

0.1. Полякова А.П., Светов И.Е., Мальцева С.В.
О восстановлении двумерных симметричных m -тензорных полей методом приближенного обращения

Пусть в единичном круге распределено симметричное m -тензорное поле. Требуется восстановить это поле по известным значениям лучевых преобразований. Для численного решения поставленной задачи предлагается использовать алгоритм, основанный на методе приближенного обращения хорошо себя зарекомендовавшем при решении задач скалярной томографии [1].

Идея метода приближенного обращения для восстановления скалярного поля состоит в следующем. Пусть требуется найти решение (функцию f) операторного уравнения $Af = g$, для оператора

$$A : H \rightarrow K.$$

Для этого используются усредняющие функции e_x , обладающие свойствами:

$$\langle e_x, e_x \rangle_H = 1, \quad \langle f, e_x \rangle_H \approx f(x).$$

Пусть A^* — двойственный оператор для A , тогда существуют функции ψ_x такие, что $A^*\psi_x = e_x$. Тогда имеем

$$f(x) \approx \langle f, e_x \rangle_H = \langle f, A^*\psi_x \rangle_H = \langle Af, \psi_x \rangle_K = \langle g, \psi_x \rangle_K.$$

Таким образом приближенное решение строится путем скалярного произведения исходных данных g и функций ψ_x , которые могут быть найдены до получения томографических данных. Зачастую найти точные выражения для вычисления ψ_x оказывается проблематично. В таких случаях значения ψ_x могут быть найдены приближенно с использованием сингулярного разложения оператора A .

Предлагаемый в работе алгоритм приближенного обращения для восстановления симметричного m -тензорного поля основан на подходе, позволяющем сводить задачу m -тензорной томографии к $m + 1$ задачам скалярной томографии. Алгоритм численно реализован для $m = 1, 2$, приводятся результаты экспериментов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №14-01-31491-мол_а).

Список литературы

- [1] DEREVTSOV E. Yu., DIETZ R., LOUIS A. K., SCHUSTER T. Influence of refraction to the accuracy of a solution for the 2D-emission tomography problem // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. — 2000. — Vol. 8, No. 2, P. 161–191.