

Использование метода VOF/PLIC для моделирования процесса заполнения плоского канала

Д. Р. Масалимов, Е. И. Борзенко
Томский государственный университет, Томск, Россия
e-mail: *home_damir92@mail.ru*

Рассматривается течение вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью, реализующееся при заполнении плоского канала в поле силы тяжести. Задача решается с помощью численного метода VOF/PLIC. Проведены методические расчеты по сравнению эволюции свободной поверхности с результатами, полученными с помощью оригинальной методики VOF.

Введение

Исследуемая задача является достаточно важной во многих отраслях промышленности и науки. Плоды изучения этой проблемы используются в технологии переработки полимерных материалов, а именно при проектировании технологического оборудования. Ведь существование границы раздела не всегда благоприятно сказывается в производстве, т.к. возможно образование дефектов. Основной проблемой при решении данной задачи являются нелинейные уравнения со сложным граничным условием, что значительно затрудняет применение аналитических методов.

Поставленная задача решается с помощью модифицированного алгоритма VOF, который основан на концепции дробного объема жидкости [1]. Этот метод является более гибким и эффективным для обработки произвольных свободных границ чем другие методы. Алгоритм решения VOF был апробирован для широкого диапазона прикладных программ. Он может быть применен к задачам, касающимся одной жидкости с любым количеством свободных поверхностей, а также двух несмешивающихся жидкостей отделенных любым количеством свободных границ.

С помощью реализованного алгоритма VOF/PLIC [2] можно получить эволюцию свободной поверхности при заполнении плоского канала вязкой жидкостью, а также распределения поле вектора скорости и давления. Полученная программа дает возможность продемонстрировать зависимость формы свободной поверхности от основных параметров, за которыми скрыта физическая сущность жидкости.

Постановка задачи

В основе задачи лежит определение полей скорости, давления и изменения формы свободной поверхности со временем при заполнении плоского канала вязкой жидкостью. Такие течения описываются уравнениями Навье-Стокса и неразрывности [3]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + U \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + V \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} \right) = -\text{grad}p + \mu \left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial y^2} \right) + \rho \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

где \mathbf{U} - вектор скорости,
 U - проекция вектора скорости на ось Ox ,
 V - проекция вектора скорости на ось Oy ,
 g – ускорение свободного падения,
 μ - кинематическая вязкость жидкости,
 ρ - плотность жидкости,
 p - давление;

Для удобства проведения параметрических расчетов уравнения (1)-(2) записываются в безразмерной форме:

$$\text{Re} \frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\text{grad}p + \Delta\mathbf{U} + \mathbf{W} \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

В задачу вошли следующие безразмерные критерии подобия:

$\text{Re} = \rho U_0 L / \mu$ – число Рейнольдса;

$|\mathbf{W}| = \rho L^2 / \mu U_0 |\mathbf{g}|$ – критерий, характеризующий соотношение гравитационных и вязких сил в потоке жидкости.

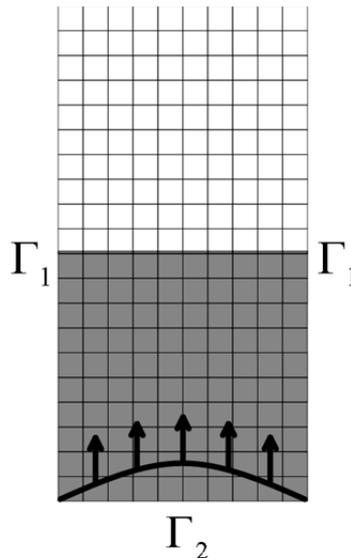


Рис.1 Область течения в начальный момент времени

Область течения в начальный момент времени показана на рис.1. На стенках Γ_1 выполняется условие прилипания, во входное сечение Γ_2 задается параболический профиль скорости, соответствующий еденичному расходу.

Метод решения

Методика VOF/PLIC является модернизацией метода SOLA-VOF, предложенного С. W. Hirt и В. D. Nichols [1] в 1980 году для решения задачи динамики вязкой жидкости со свободной поверхностью. В ее основе лежит следующая идея. Вся область разбивается на прямоугольные контрольные объемы, которые могут быть пустыми, полными или частично заполненные жидкостью. При этом форма поверхности внутри объема считается плоской. Для отслеживания фронта свободной поверхности вводится специальная функция. Основное отличие этих подходов состоит в том, что в VOF ориентация свободной поверхности в контрольном объеме может иметь два положения: вертикальное и горизонтальное, в то время как в VOF/PLIC свободная поверхность имеет произвольный наклон.

