

### 0.1. *Александр А. С.* Быстрый мультипольный метод граничных элементов для задач акустики

При моделировании акустических задач, связанных с распространением волновых процессов в пространстве, можно воспользоваться численными методами. В работе рассматривались волновые процессы, которые можно описать с помощью уравнения Гельмгольца

$$(\Delta + k^2) u(\mathbf{x}) = 0.$$

Данное уравнение можно решать сеточными методами, например методом конечных элементов, но для получения результата с высокой точностью необходимо подробно дискретизировать область и использовать большой бак, при этом на границах области все равно могут быть сильные искажения. Данного недостатка лишен метод граничных элементов [1], так как он позволяет получать решения на удалении от области и для его применения необходима дискретизация расчетной области только на границе.

Для получения приемлемых результатов при моделировании акустических процессов методом граничных элементов важно, чтобы размер граничных элементов был меньше, чем длина волны. Данное условие заставляет использовать более подробные дискретизации расчетных областей, что ведет к значительному увеличению необходимых вычислительных ресурсов. Для уменьшения вычислительных затрат в методе граничных элементов существуют различные способы, например, основанные на иерархическом разбиении расчетной области. Одним из таких методов является быстрый мультипольный метод (БММ) граничных элементов [2, 3], который был использован в данной работе.

Быстрый мультипольный метод основан на иерархическом разбиении расчетной области и представлении фундаментального решения в виде разложения в ряд по некоторым гармоникам таким образом, чтобы слагаемое в ряде было представимо в виде произведения двух функций от независимых аргументов. Такой подход позволяет снизить вычислительные затраты на хранение матрицы и на ее сборку. Снижение затрат по памяти достигается за счет того, что в матрице появляются нулевые элементы и ее можно хранить в разреженном формате, в отличие от метода граничных элементов, где матрица является плотной.

В работе рассматривалось применение БММ для решения дифференциального уравнения Гельмгольца в трехмерном пространстве. В связи с этим, использовалось разложение фундаментального решения по сферическим гармоникам. Параметры иерархического разбиения пространства подбирались таким образом, чтобы количество дальних взаимодействий было обратно пропорционально порядку ис-

пользуемых гармоник в степени 1,5 [4].

В работе приведено сравнение вычислительных затрат и точности получаемого решения методом граничных элементов и БММ граничных элементов при решении задач акустики. Показана эффективность применения БММ относительно обычного метода граничных элементов на примере решения модельных задач акустики.

*Научный руководитель — д.т.н. Рояк М. Э.*

#### Список литературы

- [1] KIRKUP S. The Boundary Element Method in Acoustic / Integrated Sound Software. 2007. 147 p.
- [2] СТУПАКОВ И. М., РОЯК М. Э. Использование быстрого метода граничных элементов для решения задач магнитостатики // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 5 (81). С. 70–74
- [3] LIU Y. Fast multipole boundary element method: theory and applications in engineering/ Cambridge university press, 2009. 235 p.
- [4] BEATSON, R., GREENGARD, L. A short course on fast multipole methods // Wavelets, multilevel methods and elliptic PDEs. 1997. Vol. 1. P. 1–37.