Параллельные алгоритмы численного решения уравнения теплопроводности с помощью схемы покомпонентного расщепления

Ильин Сергей Анатольевич
Томский государственный университет (Томск), Россия
e-mail: sergei_i27@mail.ru

Аннотация

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ПОМОЩЬЮ СХЕМЫ ПОКОМПОНЕНТНОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ
С.А.Ильин
Томский государственный университет, Томск
E-mail: sergei_i27@mail.ru

Рассматриваются параллельные алгоритмы для решения двумерной задачи теплопроводности. Была построена неявная разностная схема, которая решалась методом покомпонентного расщепления, сводящего пятиточечную разностную схему к последовательному решению трехточечных систем методом прогонки.
При построении схемы было установлено, что схема устойчива и погрешность аппроксимации по времени первого порядка, а по сетке второго порядка, как по x, так и по y.
Для решения трехточечных уравнений на многопроцессорной технике с распределенной памятью использовались алгоритм Яненко, конвейерная схема для метода прогонки и схема транспонирования.
Алгоритм Н.Н.Яненко опирается на использование принципа одномерной декомпозиции, т.е. последний узел предыдущей области совпадает с нулевым в последующей. Затем, вычисляем значения решения на границе подобластей и восстанавливаем значения решения в промежуточных узлах для каждого процессора одновременно.
Идея метода конвейерной схемы заключается в том, что запуск как прямого, так и обратного хода прогонки происходит так, что каждый процессор решает определенный круг задач и передает на следующий нужные данные, и это все происходит по принципу конвейера.
Применяя схему транспонирования, получили, что направления, использующиеся для решения задачи методом прогонки, как бы меняются местами, т.е. x-направление становится y-направлением, а y-направление переходит в x-направление.
В работе рассмотрено несколько параллельных алгоритмов для решения нестационарной задачи теплопроводности. Для приведенных методов был проведен теоретический анализ. Можно сделать вывод, что с точки зрения теории самый лучший метод для распараллеливания схемы покомпонентного расщепления нестационарной задачи теплопроводности – это конвейерная схема для метода прогонки. Ускорение данного метода получается наибольшим из всех рассмотренных параллельных методов и оно равно примерно 73 при 100 процессорных элементах.

Литература

1. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физике. Новосибирск: Наука, 1967. – 197с.
2. Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров

А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и распараллеливание прогонки // Численные методы механики сплошных сред – 1978 , №7, с. 136-139.