Математическое моделирование русловых деформаций трапециевидного канала

Бондаренко Борис Валерьевич
Вычислительный центр ДВО РАНительный центр ДВО РАН (Хабаровск), Россия
e-mail: bvbondarenko@gmail.com

Формулируется эволюционная задача развития исходно трапециевидного профиля водопропускного канала при различных физико-механических и гранулометрических параметрах донного материала. На основе уравнения русловых деформаций, полученного с использованием уравнений для удельного массового расхода наносов, формулируется математическая модель, описывающая эволюцию деформации поперечного профиля песчаного канала.

Математическая модель задачи включает в себя следующие уравнения:

– уравнение движения установившегося гидродинамического потока

$$\mu_t \left(\partial^2 u \partial x_1^2 + \partial^2 u \partial x_2^2\right) = -\rho_w g \sin\alpha, \tag{1}$$

– уравнение русловых деформаций

$$\partial\zeta\partial t = \partial\partial s \left(A \partial\zeta \partial s\right), \tag{2}$$

где μ_t – турбулентная вязкость потока; $x_i, \quad i = 1..2$ – декартовы координаты расчетной области; $u = u(x_1, x_2)$ – продольная осевая скорость потока; ρ_w – плотность воды; g - ускорение свободного падения; α – постоянный продольный уклон канала в направлении оси x_3; t – однонаправленная временная координата; $\zeta = \zeta(t, s)$ – кривая определяющая профиль канала, включающий в себя дно русла и его недеформируемую береговую область; A – коэффициент донной подвижности

$$A = \begin{cases} 1615\left(\tau^\zeta\right)^{3/2} \kappa\sqrt{\rho_w}\left(\rho_s - \rho_w\right) g \left(1-\varepsilon\right)\left(\operatorname{tg}\varphi\cos\alpha\right)^2 + \Lambda & \tau_* < \tau^\zeta, \\ 0 & \tau_* \geq \tau^\zeta, \end{cases} \tag{3}$$

τ^ζ – придонное сдвиговое напряжение; $\kappa = 0.4$ – постоянная Кармана; ρ_s – плотность частиц донного материала; ε – пористость донного материала; φ – угол внутреннего трения донного материала; τ_* - значение критического касательного придонного напряжения, при превышении которого имеют место донные деформации; d – средний диаметр донных частиц; c_x - коэффициент лобового сопротивления донных частиц; γ – угол между нормалью и вертикалью, опущенными в точку донной поверхности; Λ – поправка лавинного обрушения берега

На основе метода граничных элементов и метода контрольных объемов предлагается методика и алгоритм расчета формулируемой задачи. Показано, что за характерные периоды прохождения руслоформирующих расходов профиль донной поверхности приобретает форму, аппроксимируемую степенными зависимостями.