Кратко основной алгоритм для продвижения решения на один шаг по времени, состоит из трех процедур:

- Явная аппроксимация уравнения (3), для того чтобы вычислить первое приближение для новых скоростей следующего временного шага, использующих начальные условия или значения вычисленные на предыдущем шаге.
- Для удовлетворения уравнению неразрывности (2) вводится поправка давления, с помощью которой корректируется поле скорости. Итерационный процесс необходим, т.к. изменение давления в одной ячейке, нарушит равновесие в четырех смежных ячейках.
- Наконец, функция F , определяющая границы жидкости должна быть модифицирована, чтобы дать новую конфигурацию свободной поверхности.

Как уже говорилось, основу методов VOF составляет схема дробного объема жидкости для отслеживания свободных границ во всей области течения. В используемых методах функция $F(x,y,t)$ определяется единицей в ячейке полностью заполненной жидкостью, нулем в ячейке не содержащей жидкости и промежуток этих двух значений соответствует ячейке через которую проходит свободная поверхность.

В дополнение к определению ячеек, которые содержат границу раздела сред, функция F может быть использована для того чтобы определить ориентацию жидкости в граничной ячейке. Производные, вычисленные должным образом, могут быть использованы для определения граничной нормали.

Основное различие методик заключается в следующем. Объем жидкости δF перетекающий через грань двух смежных ячеек, вычисленный в подходе SOLA-VOF, иллюстрируется на рис.2. В силу горизонтальной ориентации поверхности перетекающий объем будет пропорционален площади прямоугольника.

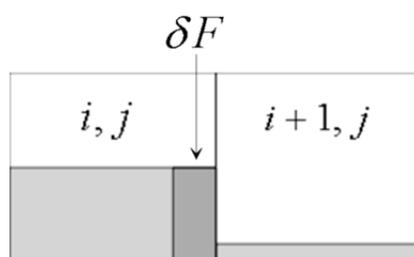


Рис.2 Представление свободной поверхности в SOLA-VOF

А в методе PLIC/VOF, при тех же объемах жидкости в соседних ячейках, ситуация представлена на рис.3. Перетекающий объем жидкости пропорционален площади трапеции в силу произвольная ориентация свободной поверхности. На обоих рисунках объем перетекающей жидкости закрашен темным цветом.

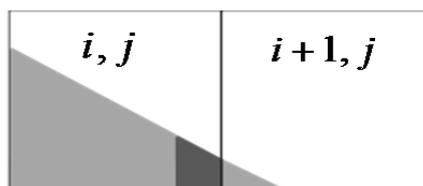


Рис.3 Представление свободной поверхности в PLIC-VOF

Из рисунков можно сделать следующее предположение, что алгоритм VOF/PLIC является более точным при расчете объемов жидкости перетекающих через границы ячейки чем метод SOLA-VOF, что влечет за собой более точные расчеты формы свободной поверхности при решении задач.

Результаты

Расчеты по заполнению канала показали, что с течением времени свободная поверхность приобретает выпуклую форму, которая перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью. На рис. 4 представлено установление выпуклости с течением времени. За выпуклость принимается расстояние вдоль оси y от линии трехфазного контакта до точки максимума формы свободной поверхности. Видно, что время установления с ростом числа W и выпуклость уменьшаются.

На форму и степень выпуклости свободной поверхности влияют параметры Re и W , входящие в уравнении движения. Влияние числа Рейнольдса на форму установившейся границы раздела при постоянном W показано на рис.5. Слева представлены графики полученные алгоритмом SOLA-VOF, на правом графике его модификацией – PLIC/VOF.

На рис.6 представлено влияние параметра W при постоянном числе Рейнольдса на степень и форму выпуклости свободной поверхности. Аналогично предыдущему рисунку слева представлены графики полученные алгоритмом SOLA – VOF, справа алгоритмом – PLIC/VOF.

