При моделировании процесса поглощения влаги растением воспользеумся аналогом классической модели "хищник" – "жертва" В. Вольтерра [1].

Пусть функция $u = u(t)$ - биомасса моделируемого растения, выступающая в роли "хищника"; $v = v(t)$ - функция поглощения влаги растением ("жертва"); t -астрономическое время. Биологически содержательный смысл имеет следующая модель, устанавливающая системную связь между u и v

$$u' = K\beta uv - \gamma u - \lambda u^2, v' = \alpha v - \beta uv, \qquad (1)$$

где $K, \beta, \gamma, \lambda, \alpha$ - известные параметры системы, в частности, α - относительная скорость накопления влаги, βv - количество влаги поглощаемой в 1 гр. за единицу времени. В случае $\lambda = 0$ (1) совпадает с классической вольтерровской моделью "хищник" – "жерва".

При построении математической модели роста урожайности биомассы сельскохозяйственной культуры будем руководствоваться следующими предположениями:

1) Функция $u = u(x, y)$ - моделируемая урожайность сельскохозяйственной культуры;

2) t - астрономическое время;

3) x_1 - фактор влажности почвы в корнеобитаемом слое;

4) x_2 - фактор температуры почвы;

5) x_3 - фактор густоты стояния растений;

6) x_4 - фактор соотношении надземной и корневой массы;

7) x_5 - фактор скорости ветра;

8) x_6 - фактор вида обработки почвы;

9) x_7 - фактор нормы вносимых удобрений;

10) x_8 - фактор мощности почвенного слоя, и т.д.

Тогда $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ совокупность условий влияющих в динамике на процесс роста урожайности.

Относительная скорость накопления биомассы урожайности $\frac{1}{u}\frac{du}{dt}$ для любого t из множества допустимых значений Ω описывается уравнением вида:

$$\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon - \frac{\lambda}{m}\sum_{i=1}^{m} u(t_i, x) = \varepsilon - \lambda\bar{u}, \qquad (2)$$

где ε - коэффициент автоприроста биомассы на стадии экспоненциальной фазы роста, λ - коэффициент учитывающий эффект Ферхюльста, t_i - характерные моменты времени, $i = 1, 2, ..., m$.

Как известно,

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} \dot{x_j}\frac{\partial u}{\partial x_j}, \quad \dot{x_j} = \frac{dx_j}{dt}, \quad j = 1, 2, ..., n. \qquad (3)$$

Учитывая (3) перепишем (2) в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} \dot{x_j}\frac{\partial u}{\partial x_j} = (\varepsilon - \lambda\bar{u})u, \quad \forall (t, x) \in \Omega. \qquad (4)$$

Предположим, что агромелиоративные условия таковы, что $\dot{x_j} = exp(\mu_j)$. Здесь μ_j - коэффициент определенного x_j фактора.

Нагруженное уравнение (4) примет вид

$$u_t + \sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j u_{x_j} = (\varepsilon - \lambda\bar{u})u. \qquad (5)$$

Для индентификации модели (1) создана ее компьютерная версия в среде $C++$. Моделировлся процесс поглощения влаги кукурузой сорта "Родник - 180 СВ". Эксперементальные данные собраны на базе Научно - эксперементального опытного хозяйства (НЭОХ) ИПМА в 2013 году [2].

Результаты компьютерного моделирования демонстрируют хорошую корреляцию с эксперементальными данными.

Список литературы

[1] Нахушев А. М. Уравнения математической биологии / М: Высшая школа, 1995. — 301 с.

[2] Татарова Л. А. К вопросу математического моделирования урожайности сельскохозяйственных культур // Материалы Всероссийской конференции молодых ученых "Современные вопросы математической физики, математической биологии и информатики". — 2014. — С. 114–115.