0.1. *Полешкин С.О.* **Оптимизация алгоритмов численного решения уравнения Больцмана на графических ускорителях**

Работа посвящена уменьшению времени расчётов и оптимизации алгоритма численного решения уравнения Больцмана (1), предложенного в [1].

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} \tilde{f} = \frac{1}{Kn} St(f) \tag{1}$$

где оператор, отвечающий за столкновения $St(f)$ имеет вид:

$$St = \int\limits_{R^3} d^3\vec{v_1} \int\limits_{S^2} (f'f_1' - ff_1)|\vec{V}|\sigma(\vec{V}, \cos\theta)dS \tag{2}$$

Оптимизация происходит за счёт более эффективного вычисления оператора столкновений (2), стоящего в правой части уравнения Больцмана. Для вычисления правой части значимой является сравнительно небольшая часть узлов вычислительной сетки в пространстве скоростей. Остальные узлы при вычислении интеграла игнорируются. Отбор значимых узлов происходит в соответствии с их вкладом в вычисление центрированного момента того или иного чётного порядка (3):

$$M = \sum_i |\vec{v}_i - \vec{V}_c|^{2p} f_i \tag{3}$$

$$\vec{V}_c = \sum_i \vec{v}_i f_i \tag{4}$$

Здесь $\vec{v}_i$ — узел сетки в пространстве скоростей. При отборе узлов также можно ориентироваться и на другие интегральные характеристики функции распределения, которые имеют физический или математический смысл. В данной работе исследован алгоритм отбора узлов по энтропии (5):

$$e = \sum_i ln(f_i) f_i \tag{5}$$

Отбор узлов происходит следующим образом:

1. сортировка узлов расчетной сетки с ключом $|\vec{v}_i - \vec{V}_c|^{2p} f_i$, в случае энтропии сортировка происходит по величине самой функции распределения, поскольку логарифм монотонная функция.
2. число значимых узлов(отсортированных на предыдущем шаге) n выбирается из критерия:

$$\frac{\sum\limits_i^n |\vec{v}_i - \vec{V}_c|^{2p} f_i - \sum\limits_i^N |\vec{v}_i - \vec{V}_c|^{2p} f_i}{\sum\limits_i^N |\vec{v}_i - \vec{V}_c|^{2p} f_i} < \epsilon \tag{6}$$

Здесь N — общее число узлов на сетке скоростей.

В случае энтропии критерий несколько другой:

$$\frac{\sum\limits_i^n ln(f_i) f_i - \sum\limits_i^N ln(f_i) f_i}{\sum\limits_i^N ln(f_i) f_i} < \epsilon \tag{7}$$

Расчёты проводились с использованием технологии CUDA на графическом процессоре на кластере НГУ.

Список литературы

[1] Малков Е. А., Иванов М. С. Детерминированный метод частиц-в-ячейках для решения задач динамики разреженного газа. //Вычислительные методы и программирование. —2011. — Т. 12. С. 368–374.