

0.1. Гончарова Д.В. Математическая модель иммунного и аутоиммунного ответа

В работе рассматривается математическая модель иммунного и аутоиммунного ответа, опосредованного Т-клетками [1–3]. Представленная модель описывает эффекты молекулярной мимикрии, генетических изменений, влияющих на ответ Т-клеток против собственных и чужих антигенов, что также применяется при терапии раковых заболеваний [4]. В данной постановке уделяется особое внимание аутоиммунному лимфопролиферативному синдрому (ALPS) как модельному заболеванию. Математическая модель описывается с использованием обыкновенных и интегро – дифференциальных уравнений, а также включает в себя 6 популяций клеток: «клетки-хозяева» ($i = 1$); чужеродные клетки ($i = 2$); клетки, не экспрессирующие антигены на своей поверхности ($i = 3$); клетки, которые экспонируют определенный антиген ($i = 4$); не подверженные воздействию ($i = 5$) и активные Т-клетки ($i = 6$).

Состояние популяции $i = 3$ в момент времени t определяется функцией

$$n_3 = n_3(t),$$

которая описывает количество клеток в момент времени t . Остальные популяции ($i \neq 3$) в момент времени t характеризуются функцией

$$f_i = f_i(t, u), \quad i \neq 3,$$

описывающей плотность численности популяций. Таким образом, математическая модель описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1(t, u)}{\partial t} &= k^C f_1(t, u) - \mu^C f_1(t, u)(n_1(t) + n_2(t)) \\ &\quad - \xi_1 f_1(t, u) \int_U e^{-\theta^C(u-u^*)^2} f_6(t, u^*) du^*, \\ \frac{\partial f_2(t, u)}{\partial t} &= k^C f_2(t, u) - \mu^C f_2(t, u)(n_1(t) + n_2(t)) \\ &\quad - \xi_2 f_2(t, u) \int_U e^{-\theta^C(u-u^*)^2} f_6(t, u^*) du^*, \\ \frac{dn_3(t)}{dt} &= -n_3(t) \sum_{k=1}^2 \gamma_k(u^*) f_k(t, u^*) + \mu_4 n_4^2(t), \\ \frac{\partial f_4(t, u)}{\partial t} &= n_3(t) \sum_{k=1}^2 \gamma_k(u) f_k(t, u) - \mu_4 f_4(t) n_4(t), \\ \frac{\partial f_5(t, u)}{\partial t} &= k_5 f_5(t, u) - \mu_5 f_5(t, u) n_5(t) \\ &\quad - \gamma_5(u) f_5(t, u) \int_U e^{-\theta^C(u-u^*)^2} f_4(t, u^*) du^*, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_6(t, u)}{\partial t} &= f_4(t, u) \int_U e^{-\theta^C(u-u^*)^2} \gamma_5(u^*) f_5(t, u^*) du^* \\ &\quad + k_6 f_6(t, u) - \mu_6 f_6(t, u) n_6(t) \\ &\quad + f_6(t, u) \sum_{k=1}^2 \lambda_k \int_U e^{-\theta^C(u-u^*)^2} f_k(t, u^*) du^*. \end{aligned}$$

Проведено численное исследование задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта «Современные модели гидродинамики для задач природопользования, индустриальных систем и полярной механики» (2024-26) (гос. задание FZMW-2024-0003)

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Токарева М. А.

Список литературы

- [1] KOLEV M., NETOV N., NIKOLOVA I., NASKINOVA I., ET AL. On a Mathematical Model of a General Autoimmune Disease. / Axioms. 2023. Vol. 12. N. 1021.
- [2] DELITALA M., DIANZANI U., LORENZI T., MELENSI M. A mathematical model for immune and autoimmune response mediated by T-cells // Computers and Mathematics with Applications. 2013. Vol. 66. P. 1010-1023.
- [3] TRUSOV P. V., ZAITSEVA N. V., CHIGVINTSEV V. M., LANIN D. V. Mathematical model for describing antivirus immune response regulation allowing for functional disorders in a body // Health Risk Analysis. 2017. N. 4. P. 117-128
- [4] LAI X., STIFFI A., DUGGAN M., WESOLOWSKI R., ET AL. Modeling combination therapy for breast cancer with BET and immune checkpoint inhibitors // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2018. Vol. 115 N. 21. P. 5534-5539.