

0.1. Кобзарь Д.Ю., Марчевский И.К. Быстрые алгоритмы решения граничных интегральных уравнений в вихревых методах при моделировании обтекания профилей

При моделировании плоских течений несжимаемой среды с использованием вихревых методов вычислительной гидродинамики возникает необходимость решения граничного интегрального уравнения (ГИУ) относительно интенсивности вихревого слоя (или двойного слоя) на профиле.

Классические реализации вихревых методов предполагают решение сингулярного или гиперсингулярного ГИУ, что с учетом невысокой точности существующих численных схем приводит к недостаточной точности моделирования течений.

В [1] показана возможность перехода к математической модели — ГИУ, вида

$$\int_K \frac{\mathbf{n}(\boldsymbol{\xi}) \cdot (\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi})}{2\pi|\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}|^2} \gamma(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} - \alpha(\mathbf{r}) \gamma(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in K,$$

под интегралом в котором стоит ограниченная или абсолютно интегрируемая величина. Дискретным аналогом ГИУ является СЛАУ; разработаны эффективные схемы 1-го и 2-го порядка для кусочно-постоянного и кусочно-линейного представления решения на участках профиля [1].

На практике непосредственное использование такого подхода возможно лишь при небольшой размерности задачи: с учетом того, что матрица СЛАУ полностью заполнена и несимметрична, даже вычисление и хранение N^2 ее компонентов требуют значительных затрат времени и памяти. Решение прямым методом Гаусса требует $\frac{1}{3}N^3$ операций, итерационными методами — $k \cdot N^2$ операций.

Решением проблемы является переход к использованию итерационных методов (BiCG, BiCGStab, GMRES), при этом для умножения матрицы на вектор внутри итерационной процедуры можно использовать приближенные быстрые алгоритмы квазилинейной сложности: данную операцию можно рассматривать как обобщение процедуры вычисления вихревого влияния, для которой подобные алгоритмы разработаны в [2].

В докладе представлены результаты исследования эффективности применения различных итерационных методов крыловского типа с предобуславливателями. Для численного решения ГИУ разработан алгоритм, требующий непосредственного вычисления и хранения только $O(N)$ компонент матрицы и имеющий квазилинейную вычислительную сложность (теоретическая оценка — $O(N \ln^2 N)$). Алгоритм реализован в виде программного модуля для пакета VM2D и позволяет также решать системы ГИУ, возникающие при моделировании обтекания нескольких профилей. Созданный алгоритм позволяет решать сопряженные задачи гидроупругости для систем профилей.

Список литературы

- [1] МАРЧЕВСКИЙ И.К., СОКОЛ К.С., ИЗМАЙЛОВА Ю.А. Т-схемы для математического моделирования генерации завихренности на гладких профилях в вихревых методах // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2022. № 6. С. 33-59. doi: 10.18698/1812-3368-2022-6-33-59
- [2] MARCHEVSKY I., RYATINA E., KOLGANOVA A. Fast Barnes – Hut - based algorithm in 2D vortex method of computational hydrodynamics // Computers & Fluids. 2023. V. 266. Art. 106018. doi: 10.1016/j.compfluid.2023.106018.