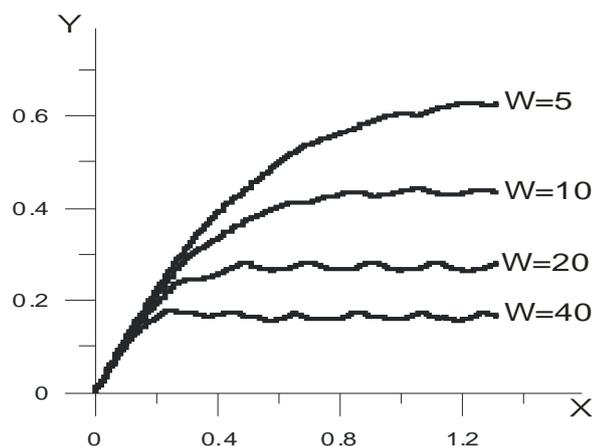


Рис.4 Зависимость выпуклости формы свободной поверхности от времени ($Re=1$)

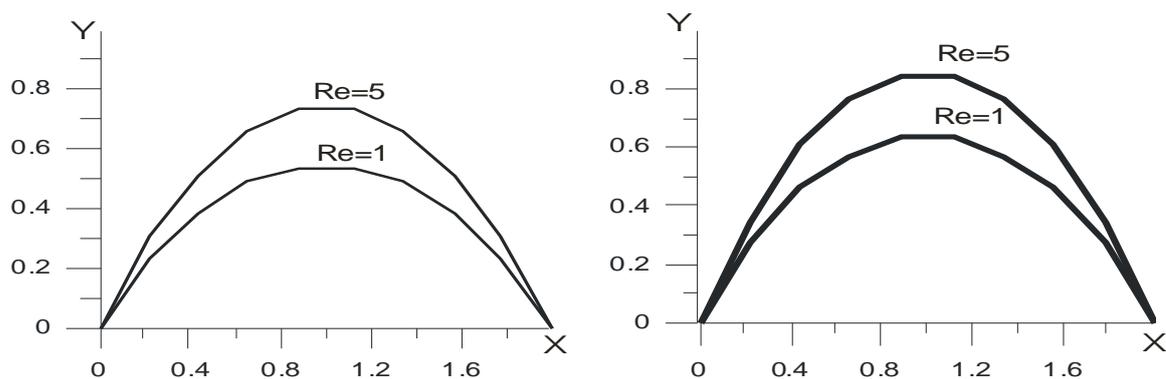


Рис.5 Выпуклость поверхности при различных Re ($W=5$)

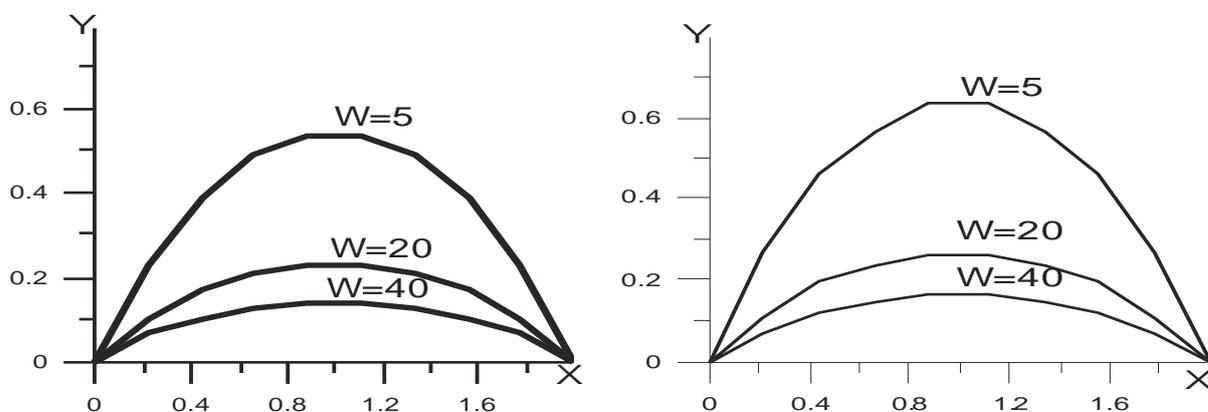


Рис.6 Выпуклость поверхности при различных W ($Re=1$)

Из рисунков видно, что модифицированная методика дает более выпуклые формы установившейся свободной поверхности, которые хорошо согласуются с результатами работы [4], где решение получено с помощью численной методики, основанной на совместном использовании метода SIMPLE и метода инвариантов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 12-08-00313а) и Гранта Президента РФ (МК-2100.2012.1).

Литература

1. Hirt C. W. Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries / B. D. Nichols, C. W. Hirt // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 39. P. 201-225.
2. Jang W. A study on the extension of a VOF/PLIC based method to a curvilinear co-ordinate system / W. Jang, J. Jilesen, F.S. Lien, H. Ji // International Journal of Computational Fluid Dynamics. 2008. Vol. 22. No.4. P. 241 – 257.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.
4. Borzenko E.I., Yakutenok V.A. Evolution of the Free Surface of a plane Channel during Filling with a Viscous Fluid//Fluid Dynamics.-2008.-V.43.№1.-P.20-25.