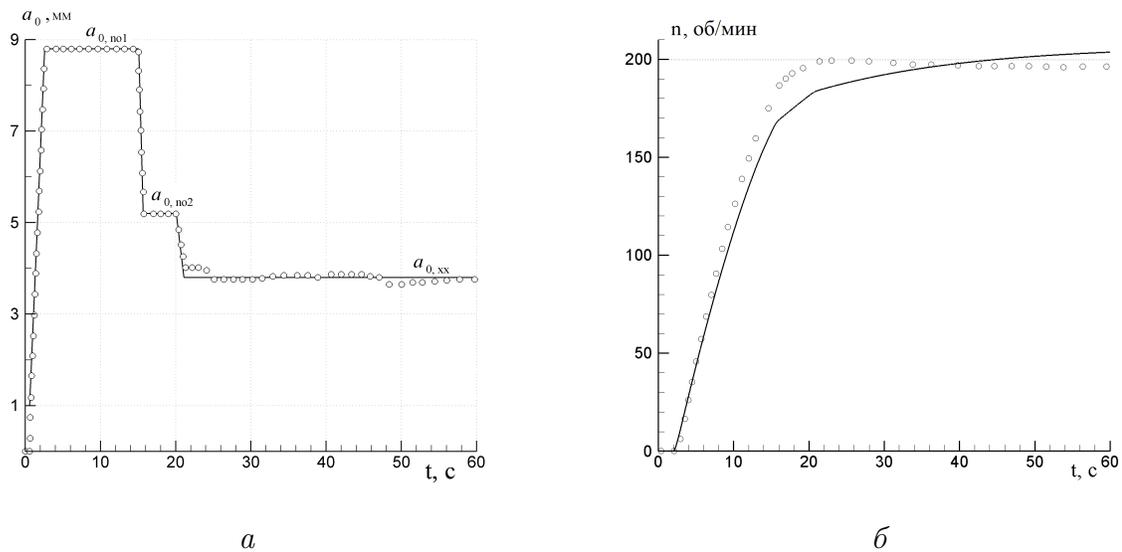


Рис. 3. а) закон изменения открытия НА  $a_0(t)$  в эксперименте ( $\circ$ ) и принятый в расчете ( $-$ ) при пуске в турбинный режим, б) рассчитанная ( $-$ ) и экспериментальная ( $\circ$ ) зависимости скорости вращения РК от времени.

Отметим, что требование невырожденности ячеек сетки не позволяет закрыть лопатки НА до 0 мм, поэтому в начальный момент времени  $t = 0$  задается поле течения, полученное в стационарной постановке при открытии  $a_0 = 1$  мм и частоте  $n = 0$  об/мин. Далее открытие лопаток НА за 2.6 с линейно растет до  $a_{0, no1}$ , при этом вначале частота вращения РК  $n = 0$  об/мин фиксирована (как в эксперименте). Начиная с момента времени  $t = 2.1$  с, частота  $n$  находится в результате решения уравнения (5).

На рис. 3б приведено сравнение рассчитанной и экспериментальной скоростей вращения РК. Получено хорошее качественное и количественное совпадение. При этом в первые 30 с наблюдается небольшое ( $< 7\%$ ) отставание рассчитанной скорости вращения РК от экспериментальной. Возможно, это связано с неизбежным при использовании циклической постановки усреднении по окружности параметров течения при обмене на границе НА-РК.

На рис. 5 представлены зависимости момента РК  $M_R$  и напора ГТ  $H = E_{НА, вх} - E_{ОТ, вых}$  от времени, хорошо видно влияние на них гидроудара, возникающего при быстрых изменениях открытия НА.

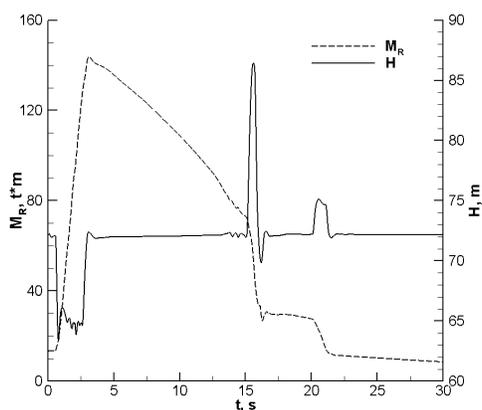


Рис. 5. Рассчитанные зависимости момента  $M_R$  и напора  $H$  от времени, пуск в турбинный режим.

## 5. Заключение

В работе предложен новый метод моделирования переходных процессов в гидротурбинах. Представлены результаты расчета пуска в турбинный режим. Получено хорошее согласие с имеющимися экспериментальными данными. Моделирование проводилось в циклической постановке. С одной стороны, она является экономичной и позволяет достаточно быстро (недели) проводить нестационарные расчеты переходных процессов. С другой стороны, при её использовании невозможно учесть особенности течения в спиральной камере, неравномерность потока по окружному направлению на входе в РК и ротор-статор взаимодействие. В качестве дальнейшего развития предложенной методики возможно её применение в полной постановке, при расчете течения во всем проточном тракте. Также для улучшения модели переходных процессов необходимо учесть кавитацию жидкости.

## Список литературы

- [1] Жуковский Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. – М. – Л.: Гостехиздат, 1949. – 103 с.
- [2] Кривченко Г.И., Аршеневский Н.Н., Квятковский Е.Е., Клабуков В.М. Гидромеханические переходные процессы в гидроэнергетических установках. Под ред. Г.И. Кривченко. Москва: Энергия, 1975. 368 с.
- [3] NICOLET, C. Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems. Ph. D. Thesis, 2007, EPFL № 3751.
- [4] Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скороспелов В.А., Шаров С.В. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
- [5] CHERNY S.G., CHIRKOV D.V., BANNIKOV D.V., LAPIN V.N., SKOROSPELOV V.A., ESHKUNOVA I.F., AVDUSHENKO A.U. 3D Numerical simulation of transient processes in hydraulic turbines // 25th IAHR Symposium on hydraulic machinery and systems, Timisoara, Romania, 20-24 September, 2010. P. 1-8.