

Численное решение уравнения эллиптического типа в области сложной геометрии

Кошкина Алиса Александровна

Томский государственный университет (Томск), Россия

e-mail: alisakoshkina@yandex.ru

Аннотация

Одним из методов медицинской визуализации является электро-импедансная томография (ЭИТ). В исследованиях ЭИТ в качестве зондирующего агента используется электрический ток, искомой величиной является распределение электрического сопротивления (импеданса) внутри биологического объекта. Реконструкция изображения ЭИТ требует решения прямой и обратной томографических задач. Прямая задача обычно решается аналитическими или численными методами и включает уравнение эллиптического типа с переменными коэффициентами и условия Неймана на границе.

Расчетная область покрывается треугольной сеткой. Предполагается, что область разбита на множество непересекающихся треугольников. Полученная сетка определяется как триединая совокупность треугольных элементов, их вершин и ребер. Каждое ребро или принадлежит двум смежным элементам, или лежит на границе Γ расчетной области.

В работе рассматривается три способа построения разностной схемы для численного решения: неизвестные значения сеточной функции сопоставляются с центром масс треугольника; с вершинами треугольника (используются либо ячейки Дирихле-Воронного, либо контур, построенный вокруг узла путем проведения медиан через середины ребер треугольников). При аппроксимации дифференциальной

задачи используется метод конечного объема.

С помощью метода конечного объема получена устойчивая разностная схема, которая имеет погрешность аппроксимации $O(h)$ и приводит к системе линейных алгебраических уравнений. Для решения полученных СЛАУ использовались метод Зейделя и метод верхней релаксации. Для метода релаксации экспериментально определен оптимальный параметр релаксации.

Проводились сравнения аналитического решения и численного для двух сечений: направление сечения от токоотводящего электрода к токоподающему и направление сечения 45° по оси Ox .

Согласно полученным результатам, можно сделать вывод, что наиболее эффективным численным методом является метод конечных объемов, использующий неструктурированную треугольную сетку, построенную по принципу триангуляции Делоне, где в качестве конечных объемов используются ячейки Дирихле-Воронного. Для определения таблицы значений численного решения, которое является искомым вектором при решении СЛАУ, оптимальным является метод верхней релаксации.

Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 гг. (Соглашение № 14.В37.21.0667).

Кошкина А.А. Численное решение уравнений эллиптического типа на неструк-

турированных сетках / Современные проблемы математики и механики: Материалы III Всероссийской молодежной научной конференции /Под ред. Филькова.– Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012 г. - С.312-316.